UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL

DES MANIÈRES DE FAIRE DES MATHÉMATIQUES COMME ENSEIGNANTS ABORDÉES DANS UNE PERSPECTIVE ETHNOMÉTHODOLOGIQUE POUR EXPLORER LA TRANSITION SECONDAIRE COLLÉGIAL

THÈSE

PRÉSENTÉE

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DU DOCTORAT EN ÉDUCATION

PAR

CLAUDIA CORRIVEAU

JUIN 2013

UNIVERSITÉ DU QUÉBEC À MONTRÉAL
Service des bibliothèques

TABLE DES MATIÈRES

LISTE DES TABLEAUX

LISTE DES FIGURES

Chaque question possède une force
que la réponse ne contient plus.
Elie Wiesel

AVANT-PROPOS

Tout au long de mon parcours doctoral, j'ai eu un immense plaisir à côtoyer des personnes exceptionnelles. Ces diverses rencontres ont certainement alimenté mes réflexions et sont à considérer dans l'aboutissement de cette thèse. Grâce à vous, je ne me suis jamais sentie seule.

Ma reconnaissance va bien sûr à Mme Nadine Bednarz pour sa générosité et sa très grande compétence de superviseure. À travers les raturages, gribouillages et griffonnages lors de l'avancement du projet, elle m'a non seulement aidée à y faire émerger des formes et des couleurs, mais m'a véritablement aidée à développer une façon particulière de les mettre en lumière et de leur donner sens. Je la remerciement très sincèrement de son inépuisable soutien si stimulant. J'admire tout le travail qu'elle a fait, fait encore et lui suis si reconnaissante pour tout ce qu'elle a fait pour moi. Merci d'avoir accepter de me guider dans ce cheminement !

Un immense remerciement à M. Denis Tanguay qui m'accompagne depuis mon tout premier cours de didactique des mathématiques à l'UQAM en 2001 et qui m'a aussi suivie à la maîtrise. C'est en me sollicitant comme auxiliaire d'enseignement et de recherche qu'il m'a insufflé une véritable passion pour la didactique des mathématiques. Je lui suis reconnaissante de la confiance qu'il a su m'accorder dans les divers projets que nous avons partagés. Il est sans contredit à l'origine de mon entrée en recherche !

Je remercie Caroline Lajoie et Catherine Lanaris d'avoir accepté de siéger sur le jury. Un merci tout spécial à M. Écric Roditi qui, en plus de siéger sur le jury, m'a aussi accueillie lors d'un stage de recherche. Je remercie également M. Paul Drijvers de m'avoir reçue au sein de son équipe de recherche. Ces expériences ont été riches tant au niveau personnel qu'académique. Je remercie également M. Serge Desgagné avec qui j'ai suivi un cours de recherche collaborative à l'université Laval. Ce cours a été très motivant et inspirant et je suis certaine que M. Desgagné pourrait en reconnaître les traces dans cette thèse.

Je désire aussi remercier les enseignants qui ont participé à la recherche; leur générosité m'a profondément touchée. J'ai eu un réel plaisir à chacune de nos rencontres et, évidemment, leur précieuse collaboration constitue l'essentiel de cette recherche.

Je remercie mes collègues et amis : Izabella, Mireille, Souleymane, Kalifa, Lily, Valériane, Déborah, Mathieu, David, Lise, Virginie et Jérôme. De manière plus particulière, j'aimerais souligner un moment important dans l'histoire de mon cheminement : la rencontre de Jean-François en 2005. Je le remercie d'avoir cru en moi plus que moi ! Sans le savoir, c'est lui qui a rendu possible et plausible pour moi la poursuite d'un doctorat. Je ne peux passer sous silence les nombreux échanges que j'ai eu avec lui, qui, en plus de stimuler ma curiosité intellectuelle, ont grandement participé à ma formation doctorale ! Aussi, en partageant l'aventure doctorale de si près avec Doris et Sarah, une amitié précieuse s'est constituée. Elles savent, plus que quiconque, les nombreuses couleurs que peut prendre le parcours. Elles m'ont aidée et encouragée dans les moments plus sombres. Nos nombreux échanges ont été d'un grand support à tous les niveaux.

Sur une note plus personnelle, deux personnes très importantes ont été immergées, malgré elles, dans cette aventure. J'ai vécu l'élaboration de ce projet doctoral au quotidien avec Jean et Léonard. Je remercie Jean pour sa compréhension et son écoute. Bien de ses soirées se sont terminées soit en solo, puisque j'étais en compagnie d'un café et de mon ordi, soit par des discussions soutenues à propos de mon projet. Son aide et ses encouragements ont été appréciés et utiles. Quant à Léonard, chaque moment passé avec lui est un moment de bonheur. Je tiens finalement à remercier mes parents, Hélène et Michel, et mes sœurs, Valérie et Mariève, pour leur soutien et leur amour.

RÉSUMÉ

Cette étude s'insère dans un champ de recherches en didactique des mathématiques portant sur les questions de transitions interordres, et cible plus spécifiquement la transition secondaire collégial en mathématiques. L'étude de la transition secondaire postsecondaire a jusqu'alors été abordée d'un point de vue institutionnel par l'analyse de programmes, d'évaluations nationales ou de tâches de manuels aux deux ordres (par ex. Bosch, Fonseca et Gascon, 2004, Gueudet, 2004 et Najar, 2011) ou encore par les difficultés rencontrées par les étudiants du postsecondaire (par ex. Vandebrouck 2011*a*, 2011*b* Praslon, 2000). La perspective globale de comparaison entre les deux ordres qui sous-tend ces travaux a conduit à mettre en évidence les ruptures qui caractérisent cette transition et un certain « vide didactique » laissé à la charge des élèves (Praslon, 2000). Ces recherches font entrer sur la partie explicite d'une culture mathématique caractérisant chacun des ordres (Artigue, 2004). Or les plus grandes différences interculturelles, dit Hall (1959), relèvent du plan *informel* de cette culture et sont à chercher du côté des manières de faire, souvent implicites, qui la caractérisent. Cette entrée sur ce qui se fait à chacun des ordres constitue le point d'ancrage de cette recherche. L'intérêt est d'explorer la transition avec des enseignants des deux ordres, du point de vue de leurs manières de faire des mathématiques, et ce dans une perspective d'harmonisation. Il s'agit de mieux comprendre ainsi la partie implicite de cette culture mathématique qui se constitue à chacun des ordres.

Trois entrées théoriques permettent d'explorer l'objet *manières de faire des mathématiques comme enseignants* en prenant en compte l'enjeu de transition interordres dans lequel il est étudié (théorie de la culture), la manière dont ces manières de faire se constituent (ethnométhodologie), et le contexte dans lequel elles trouvent leur ancrage, soit l'enseignement à un ordre donné (cognition située comme entrée complémentaire). Les fondements ethnométhodologiques occupent une place centrale au sein de ces trois entrées. Ils servent d'appui à la compréhension des manières de faire des mathématiques actualisées quotidiennement par les enseignants dans leur pratique : pour des enseignants, « faire des mathématiques » dans le cadre de leur enseignement à un ordre donné est une activité organisée selon des façons de faire et donner sens à cette action. Les « membres », soit les enseignants d'un ordre donné, sont appelés, dans le cadre ordinaire de leurs interactions professionnelles, à attester de leurs manières de faire des mathématiques comme enseignant à leur ordre d'enseignement, à préciser les circonstances de ces manières de faire, le rationnel imbriqué (les ethnométhodes mathématiques). En continuité avec l'ethnométhodologie, et de manière complémentaire, les travaux de Lave (1988, 1996) poussent l'idée du contexte : qu'ont-elles de particulier, ces mathématiques de l'enseignant du secondaire ? Du collégial ? Enfin l'entrée par la théorie de la culture de Hall (1959) permet de dégager la manière dont s'organise la culture mathématique au plan *informel* (en liaison avec les plans *formel* et *technique*).

Enfin l'entrée par la théorie de la culture de Hall (1959) permet de dégager la manière dont s'organise la culture mathématique au plan *informel* (en liaison avec les plans *formel* et *technique*).

C'est par le biais d'une recherche collaborative (Desgagné et *al*., 2001) qu'a été menée l'exploration de ces manières de faire des mathématiques comme enseignants. Une activité réflexive de six rencontres d'une journée a servi de matériau d'analyse. Ces rencontres ont rassemblé six enseignants (trois de chacun des ordres), lesquels ont été conduits, dans l'interaction entre eux et avec la chercheuse, à attester de leurs manières de faire des mathématiques comme enseignants par le biais de situations puisées à même leurs actions professionnelles quotidiennes. Les enseignants ont aussi été amenés à aller plus loin dans une perspective d'harmonisation : en collaboration avec la chercheuse, se constitue et se développe au sein du groupe une harmonisation entre ces manières de faire les mathématiques aux deux ordres.

Une analyse émergente a été menée à partir d'un découpage de l'ensemble des données (verbatim des rencontres de l'activité réflexive) en trois thèmes, ayant occupé une place centrale dans les rencontres : les extraits portant sur l'utilisation du symbolisme en mathématiques, ceux portant sur l'utilisation de contextes et ceux portant sur un concept spécifique (celui de fonction, commun aux deux ordres). Différents concepts provenant de l'ethnométhodologie se sont avérés porteurs pour l'analyse (circonstances des manières de faire, rationnel de l'action, procédures interprétatives, *accounts*, indexicalité). À un premier niveau, une analyse en termes d'ethnométhodes mathématiques se dégage du codage des données, faisant apparaître un territoire qui particularise, à chacun des ordres, les manières de faire des mathématiques. À un deuxième niveau d'analyse, ce qui est dégagé au premier niveau, est regardé du point de vue de l'organisation d'une certaine culture. Ce point de vue permet de mettre en évidence les distinctions entre les deux ordres et des enjeux de transition. Enfin, à travers les échanges entre les enseignants et la chercheuse, des trajectoires d'harmonisation ont été dégagées et analysées de manière à comprendre comment cette harmonisation se constitue au sein du groupe.

Mots clés : transition interordres, didactique des mathématiques, manière de faire des mathématiques, ethnométhodologie, culture mathématique

INTRODUCTION

Le motif est secondaire, ce que je veux
reproduire c'est ce qu'il y a entre le motif et moi.
Jean-Paul Riopelle

Interpellée tôt dans mon cheminement par les questions de transition interordres, d'abord comme future enseignante en mathématiques au secondaire (dans l'idée d'aménager le cours de Mathématiques 536, à l'époque, pour mieux préparer au collégial (voir Corriveau et Parenteau, 2005)), puis comme jeune chercheuse en didactique des mathématiques dans une recherche de maîtrise autour de la transition secondaire collégial du point de vue de la démonstration et du formalisme (voir Corriveau, 2007; 2010*a*; 2010*b*), j'ai été amenée à m'interroger sur la transition du secondaire au collégial en mathématiques. Au fil de ce questionnement, j'ai eu le souci de comprendre les mathématiques faites à chacun des ordres pour ce qu'elles étaient, mais aussi de percevoir, à travers cette investigation, des occasions d'harmonisation. Cette thèse n'est donc pas étrangère à deux de mes intérêts, celui que j'ai, d'une part, pour les mathématiques qui se font dans différents contextes (au secondaire, au collégial) et, d'autre part, pour un avancement relativement à ces mathématiques en termes d'harmonisation. La couleur particulière que les mathématiques prennent, les manières singulières dont les mathématiques sont faites dans ces contextes constituent une véritable richesse résidant dans l'expérience que l'acteur en fait. S'intéresser à la transition, c'était donc vouloir connaître et reconnaître l'expérience mathématique qui se développe à chacun des ordres.

L'élaboration progressive d'une problématique de recherche autour de cette transition m'a conduite à clarifier graduellement un objet de recherche (les manières de faire des mathématiques comme enseignants). Cette clarification s'est faite par l'entremise d'une réflexion sur mon propre cheminement professionnel en lien avec les questions de transition, par l'analyse des travaux de recherche menés dans ce domaine en y distinguant les différentes perspectives sous-jacentes, et par un questionnement de la perspective et de la posture de recherche à adopter pour aborder ces questions (comme il en sera question au chapitre I). Petit à petit, ce travail m'a amenée à prendre conscience de l'importance de considérer les enseignants du collégial et du secondaire pour mener cette recherche. Ces enseignants sont en effet apparus comme des acteurs incontournables pour comprendre, de l'intérieur de l'ordre respectif, la transition en mathématiques entre le secondaire et le collégial, d'autant plus que j'aborde celle-ci du point de vue de leurs manières de faire des mathématiques (dans une perspective d'harmonisation). En ce sens, bien que le thème abordé prenne appui au départ sur mes propres préoccupations, celles d'une future enseignante au secondaire, la nécessité d'une prise en compte des enseignants des deux ordres m'a parue incontournable au fil de l'avancement du projet. Cette implication des enseignants comme acteurs clés a des conséquences pour l'ensemble du processus de la recherche.

Une de ces répercussions est la prise en compte tout au long du processus de recherche d'une démarche de double vraisemblance (Dubet, 1994, 2007) qui va colorer la problématisation de l'objet de recherche, ses fondements théoriques et son approche méthodologique. Le sociologue français François Dubet a développé ce critère de double vraisemblance pour rendre compte de la double exigence à laquelle est confronté le chercheur (dans ce cas sociologue) lorsqu'il choisit d'aborder la recherche (sur des phénomènes sociaux) avec des acteurs[1]. Pour lui, elle implique une exigence au regard des normes habituelles du métier de chercheur « qui organise et rationalise des données, qui puise ailleurs que dans son propre matériau et qui est soumis à une exigence de non contradiction » mais « elle doit aussi être crédible pour des acteurs dont on postule qu'ils sont compétents et pas totalement aveugles sur ce qu'ils font dans la mesure où toute action exige une activité de justification et de compte rendu [...] » (Dubet, 1994, p. 249). Ainsi, l'argumentation s'adresse à un double public, soit « la communauté scientifique avec ses critères propres et les acteurs qui eux

---

[1] L'intervention sociologique développée par Dubet, à la suite d'autres sociologues, répond à cette exigence de double vraisemblance.

maîtrisent d'autres données [...]. En se plaçant à l'articulation de cette double exigence, le sociologue [la chercheuse en didactique des mathématiques ici] se donne des règles d'argumentation doublement contraignantes » (Dubet, 1994, p. 249).

La double vraisemblance guide ainsi la conceptualisation et l'écriture de cette thèse et touche différemment chacune de ses parties :

- Elle renvoie d'abord à une certaine façon de problématiser, qui prend en compte les préoccupations de la chercheuse (sur les questions de transition) mais aussi des enseignants. Cette problématisation s'appuie sur le fait que l'objet investigué nécessite d'aborder la transition en considérant leur compréhension de leurs manières de faire des mathématiques. Autrement dit, en tentant de comprendre et de développer la problématique de recherche, une certaine voix des enseignants se fait déjà entendre et se base sur des préoccupations d'enseignants du secondaire (dans ce cas une future enseignante du secondaire revenant sur ses préoccupations) et du collégial (à travers ce que ces enseignants, que nous sommes allés rencontrer, disent des difficultés qu'ils rencontrent).
- Elle fait appel à des horizons épistémologiques, théoriques et conceptuels en accord avec cette position (on ne peut s'inspirer de cadres théoriques dans lesquels l'enseignant, ou l'acteur, ne serait pas central et où son expertise ne serait pas reconnue). La voix des enseignants est en quelque sorte considérée dans ce travail de conceptualisation, par le moyen de cadres théoriques mettant au premier plan l'action des acteurs sociaux et leur rationalité.
- Elle est bien sûr au cœur de la méthodologie dans un processus cherchant à accéder à une double pertinence sociale au moyen d'un dispositif servant à la fois de questionnement pratique pour les enseignants et de collecte de données pour la recherche, dispositif dans lequel je suis confrontée à une double rigueur méthodologique.
- Elle est enfin présente dans l'analyse qui repose, d'une part, sur l'idée de rendre compte des particularités des mathématiques à chacun des ordres en faisant appel à la voix des enseignants et, d'autre part, d'une avancée en termes d'harmonisation maillant les

perspectives des enseignants (sur les manières de faire) et de la chercheuse (sur les enjeux de transition).

Dans ce parcours, j'ai été confrontée à des choix au regard de plusieurs avenues possibles, dans la manière d'aborder ces questions, de les problématiser, de les fonder, de les approcher. Des éléments directeurs ont guidé ces choix : la voix des praticiens est un de ceux-là; elle est un élément. Ces choix ont été revisités tout au long de ce processus, notamment au moment de la réalisation de cette recherche. En effet, pour un chercheur qui élabore une recherche en collaboration avec des enseignants, la démarche proposée se veut la base d'une discussion entre des enseignants et ce chercheur. La médiation entre préoccupations pratiques et de recherche, entre voix des enseignants et perspective de la chercheuse, telle que vue à travers ce qui précède, est au cœur de la recherche. Or, elle est loin d'être simple et pour cette raison, il m'a paru essentiel d'en faire un élément central de ma réflexion. Tout au long de ce processus, cette réflexion a été motivée par une question proposée par Bednarz (2001, p. 59) : « les didactiques se constituent-elles indépendamment de ces professionnels de l'enseignement que sont les enseignants, ou si elles en tiennent compte, et à quel titre le font-elles ? »

CHAPITRE I

PROBLÉMATIQUE : LE CHOIX D'UN OBJET DE RECHERCHE ET D'UNE PERSPECTIVE POUR L'ABORDER

La formulation graduelle de la problématique rejoint des préoccupations de recherche en didactique des mathématiques et des préoccupations du milieu de l'enseignement. Elle amène à cibler un objet de recherche et une manière particulière d'aborder les questions de transition avec des enseignants. Ce chapitre expose comment des choix se sont progressivement dessinés, et comment ils prennent leur ancrage dans ce double registre de préoccupations. Après avoir brièvement rappelé le contexte de la transition secondaire collégial propre au Québec, je procède à une reconstruction de ma démarche en trois temps. Le premier temps expose comment, dans ce contexte, une préoccupation (la mienne) liée à l'enseignement des mathématiques au secondaire est peu à peu devenue un intérêt de recherche. Je dégage alors de ce questionnement, et de premiers entretiens auprès d'enseignants du collégial, un objet à étudier dans le cadre de la transition secondaire collégial. Cette partie prend la forme d'un récit narratif commenté, faisant ressortir à la fois les assises de cet objet de recherche et les choix qui ont été faits. Dans un deuxième temps, une analyse des recherches liées à la transition secondaire postsecondaire conduites en didactique des mathématiques permet d'élargir ce premier regard, de le situer dans un ensemble plus large et de confirmer certains choix. Ce nouveau regard permet en quelque sorte de « reproblématiser » ce qui a été développé en première partie et m'amène, dans un troisième temps, à préciser le choix d'un objet et d'une perspective de recherche particulière autour de la transition.

1.1 Les transitions institutionnelles au Québec : une mise en contexte

Dans beaucoup de sociétés, le système scolaire a été pensé de sorte qu'il y ait plusieurs paliers. Chaque palier possède des objectifs et des modes de fonctionnement qui lui sont propres. Ainsi, au Québec[2], le rapport Parent (Gouvernement du Québec, 1963-1965) a institué un système éducatif à cinq paliers (préscolaire, primaire, secondaire, collégial et universitaire) et ce, sans compter les différents cycles à l'intérieur de chaque palier[3]. Les choix qui ont été faits sont dans certains cas spécifiques au Québec. C'est le cas notamment de la création de l'ordre collégial. Je reviens brièvement dans un premier temps sur les visées propres à celui-ci, lors de sa création à tout le moins, et, de manière plus large, à chacun des paliers, de manière à cerner ce qui les caractérise.

1.1.1 Plusieurs transitions au sein d'un système éducatif à cinq paliers

En analysant de plus près les recommandations du rapport Parent (Gouvernement du Québec, 1963-1965), une certaine cohérence semble guider le découpage du système éducatif en différents paliers. Bien que la transition dont il est question ici soit celle entre le secondaire et le collégial, il semble intéressant de revenir brièvement sur les diverses transitions pour comprendre la logique dans laquelle chacune s'insère. Ainsi, l'ordre préscolaire, la maternelle, vise un « univers complémentaire au milieu familial » (op. cit., p. 139). Il s'agit, en quelque sorte, de favoriser l'entrée progressive de l'enfant dans un nouveau système social, différent de celui de la famille, dont l'organisation s'apparente à celui de l'école primaire. L'entrée au préscolaire marque ainsi le passage d'un système social à un autre, de la famille à l'école[4]. Il n'y a pas ici de visée explicite d'instruction et en ce sens, le préscolaire se différencie du palier primaire.

---

[2] Cette recherche se réalise au Québec. Il semble important d'avoir en tête que le phénomène de transition, notamment secondaire postsecondaire, n'a pas trait tout à fait à la même « réalité » selon qu'on se situe au Québec ou ailleurs. En effet, comme le souligne Gueudet (2008*a*), les institutions scolaires sont différentes d'un pays à un autre et avec elles, les finalités, les contenus et les réalités de l'enseignement des mathématiques peuvent différer.

[3] Aujourd'hui, on compte trois cycles au primaire, deux cycles au secondaire et des parcours professionnels (trois ans) et généraux (deux ans) au collégial.

[4] De nos jours les enfants fréquentent des services de garde très tôt dans leur développement et la transition se fait davantage entre ces services de garde et l'école primaire. Que ce soit de la maison à la maternelle (voir par

Le passage du préscolaire au primaire marque une deuxième transition avec une visée explicite d'instruction. Par ailleurs, étant donné qu'à partir des années soixante l'école devient obligatoire jusqu'à seize ans, l'enseignement élémentaire (auparavant terminal) change considérablement à partir de cette époque. Ainsi, « l'enseignement élémentaire est désormais destiné à fournir à chacun les outils intellectuels qui l'aideront à tirer plein profit des enseignements scolaires subséquents et des leçons de la vie » (op. cit., p. 168). On voit alors apparaître dans le palier élémentaire une idée de préparation à l'ordre subséquent, le secondaire, sur le plan des apprentissages.

Or, si un ordre vise une certaine préparation à l'ordre subséquent, il est certain, comme on le mentionne dans le rapport Parent, « qu'il y a quelque chose d'artificiel dans une conception de l'école qui fait de l'enseignement élémentaire et de l'enseignement secondaire deux mondes à part » (op. cit., p. 202). Tout comme l'école élémentaire, l'enseignement secondaire doit en effet assurer une préparation à la vie et en ce sens, ces deux paliers se rejoignent. Comment expliquer dès lors cette coupure en deux paliers différents ?

Pour les auteurs du rapport Parent, compte tenu de l'évolution psychologique des enfants, devenant adolescents, une coupure entre le primaire et le secondaire est nécessaire. Celle-ci est pensée surtout en termes d'organisation. En effet, la jonction primaire secondaire marque la distinction entre l'enfant et l'adolescent, ce qui introduit quelques changements dans la manière dont l'adolescent sera appelé à fonctionner. Les élèves passent d'une organisation comportant certaines notions d'appartenance — la classe, un enseignant titulaire, une petite école — à une organisation légèrement plus complexe : plusieurs locaux, plusieurs enseignants, une grosse école.

La transition abordée dans le cadre de cette recherche est celle entre le secondaire et le collégial. Elle se caractérise par le passage de l'adolescence au monde adulte, par le passage d'un encadrement strict — présence en classe, fonctionnement réglementé sur le plan de l'organisation, du calendrier scolaire, horaire régulier et rigide, etc. — à une plus grande

---

exemple Normand-Guérette, 1996) ou du service de garde à la maternelle (voir par exemple Ruel, Moreau et Bourdeau, 2008), la transition ne se fait pas sans difficulté.

indépendance, plus proche de l'université que de l'école secondaire. Autrement dit, les étudiants passent « d'un système fondé sur la discipline et le contrôle à un système fondé sur la liberté et l'autonomie » (Métayer, 1991, p. 8), d'une organisation fixe à une organisation 1963-1965, prise en charge presque entièrement par l'étudiant. Cela exige de l'élève, devenu étudiant, une réorganisation importante de ses modes de fonctionnement. Au collégial, les étudiants ont « passé l'âge d'être guidé[s] par la main » (Gouvernement du Québec, p. 279). Tandis qu'un souci de prolongement, sur le plan des apprentissages et de l'enseignement, est présent de manière explicite dans le passage du primaire au secondaire pour les auteurs du rapport Parent, on mentionne au contraire qu'un certain saut s'impose entre le secondaire et le collégial :

> [le collégial] ne doit pas être un simple prolongement du cours secondaire; il faudra que cet enseignement soit vraiment d'un calibre supérieur à celui du cours secondaire, que se développe une pédagogie adaptée aux jeunes adultes, que se crée un climat différent de celui des institutions secondaires (op. cit., p. 280).

On justifie ce saut explicitement souhaité sur plusieurs plans : des modes d'organisation différents, une autonomie accrue de l'étudiant, une visée des cours qu'on souhaite de calibre supérieur et une pédagogie davantage adaptée aux jeunes adultes. Au collégial, le projet des programmes généraux, non professionnels, est bien de préparer au cycle universitaire, et d'assurer en ce sens une formation générale solide avant la spécialisation que l'on retrouve à l'ordre universitaire. Le tronc commun du collégial est quand même réduit par rapport à celui du secondaire (quatre cours de langue d'enseignement et littérature (français ou anglais), deux de langue seconde (anglais ou français), trois de philosophie et trois d'éducation physique), mais les cours de spécialité demeurent relativement variés lorsqu'ils sont comparés à ceux de l'université (il y a des cours de physique, de chimie, de biologie et de mathématiques dans les filières scientifiques, et des cours d'économie, de sociologie, de psychologie et d'histoire dans les programmes de sciences humaines).

Dans le rapport, on mentionne ainsi qu'aux environs de dix-sept ans, l'étudiant doit approfondir ses connaissances et découvrir de nouveaux horizons. Ainsi, l'étudiant a besoin d'être en contact avec différents univers de connaissances dans le but de poursuivre son développement et l'élargissement de son champ de vision. En somme, la spécialisation au collégial est moins poussée qu'à l'université, et il subsiste un tronc commun non négligeable. Une autre différence entre le collégial et l'université est que physiquement, les spécialisations partagent les mêmes lieux, voire les mêmes locaux (contrairement au cloisonnement induit par les facultés à l'université), ce qui fait qu'en combinaison avec leur rencontre dans les cours de tronc commun, les étudiants sont amenés à se côtoyer entre spécialisations.

L'ordre collégial veut bien marquer son caractère spécifique du fait qu'il n'est ni le secondaire, ni l'université. Ceci relève notamment du fait que le collégial possède ses propres institutions autonomes : ses programmes professionnels et ses programmes préuniversitaires qui ont leurs propres diplômes :

> [Le collégial] ne doit pas non plus être un enseignement universitaire déguisé; il ne resterait toujours alors qu'un cours tronqué, sans statut reconnu. De plus, il imposerait une fois de plus à tous les étudiants le modèle des études universitaires, et ne prendrait jamais le caractère polyvalent que nous proposons. L'enseignement pré-universitaire et professionnel doit donc prendre une personnalité propre, officiellement et pratiquement reconnue de tous. C'est pourquoi, en premier lieu, des procédures d'admission devront être établies pour les étudiants venant du cours secondaire, marquant ainsi le passage d'un niveau d'études à un autre. [...] En second lieu, le cours pré-universitaire et professionnel devra être couronné par un diplôme officiel, auquel il faudra chercher à donner tout le prestige mérité. Ces deux mesures, ajoutées au développement de campus autonomes [...] contribueront à identifier le niveau des études pré-universitaires et professionnelles, à le distinguer du cours secondaire et de l'enseignement supérieur et à lui assurer la reconnaissance nécessaire (op. cit., p. 280).

Or, cette rupture souhaitée entre les deux ordres du point de vue du mode de fonctionnement, de l'organisation et des approches pédagogiques va vite s'accompagner d'un constat de difficultés chez les élèves dans le passage du secondaire au collégial. Dans les faits, la transition se révèle difficile pour les acteurs, élèves et enseignants, qui la vivent. À ce propos, plusieurs rapports ministériels (Conseil des Collèges [CC], 1989; Conseil Supérieur de l'Éducation [CSE], 1989, 2010) font état de difficultés liées à la transition. Ces rapports pointent le manque d'harmonisation entre le secondaire et le collégial comme un facteur à prendre en compte, notamment en ce qui a trait au manque de concertation entre les deux ordres lors des réformes et au manque d'harmonisation des programmes. Un changement à l'un des ordres a en fait des répercussions sur tous les autres paliers du système scolaire. Une concertation semble nécessaire pour aider au passage d'un ordre à l'autre.

1.1.2 La transition secondaire collégial en mathématiques

Dans le domaine plus spécifique de l'enseignement des mathématiques, on impute entre autres les difficultés de transition aux nombreuses réformes de programmes d'études faites unilatéralement au secondaire (MELS, 2007; MEQ, 1982, 1991, 1994, 2001, 2003, 2006). En 1991, l'Association Mathématique du Québec [AMQ], conjointement avec le Conseil des Collèges [CC], soulevait déjà l'impact, sur l'enseignement collégial, de deux réformes passées ayant pris place au secondaire. Ainsi à la fin des années soixante-dix, à la suite de la réforme dite « des mathématiques modernes » (AMQ et CC, 1991), la géométrie déductive a été délaissée pour donner plus de place à la géométrie descriptive et empirique. La démonstration occupait désormais une place mineure au secondaire : « sans étude d'impact, l'ordre collégial a dû s'adapter à ce changement considérable dont les effets sur le raisonnement déductif ont été désastreux (et le sont encore). Ainsi, les clientèles issues de cette réforme ont des difficultés importantes sur le plan de la pensée formelle et du raisonnement mathématique » (AMQ et CC, 1991, p. 5). Alors que les enseignants croyaient que la situation s'améliorerait avec la réforme des programmes du début des années quatre-vingt, ils se sont aperçus, au contraire, que d'autres difficultés se sont ajoutées et ils déplorent entre autres une détérioration de la formation en algèbre (AMQ et CC 1991; Corriveau et Parenteau, 2005).

Aujourd'hui, l'arrivée au collégial des élèves issus du « Renouveau pédagogique » (dont l'implantation s'est faite graduellement à partir de 2005 au secondaire) préoccupe les différents acteurs sur le terrain. En effet, des groupes se sont constitués à différents endroits autour de ces questions d'arrimage entre le secondaire et le collégial. Une recherche-action a regroupé, sur la rive sud de Montréal, des enseignants de mathématiques des deux ordres (voir à ce sujet Antonius, Gauthier et Mukarugagi, 2008). Ces auteurs se sont intéressés à l'évolution des contenus dans le passage du secondaire au collégial. Leurs analyses ont mis en évidence un certain nombre de discontinuités sur le plan des contenus, laissant entrevoir les difficultés que sont susceptibles de rencontrer les étudiants dans le passage d'un ordre à un autre. Par exemple, on relève que certains contenus sont considérés par les enseignants du collégial comme connus des étudiants, alors qu'ils sont en fait peu ou pas travaillés au secondaire (théorie des ensembles, logique, certaines fonctions trigonométriques).

Dans le cadre d'une recherche de maîtrise (Corriveau, 2007; Corriveau et Tanguay, 2006, 2007), de laquelle il sera question un peu plus loin, cette transition a été étudiée sous l'angle de la preuve et des différents langages impliqués. Il ressort de cette étude que la transition s'accompagne d'exigences accrues en termes de démonstration et de formalisation, où il importe d'utiliser adéquatement la syntaxe propre au langage mathématique et de contrôler simultanément le contenu sémantique (Durand-Guerrier et Arsac, 2003; Weber et Alcock, 2004). Or, le passage du secondaire au collégial en mathématiques s'accompagne d'un éclatement de la signification des symboles[5], ce qui, pour plusieurs étudiants, rend le langage mathématique formel difficile à comprendre et à utiliser (Corriveau et Tanguay, 2007).

En synthèse

Ce découpage du système d'éducation en différents paliers, pour marquer le passage d'étapes successives et distinctes, correspond, du point de vue de la rationalité de ceux qui ont conçu ce système, à des passages obligés pour l'élève : de la famille à l'école comme groupe social, de la petite enfance à l'enfance, de l'enfance à l'adolescence puis à l'âge adulte. Ces coupures se manifestent par des changements dans le mode de fonctionnement, dans les finalités associées à chacun des paliers, dont on comprend bien la logique, mais qui ne vont toutefois pas de soi pour les acteurs qui la vivent, soit les élèves et les enseignants. Le passage d'un ordre à un autre s'accompagne de difficultés et ne peut être complètement laissé à la charge de l'élève ou de l'enseignant d'un ordre donné. Comme le mentionne Praslon (2000), cela fait sentir le besoin de « combler un certain vide » entre ces différents paliers et de penser leur articulation.

Pour bien comprendre les assises de cette recherche à la fois dans des préoccupations pratiques et dans un questionnement de recherche, et pour bien comprendre la couleur particulière qu'elle prend, il m'a d'abord paru important de reconstruire le développement de mon questionnement et d'un objet d'étude. Ensuite, cet objet est situé dans le contexte plus large des recherches menées en didactique des mathématiques.

---

[5] Par exemple, alors qu'au secondaire les lettres représentent essentiellement des nombres réels, au collégial, particulièrement dans le cours d'Algèbre linéaire et géométrie vectorielle, les lettres représentent divers objets mathématiques : nombres réels, nombres complexes, matrices, vecteurs géométriques, vecteurs algébriques, polynômes, etc.

1.2 Allées et venues entre préoccupation pratique et questionnement de recherche

À la lumière des recherches portant sur la transition secondaire postsecondaire en enseignement des mathématiques (voir §1.3), un projet de recherche visant l'exploration de ce phénomène aurait pu être abordé sous différents angles. Il est donc utile ici de présenter comment j'en suis venue à retenir celui des *manières de faire des mathématiques comme enseignants* à chacun des ordres, et une *perspective d'harmonisation.*

Dans ce qui suit, je présente d'abord quel a été mon premier regard sur la transition et à travers lui, les premiers développements d'une problématique. Cet exercice permet en effet de mettre au jour quelles sont les différentes intentions qui ont guidé mes choix et mes actions, et de distinguer certains éléments clés à considérer dans cette transition. Cette réorganisation présentée sous la forme d'un récit amène à cerner un objet de recherche, qui sera ensuite recadré lors de l'examen des différents travaux en didactique des mathématiques sur la transition. Le récit de mon cheminement est commenté au fur et à mesure de manière à dégager un regard nouveau, qui n'était pas nécessairement explicite au départ, mais qui maintenant permet d'ouvrir sur une problématique. Autrement dit, dans le récit (en italique), je fais apparaître une deuxième voix (en caractères romains), me permettant d'exposer le développement de mon questionnement autour de la transition[6].

1.2.1 La reconstruction d'un récit

Dès les débuts de ma formation universitaire comme future enseignante, au Baccalauréat en enseignement secondaire (concentration mathématique), notamment dans les cours de didactique et dans les stages d'enseignement, il me paraissait important d'avoir une vision globale d'un contenu mathématique à enseigner, contenu qui s'insère évidemment dans un certain continuum au fil du temps. Par exemple, dans la construction d'une séquence sur un sujet donné, je portais attention aux concepts préalables comme aux prolongements possibles. J'ai rapidement éprouvé des difficultés à arrimer ce que j'allais enseigner à la fin

---

[6] La partie en italique pourrait être lue sans les éléments insérés en caractères romains et représenterait alors le cheminement chronologique (et personnel) de mes intérêts pour la transition secondaire collégial.

du secondaire aux mathématiques du postsecondaire[7]*. Dans le but de mieux planifier le cours de cinquième secondaire (Mathématique 536), une collègue et moi avons voulu connaître, dans le cadre d'un projet de fin de formation*[8]*, ce qui était fait dans les cours de mathématiques après le secondaire et quelles étaient, d'après leurs enseignants, les difficultés des étudiants du collégial dans ces cours. Nous cherchions alors à voir comment nous pourrions aménager le cours Mathématique 536 en vue de mieux préparer les élèves aux cours de mathématiques du collégial.*

Il est intéressant ici de mettre en lumière que l'intérêt initial pour la transition est d'abord une préoccupation de future enseignante en mathématiques à l'ordre secondaire et qu'elle émerge d'un souci d'harmoniser le cours de cinquième secondaire avec les cours du collégial, en vue de bien préparer les élèves.

De manière à mettre en évidence ce qui semblait important, nous avons contacté des professeurs de cégeps pour connaître leurs attentes envers les élèves arrivant du secondaire (voir Corriveau et Parenteau, 2005). À l'issue de ce travail, il ressortait plusieurs constats; deux ont particulièrement retenu mon attention.

D'abord, la synthèse de ce travail nous amenait à penser que les étudiants arrivant du secondaire avaient, selon les enseignants du collégial, plusieurs difficultés. Ces difficultés semblaient plus relever de « manières de faire » et de connaissances d'ordre « méta » que de connaissances sur de nouveaux objets (par exemples limites, dérivées, matrices, etc.) liés à l'extension des contenus. Voici quelques exemples (tirés des propos des enseignants) qui mettent cela en évidence :

> ***Enseignant A :*** *« L'enseignant veut justifier tout ce qu'il écrit au tableau, mais les étudiants ne comprennent pas pourquoi cela doit être fait. »*

---

[7] Contrairement aux programmes du secondaire, les programmes du collégial sont très peu détaillés, et ce qui est couvert par les enseignants dans les cours de mathématiques peut varier considérablement d'un enseignant à un autre.

[8] Ce projet a été réalisé dans le cadre d'un cours intitulé *Séminaire synthèse*, dans lequel les étudiants réalisent un projet original lié à l'enseignement des mathématiques au secondaire, et qui permet un retour réflexif sur l'ensemble de la formation reçue.

> ***Enseignant B :*** *« Les étudiants ont de la difficulté à comprendre la construction des objets mathématiques, à faire preuve de rigueur intellectuelle et à exprimer correctement les nuances. »*
>
> ***Enseignant C :*** *« Ils ont une maîtrise inadéquate du symbolisme, tant au niveau opératoire qu'en ce qui a trait à sa signification exacte, ce qui entraîne la construction d'énoncés vides de sens ainsi qu'une incapacité à choisir les moyens de calcul appropriés et efficaces pour résoudre un problème. »*

Dans ce qui précède, les enseignants ne parlent pas de contenus mathématiques, mais de certaines manières de faire des mathématiques. L'enseignant A relate des manières de faire des mathématiques comme enseignants où la justification est importante; l'enseignant B met en lumière des manières de faire (construire des objets, être rigoureux, etc.) avec lesquelles les étudiants ont des difficultés; et l'enseignant C parle de méta-connaissances qu'il considère nécessaires pour faire des mathématiques (capacité à choisir, utiliser le symbolisme). Ces enseignants soulignent des manières de faire, sans doute importantes pour eux, dans lesquelles les étudiants ne semblent pas se reconnaître et font aussi ressortir les difficultés que semblent éprouver leurs étudiants : il faut « justifier ce que l'on avance en maths », « faire preuve de rigueur », « savoir exprimer les nuances », « comprendre la construction des objets mathématiques », « savoir manipuler le symbolisme et comprendre ce qu'il signifie » et « savoir choisir les moyens appropriés et efficaces pour résoudre… ». Ces extraits, loin d'être explicites sur ce que signifie « faire des mathématiques », mettent toutefois en évidence que les enseignants ne répondent pas seulement en termes de contenus.

De cette étude, il ressortait par ailleurs que les enseignants du collégial interrogés avaient une certaine image de ce qui se fait en mathématiques au secondaire :

> ***Enseignant D :*** *« Ce qui constituait un exercice en soi au secondaire (une décomposition en facteurs par exemple) devient une simple étape dans la résolution d'un problème plus complexe au collégial. »*
>
> ***Enseignant E :*** *« [Les étudiants sont] incapables de reproduire correctement une définition ou une preuve, aussi simple soit-elle. Insécurité à réfléchir au-delà des automatismes et de l'exécution de tâches; [les étudiants] refusent le changement de perspective passant de l'opératoire au conceptuel. »*
>
> ***Enseignant F :*** *« Manque de rigueur intellectuelle; plusieurs n'ont appris qu'à exécuter des calculs sans réfléchir. »*

Les propos des enseignants du collégial au sujet du secondaire me posaient problème comme future enseignante dans la mesure où cela ne paraissait pas refléter ce que je connaissais du secondaire. Il me semblait, de mon point de vue, que tous les partenaires du secondaire (enseignants-associés, superviseurs de stages, collègues étudiants et enseignants en fonction) et moi travaillions au niveau conceptuel et non opératoire, que nos élèves pouvaient produire certaines preuves et il me semblait que nous les amenions à réfléchir sur leurs calculs.

Selon ce qui précède, le passage d'un ordre à un autre semble s'accompagner d'un écart entre les perceptions des enseignants du collégial à propos du secondaire et celle que j'en avais. À vrai dire, je me rends maintenant compte que j'étais confrontée, comme praticienne, aux incompréhensions réciproques :

- d'une part, ce que me disaient les enseignants du collégial faisait apparaître des éléments m'étant inconnus (des difficultés en termes de manières de faire);
- d'autre part, je ne reconnaissais pas le secondaire dans ce que ces enseignants en disaient.

Ce décalage entre mes perceptions et celles des enseignants du collégial me paraissait vraisemblablement lié au fait que les enseignants des deux ordres se côtoient rarement, ont peu l'occasion d'échanger, bref, vivent dans deux « mondes » différents. Force est de constater que les enseignants des ordres secondaire et collégial ont peu d'occasion d'échanger autour de l'enseignement des mathématiques. Comme le soulève Bednarz (2008) en ce qui a trait à la transition primaire secondaire, et qui est tout aussi pertinent pour la transition secondaire collégial, « un tel isolement est peu propice à une transition harmonieuse pour les élèves » (p. 2). Ce manque de communication était d'ailleurs soulevé dans plusieurs documents ministériels (infra §1.1.1). L'intérêt de s'attarder à la transition de manière à mieux comprendre ce qui se fait de part et d'autre m'apparaissait évident.

Ces constats m'ont amenée à vouloir pousser plus loin la question de la transition, particulièrement du point de vue de la démonstration et du formalisme. Il m'a paru relativement clair, à ce moment-là, que les difficultés des étudiants telles que perçues par leurs enseignants du collégial dépassaient les contenus. À cet égard, ce qui ressortait des *recherches à propos de l'ordre postsecondaire (par rapport au secondaire) faisait habituellement état d'un accroissement, par rapport au secondaire, des exigences en termes de démonstration et de formalisation (voir par exemple Robert, 1998).*

Je me suis alors investie dans un projet de maîtrise autour des questions de transition (Corriveau, 2007). L'étude portait sur une analyse de la transition secondaire collégial en mathématiques, examinée sous l'angle des exigences en termes de démonstration et de formalisme. Le point de vue adopté pour aborder cette transition était celui d'une analyse de toutes les tâches de démonstration données par une enseignante du collégial à ses étudiants dans le cadre d'un cours d'algèbre linéaire. J'ai ensuite évalué ce qui pouvait constituer une préparation à ces tâches en analysant les programmes du secondaire sous cet aspect.

Cette entrée en matière en ce qui a trait aux attentes du collégial, en termes de démonstration et de formalisme, pour aller plus loin sur les difficultés liées à la transition, au moyen de l'analyse des tâches données au collégial et des programmes du secondaire, met en évidence la double position dans laquelle je me plaçais. D'abord, je m'y positionnais comme chercheuse, quittant le milieu secondaire pour plonger davantage sur une analyse du collégial afin de comprendre les exigences de la transition. Mais ensuite, par ma formation et mon expérience, je pouvais induire d'autres difficultés liées à la transition par ma familiarité avec le secondaire. Ces difficultés n'étaient pas nécessairement identifiées ni identifiables dans l'analyse des programmes du secondaire et donc non explorées sur le plan de la recherche.

Cette étude m'a conduite à prendre conscience de l'écart important qui semblait exister, en enseignement des mathématiques, entre le secondaire et le collégial. Cette transition s'accompagnait certainement d'une complexification des contenus, ce qui n'est pas sans lien avec les difficultés relatives aux démonstrations, mais également d'une hausse du niveau de formalisme et d'un éclatement de la signification des symboles (Corriveau, 2007). J'avais également remarqué, au moyen d'une analyse de productions d'étudiants du collégial, des manifestations de « l'obstacle du formalisme »[9] *(Dorier et al., 1997) en lien avec des*

[9] « L'obstacle du formalisme se manifeste chez les étudiants qui opèrent sur la forme des expressions, sans considérer ces expressions comme faisant référence à autre chose qu'à elles-mêmes. Un des symptômes en est la

exigences (dans ce cas du collégial) qui relevaient souvent de l'implicite : savoir lire une égalité aussi bien de gauche à droite que de droite à gauche, comprendre l'universalité d'une règle énoncée avec des variables qu'on peut remplacer par des expressions plus complexes, utiliser une définition aux fins de calcul ou de démonstration, etc. (Corriveau, 2007, 2010a; Corriveau et Tanguay, 2007).

Mon projet de maîtrise m'a donc amenée à constater que les difficultés liées à la transition semblaient être de l'ordre de l'implicite. Lors d'une présentation dans le cadre du colloque international EMF, Drouhard (2006) parlait de « règles du jeu mathématique » et émettait alors l'hypothèse qu'en ce qui concerne les transitions, les changements de ces règles du jeu mathématique constituent des obstacles bien plus importants que les simples extensions et approfondissements du domaine d'étude des objets mathématiques en cause. Il illustrait son propos à l'aide du cas de la définition qui, selon lui, sert à expliquer ou décrire au secondaire mais sert à calculer et démontrer au postsecondaire. Ce constat, j'étais moi-même en train de l'observer : la démonstration aussi semble changer de statut dans le passage du secondaire au collégial. La démonstration est, au secondaire, un objet d'étude en soi : on apprend, en contexte géométrique, à démontrer, en deux colonnes par exemple, des résultats habituellement déjà connus des élèves. Or, dans le cours d'algèbre linéaire par exemple, on demande aux étudiants de démontrer dans le but de donner accès aux nouveaux objets mathématiques introduits et à leurs propriétés. La démonstration prend alors le statut d'outil (Douady, 1986).

Ces analyses m'amenaient à observer un changement dans le passage du secondaire au collégial relevant de manières de faire et contribuant, semble-t-il, aux difficultés des étudiants : des manières différentes de démontrer et de définir en mathématiques aux deux ordres scolaires. Qu'en est-il alors d'autres manières de faire des mathématiques, comme une manière d'introduire et d'utiliser un symbolisme, une manière de résoudre des problèmes, de

---

confusion entre différentes catégories d'objets mathématiques; par exemple, les ensembles sont traités comme des éléments d'ensembles, les transformations comme des vecteurs, les relations comme des équations, les vecteurs comme des nombres, et ainsi de suite. L'obstacle du formalisme fait produire aux étudiants un discours qui a les apparences du discours utilisé par l'enseignant ou le manuel. Pour être efficaces en tant qu'étudiants, ceux-ci vont souvent développer des automatismes » (Sierpinska, Dreyfus et Hillel, 1999, p. 12; trad. Tanguay, 2002, p. 37).

valider un résultat, d'utiliser différents modes de représentation, une manière de construire les objets et de les décrire. J'étais ainsi amenée à me demander ce que signifie faire des mathématiques au collégial et faire des mathématiques au secondaire. L'enseignant, celui qui fait des mathématiques en classe et qui fait faire des mathématiques à ses élèves ou étudiants, paraît manifestement, dans ce contexte, un acteur central.

1.2.2 Une première problématisation issue de la reconstruction de ce récit

En ayant fait apparaître une deuxième voix dans le récit, il se dégage une première problématisation de la transition secondaire postsecondaire élaborée autour de trois idées importantes :

Une perspective d'harmonisation à l'origine de l'intérêt pour la transition

C'est dans une posture de praticienne qu'une première préoccupation pour la transition émerge. Elle part de la pratique, de l'idée d'aménager le cours de cinquième secondaire pour préparer les élèves au collégial. La perspective sous-jacente est celle d'une harmonisation avec ce qui se fait au collégial, qui guide déjà au départ la nécessité d'interroger les enseignants du collégial; il s'agit d'aller chercher ce qu'ils font à cet ordre.

La considération du point de vue d'acteurs concernés par la transition et la nécessité d'engager un dialogue entre les enseignants des deux ordres

Cette préoccupation ouvre sur la recherche (celle menée à la maîtrise) dans une double posture de chercheuse-praticienne. L'idée est de mieux comprendre les exigences de l'ordre collégial, en ayant le souci de prendre en compte le point de vue des enseignants : d'abord par une enquête auprès d'enseignants du collégial et ensuite par une entrée sur la pratique d'une enseignante du collégial dans son cours. Une expérience d'enseignement au secondaire, bien que brève, amène aussi à comprendre que la seule analyse des programmes ne permet de saisir qu'une infime partie des enjeux de la transition.

À ceci s'ajoute un souci de briser l'isolement entre les ordres. Comme il a été mentionné à la p. 15 de ce chapitre : « j'étais confrontée, comme praticienne, aux incompréhensions réciproques : d'une part, ce que me disaient les enseignants du collégial faisait apparaître des éléments m'étant inconnus; d'autre part, je ne reconnaissais pas le secondaire dans ce que ces enseignants en disaient ». Ce constat fait ressortir un deuxième élément central de la problématisation : la nécessité d'un dialogue entre les enseignants des deux ordres pour aller plus loin sur l'éclairage des enjeux de transition. La perspective d'harmonisation décrite précédemment est étroitement liée à cette considération. En effet, tenir compte de ce qui est fait à l'autre ordre d'enseignement passe par une familiarisation progressive de la réalité vécue par l'autre (Bednarz, 2008). La considération des enseignants permet donc, d'une part, d'éclairer des aspects de l'ordre qui ne sont pas visibles à travers les programmes et à travers ce qui se fait explicitement, mais d'autre part, considérer les enseignants des deux ordres et engager un dialogue entre eux permet d'aller plus loin sur cette explicitation réciproque dans une perspective d'harmonisation. Réunir des enseignants qui se côtoient peu et qui autrement communiquent peu apparaît donc un enjeu clé pour les questions de transition. Collaborer autour de quoi ?

Un élément clé à considérer dans la transition : des manières de faire des mathématiques comme enseignant

Au cours de cette démarche de reconstruction, un objet pour aborder la transition se précise. D'abord, par les propos des enseignants du collégial, il se dégage que les manières de faire des mathématiques aux deux ordres s'avèrent importantes à considérer dans la transition. Cela est accrédité par ce qui ressort de la recherche de maîtrise en ce qui concerne la démonstration.

À ce stade, faire la lumière sur les recherches menées en didactique des mathématiques sur la transition secondaire postsecondaire semble important pour raffiner cette première problématisation.

1.3 Les recherches à propos de la transition secondaire postsecondaire en mathématiques

Des chercheurs de différents pays se sont intéressés aux transitions institutionnelles. Ces moments leur paraissent importants à considérer en lien avec la progression des apprentissages des élèves et leur réussite en mathématiques : transition primaire secondaire (voir par exemple Salin, 2003; Bednarz, 2006), transition secondaire postsecondaire[10] (Artigue, 2004; Bloch, 2000; Bloch et Ghedamsi, 2005; Bosch, Fonseca et Gascon, 2004; Corriveau, 2007; Gueudet, 2004; Najar, 2011; Praslon, 2000; De Vleeschouwer et Gueudet, 2011; Winsløw, 2007). Dans le cadre de rencontres internationales[11], la constitution de groupes dont le travail a porté spécifiquement sur ce thème montre bien l'importance qu'attache à ces questions la communauté internationale en enseignement des mathématiques. Les rapports de ces groupes soulignent les diverses ruptures[12] qui caractérisent les moments de transition entre deux ordres, notamment les sauts conceptuels importants qu'exige le travail sur des contenus abordés aux deux ordres concernés (Azrou, Tanguay et Vandebrouck, 2010; Bloch, Kientega et Tanguay, 2006; Durand-Guerrier, 2003). On pense par exemple au passage des nombres naturels aux nombres rationnels (Brousseau, 1981), de l'arithmétique à l'algèbre (Bednarz et Janvier, 1996) ou encore d'une géométrie empirique (dont on valide les résultats par des observations ou des constats d'ordre empirique) à une géométrie déductive (Salin, 2003). Ces passages caractérisent la transition du primaire au secondaire. Il en est ainsi, à un tout autre niveau, du passage des mathématiques dites « élémentaires » aux mathématiques dites « avancées », avec en

[10] Transitions secondaire collégial et collégial universitaire dans le cas du Québec. Il peut paraître délicat d'aborder le phénomène de transition interordres d'un point de vue international. La question se pose : quelle est la valeur des résultats obtenus en France quant à la transition Lycée-université (Gueudet, 2004), au Danemark (Winsløw, 2007), en Espagne (Bosch *et al.*, 2004), en Tunisie (Bloch et Ghedamsi, 2005) ou ailleurs, pour la transition secondaire-collégial propre au Québec (voir § 1.1.1), le collégial étant en soi une période de transition, une passerelle entre le secondaire et l'université. Ce choix de considérer les travaux concernant la transition secondaire postsecondaire au plan international a été fait puisque ces transitions sont proches de la transition secondaire collégial au Québec. En effet, même s'il y a des différences quant aux mathématiques travaillées (par exemple, certains des contenus du collégial sont vus au lycée), l'organisation du collégial ressemble aux premières années universitaires dans certains autres pays où les enseignants de l'institution concernée ont une formation disciplinaire (comme pour le collégial).

[11] Comme Espace Mathématique Francophone [EMF] (2003, gr. 5; 2006 gr. 6; 2009, gr. 7), Psychology of Mathematics Education [PME] (2011, *working session* 2), Psychology of Mathematics Education – North America [PME-NA] (2012) et d'autres encore.

[12] Que l'on pense en termes de ruptures fortes qui concerneraient les grands domaines pour lesquels on reconnaît qu'il y a des ruptures importantes (les passages à l'algèbre abstraite, à l'analyse en sont des exemples) ou à des microruptures d'ordre conceptuel (la manière de présenter les objets mathématiques par exemple) ou technique (des organisations mathématiques différentes pour résoudre des tâches (Praslon, 2000)).

particulier le passage de l'algèbre du secondaire à l'algèbre abstraite du postsecondaire, qui caractérise la transition secondaire postsecondaire[13].

Même si la communauté internationale montre ces moments de transition comme des moments décisifs, peu de travaux de recherche en ont fait un objet d'étude spécifique. La plupart de ces travaux considérés comme éclairants pour les questions de transition, nous le verrons par la suite, s'intéressent en effet à l'ordre postsecondaire et induisent des considérations sur la transition[14].

1.3.1 Des travaux issus d'un seul ordre qui éclairent la transition

Bien que plusieurs recherches s'attachent à un ordre précis (dans ce cas l'ordre postsecondaire) sans explicitement travailler sur les questions de transition, elles peuvent tout de même renseigner sur des enjeux potentiels de celle-ci. Les travaux qui pourraient se retrouver dans cette section sont nombreux. Il ne s'agit pas ici de les reprendre tous, mais bien de comprendre ce qu'ils amènent en ce qui a trait à la transition. Ils ont été regroupés en quatre sous-catégories correspondant à différentes entrées sur les mathématiques du postsecondaire.

1.3.1.1 Une entrée par des contenus spécifiques

Des didacticiens se sont penchés sur des questions d'apprentissage et d'enseignement de contenus spécifiques au niveau postsecondaire. Plusieurs domaines mathématiques ont été touchés. Parmi les plus étudiés, il y a certainement le calcul différentiel et intégral (voir par exemple Dubinsky, Weller, MacDonald et Brown, 2005*a*, 2005*b*; Hitt, 1998; Sierpinska,

---

[13]La question des contenus ne se pose pas seulement à propos de l'arrimage entre deux ordres d'enseignement, elle se pose également à l'intérieur d'un même cycle ou d'un même niveau. Cependant la rupture est plus nette et sans doute plus grande entre deux ordres d'enseignement, parce qu'en plus des ruptures en termes de contenus, les étudiants sont ici confrontés à des façons très différentes (nouvelles pour eux) d'approcher les mathématiques et leur enseignement (Bloch, Kientega et Tanguay, 2006; Corriveau et Tanguay, 2007; Durand-Guerrier, 2003).

[14] Des chercheuses ont recensé et commenté les travaux en lien avec la transition secondaire postsecondaire en mathématiques (Artigue a présenté à ce sujet dans un groupe de travail EMF 2009 et Gueudet a proposé des synthèses en 2006 et 2008). Ces chercheuses ont regroupé, sous différents thèmes, les divers travaux qui ont abordé, plus ou moins directement, les questions relatives à la transition. J'ai pris comme point de départ ces textes synthèses pour identifier les travaux importants liés à la transition, toutefois à l'aide d'un découpage et d'un point de vue différents. Évidemment, d'autres résultats de recherche se sont ajoutés depuis leurs recensions.

1985; Tall, 2001), l'analyse (par exemple Artigue, 1998), l'algèbre linéaire (par exemple Dorier et *al.*, 1997; Sierpinska, Dreyfus et Hillel, 1999) et l'algèbre abstraite (par exemple Lajoie et Mura, 2000). Ces travaux ont permis d'identifier, dans des contenus spécifiques aux mathématiques avancées, les difficultés des étudiants à s'approprier certains concepts de niveau postsecondaire et à en construire le sens. Par exemple, des recherches ont permis de mettre en évidence l'obstacle du formalisme en algèbre linéaire (Dorier et *al.*, 1997; Harel et Sowder, 1998; Sierpinska, Dreyfus, et Hillel, 1999) ou encore les obstacles épistémologiques[15] en lien avec les notions d'infini et de limite dans les cours de calcul différentiel et intégral (Sierpinska, 1985).

Ces différents travaux autour de contenus précis ne portent pas directement sur la transition, mais contribuent en quelque sorte à éclairer les questions de transition en donnant des pistes pour comprendre les difficultés des étudiants lorsqu'ils abordent l'ordre postsecondaire. En effet, de ces travaux, on déduit par exemple que dans leur passé mathématique, les étudiants ont peu manipulé des objets symboliquement et formellement, ont été peu mis en contact avec des objets (symbolisés) autres que des nombres, ou encore ont pu développer certaines conceptions qui s'instituent en obstacles à l'apprentissage de nouveaux concepts.

1.3.1.2 Une entrée par les modes de fonctionnement en mathématiques

Le passage des mathématiques élémentaires aux mathématiques avancées s'accompagne de nouvelles exigences en termes de résolution de problèmes, d'apprentissage de nouveaux concepts et de démonstration (Robert, 1998). Certains ont cherché à comprendre les difficultés dans ce passage des mathématiques élémentaires aux mathématiques avancées sous l'angle de ce que Gueudet (2008*b*) nomme « l'organisation des connaissances » et ce, en prenant comme cadre de référence dans cette analyse le travail des mathématiciens[16]. Les mathématiciens, devant un problème, nous disent ces chercheurs, font appel à une pluralité de ressources cognitives et montrent une grande flexibilité à choisir celles qui sont utiles à la

---

[15]Concept introduit par Bachelard (1938) en philosophie des sciences, et repris par Brousseau (1976) en didactique des mathématiques.

[16]En faisant cela, Gueudet prend le fonctionnement des mathématiciens comme référence pour considérer l'apprentissage des mathématiques avancées. Les distances prises par rapport à une telle position dans le cadre de cette recherche sont discutées ultérieurement.

résolution. Un tel contrôle sur l'activité mathématique ne se retrouve pas chez les étudiants des premières années universitaires, qui rencontrent des difficultés dans les tâches qui leur sont proposées.

Par exemple, par rapport à la résolution de problèmes, Lithner (2001) distingue deux types de raisonnement : le raisonnement plausible et le raisonnement fondé sur des expériences. Un raisonnement plausible s'appuie sur des propriétés mathématiques alors qu'un raisonnement fondé sur des expériences s'appuie sur des notions et des procédures élaborées par la personne sur la base de ses expériences passées (dans un environnement d'apprentissage). Un exemple lié aux fonctions peut ici illustrer ce qui précède. Dans la résolution d'un problème, les expériences passées vécues par les élèves en termes de recours à certains modes de représentation (tableaux de valeurs, graphique) pourraient amener l'étudiant à repérer une solution sur le graphique d'une fonction. Or, la résolution attendue dans ce problème s'appuierait sur un raisonnement basé sur les propriétés mathématiques des fonctions. En observant des étudiants de première année au postsecondaire, Lithner a montré qu'en contexte de résolution de problème, leur stratégie était surtout basée sur un recours à un raisonnement fondé sur des expériences. Le raisonnement plausible ne se manifestait que localement. Or, les mathématiciens, en résolution de problèmes, font preuve d'une grande flexibilité et utilisent à la fois le raisonnement plausible et celui basé sur des expériences.

Cette flexibilité se manifeste également dans le recours à ce que Sierpinska (2000) nomme la pensée théorique (tournée vers le texte et les connexions logiques) et la pensée pratique (tournée vers l'action et les associations de type empirique), qui sont toutes deux utilisées par les mathématiciens. Plusieurs des difficultés rencontrées par les étudiants dans leurs premières années d'études postsecondaires peuvent être vues comme les conséquences d'une utilisation trop exclusive de la pensée pratique. Sierpinska a observé, dans un cours d'algèbre linéaire, que les étudiants s'attachent à des exemples « prototypiques » qu'ils connaissent, sans toutefois arriver à développer une compréhension théorique des concepts en jeu.

En plus de ces exigences dans les modes de fonctionnement (flexibilité, recours à une pensée théorique et pratique), la transition du secondaire vers le postsecondaire s'accompagne d'exigences accrues en ce qui a trait à la « rigueur mathématique ». Robert (1998) précise pour sa part que ces exigences, notamment en matière de démonstration et de formalisation, s'accroissent et se complexifient dans les dernières années du lycée et dans les premières années d'université. De nouvelles pratiques, qu'elle qualifie d' « expertes », parce qu'elles ressemblent de plus en plus aux pratiques mathématiques des mathématiciens, sont attendues de la part des étudiants et elle en repère les éléments de complexité : des types de problèmes jamais rencontrés jusqu'alors, une pluralité d'arguments à faire intervenir concurremment pour un problème donné, des arguments à appliquer à répétition, une sélection d'informations (par exemple, un théorème à appliquer « en partie » seulement), des changements de cadre (à la charge de l'élève-étudiant), de registre de représentations, de point de vue et d'angle d'attaque, et des quantifications implicites à repérer et à prendre en compte.

Encore une fois, du point de vue de la transition, ces divers travaux mettent en évidence les exigences accrues des mathématiques travaillées à l'ordre postsecondaire vis-à-vis des étudiants, et les sauts importants dans le passage des mathématiques élémentaires aux mathématiques avancées en termes de modes de fonctionnement. Ces exigences sont formulées en référence à l'activité du mathématicien, à ses modes de fonctionnement.

1.3.1.3 Une entrée par la pensée mathématique avancée

Au début des années 1990, Tall éditait un collectif portant sur l'apprentissage des mathématiques au postsecondaire, et dont le thème principal était celui de la pensée mathématique avancée (« Advanced Mathematical Thinking »). Plus spécifiquement, ce collectif cherche à clarifier les processus mentaux qui permettent aux étudiants d'entrer dans la pensée mathématique avancée et les difficultés rencontrées par ceux-ci lorsqu'ils développent ces processus mentaux. Tall (1992, 1995) tente dans cette perspective, dans une analyse théorique, de définir ce qu'est la pensée mathématique avancée en la différenciant des processus cognitifs élémentaires en mathématiques[17].

---

[17] Bien que certains des travaux cités dans cette section tentent de préciser la pensée mathématique élémentaire, j'ai tout de même choisi de considérer que leur angle privilégié était celui des mathématiques du postsecondaire. En effet, ces travaux ont été faits et utilisés par des chercheurs qui s'intéressaient principalement aux mathématiques du postsecondaire.

Il distingue, dans la pensée mathématique élémentaire, deux processus cognitifs qui se construisent en même temps (Tall, 1995) : l'un sensori-moteur devenant verbal, et amenant au processus de déduction (on manipule des objets accessibles visuellement, on les analyse, on teste leurs propriétés, on les décrit, on les classe selon leurs propriétés, etc.), et l'autre utilisant des symboles pour représenter un processus (tel que compter, additionner, multiplier, etc.) ou un concept sur lequel raisonner (tels les concepts de nombre, de somme, de produit, etc.). Les structures cognitives de la pensée mathématique avancée sont, pour leur part, produites par une vaste gamme d'activités mathématiques qui servent à construire de nouvelles idées prolongeant un système toujours croissant de théorèmes établis. La pensée mathématique avancée porte sur la création de nouvelles idées mathématiques et la formulation de ces idées dans une théorie axiomatique mathématique. De ce point de vue, la transition exige donc une reconstruction cognitive. Tall précise :

> To move to more advanced mathematical thinking involves a difficult transition, from a position where concepts have an intuitive basis founded on experience, to one where they are specified by formal definitions and their properties reconstructed through logical deduction (1992, p. 495).

Selon Gueudet (2008*a*), d'autres chercheurs conçoivent différemment la pensée mathématique avancée. Par exemple, il ne semble pas y avoir, pour Dubinsky (1991), de distinction claire entre les processus cognitifs de la pensée mathématique élémentaire et avancée. Les tenants de la « théorie APOS » (Actions, Processes, Objects, Scheme theory) introduite par Dubinsky (1991) partent de l'hypothèse que toute connaissance mathématique se construit par l'intériorisation d'*actions* et l'encapsulation de *processus*.

Une *action* est la manipulation d'objets physiques ou déjà construits mentalement. Lorsqu'un élève répète certaines actions, il les intériorise et les actions deviennent un *processus* mental. À ce stade, un élève peut prévoir des résultats d'actions sans nécessairement réaliser l'action. Ensuite, la réflexion sur le processus lui-même peut amener l'élève à considérer ce processus globalement; on va alors dire qu'il a *encapsulé* le processus en un nouvel objet[18]. Les actions

---

[18] Voici un exemple en lien avec la notion de dérivation. Elle est d'abord perçue comme une action – calculer la pente de la tangente en un point du graphique d'une fonction – puis comme un processus, étudier les variations d'une fonction selon sa dérivée – et ensuite, comme un objet sur lequel on peut agir – considérer la dérivation comme réciproque de l'intégration.

d'intériorisation d'objets et les encapsulations de processus caractérisent ensemble le processus de la pensée mathématique, que cette dernière concerne les mathématiques élémentaires ou avancées. La distinction entre les mathématiques élémentaires et avancées ne réside donc pas tant, pour ces chercheurs, dans les processus mentaux en jeu que dans le fait que les concepts rencontrés à l'université nécessitent des intériorisations et des encapsulations plus nombreuses et plus rapides que les concepts abordés au secondaire (Gueudet, 2008*b*). Ils mettent ainsi en lumière un aspect de la complexité de ce passage secondaire postsecondaire pour les élèves.

Cette analyse de la pensée mathématique avancée, non univoque, permet d'entrevoir des difficultés auxquelles sera confronté l'étudiant dans le passage secondaire postsecondaire en mathématiques, qui marque l'entrée dans une pensée mathématique avancée.

1.3.1.4 Une entrée par la nature des mathématiques du postsecondaire

Plusieurs didacticiens s'entendent pour dire que la nature formalisatrice, unificatrice et généralisatrice des concepts abordés dans l'enseignement postsecondaire — Robert parle alors de « concept FUG » (formalisateur, unificateur et généralisateur) — commandent un niveau d'abstraction et de généralisation à la source de plusieurs difficultés des étudiants (Dreyfus, 1991; Edward, Dubinsky et McDonald, 2005; Harel et Tall, 1991; Luk, 2005; Robert et Schwarzenberger, 1991).

Une analyse épistémologique du développement des mathématiques dans l'histoire permet, par ailleurs, de distinguer trois classes d'objets mathématiques : ceux qui se constituent en *réponse à un problème*, ceux qui sont l'*extension de concepts* et ceux qui *unifient, généralisent et formalisent* plusieurs autres concepts (Robert, 1998). Cette distinction importante pose le problème, en didactique, de la recherche, dans ce cadre, de situations fondamentales au sens de Brousseau (1998) : il n'existe pas de situation fondamentale qui puisse permettre de construire les objets mathématiques pour les deux dernières classes d'objets, ceux-ci ne se constituant pas en *réponse à un problème*. Le travail des mathématiques avancées va ainsi porter en partie sur les structures (de corps, d'anneau, de groupe, d'espace vectoriel, etc.). On extrait une structure commune à différents cadres[19] mathématiques pour l'étudier en elle-même. Dit autrement, on érige une théorie générale (formalisatrice et généralisatrice) qui permet de tisser des liens entre plusieurs cadres mathématiques (une théorie unificatrice). Dans la transition secondaire postsecondaire, cela se retrouve par exemple dans le passage des *vecteurs géométriques*, comme objet mathématique d'enseignement au secondaire, à la structure d'*espace vectoriel,* comme objet d'enseignement au collégial. Il s'agit d'une structure mathématique abstraite, qui formalise les propriétés des vecteurs géométriques tout en permettant d'étendre leur application à d'autres ensembles : l'ensemble des n-tuplets de nombres réels, l'ensemble des polynômes, celui des matrices de format $m \times n$, l'ensemble des nombres complexes, etc.

L'analyse précédente montre que les objets mathématiques considérés au postsecondaire sont issus du souci d'établir des liens entre différents cadres mathématiques, et non d'obtenir une réponse à un problème ou à une classe de problèmes[20]. Du point de vue de la transition, la nature FUG de ces objets nécessite donc un autre ancrage, et le passage d'un ordre à l'autre s'accompagne d'un changement de la nature des concepts mathématiques considérés.

En synthèse

En résumé, les recherches présentées dans cette section ne portent qu'indirectement sur les questions de transition. En effet, elles sont riches pour la compréhension des mathématiques du postsecondaire qu'elles contribuent à éclairer sous plusieurs dimensions complémentaires : les modes de fonctionnement qu'elles exigent (flexibilité, pensée théorique et pratique), les processus mentaux requis (nombreux et rapides), le niveau d'abstraction et de généralisation qu'elles requièrent, la nature différente des objets en cause, qui ne peuvent pas toujours être associés à une classe de problèmes, certains contenus et processus. Cette caractérisation permet d'induire des difficultés que peuvent rencontrer les

---

[19] Les objets associés à un domaine des mathématiques, les relations entre ces objets, les formulations et les images mentales que génèrent ces objets et relations forment ce que Douady (1986, p. 11) appelle un *cadre.* La résolution d'un problème va nécessiter un travail à l'intérieur d'un cadre, mais aussi parfois le passage d'un cadre à un autre (du numérique à l'algébrique, de l'algébrique au géométrique, etc.)

[20] Cette analyse prend racine dans la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), dans laquelle on suppose l'existence d'au moins un problème qui sollicite chez l'élève le besoin de construire une connaissance. C'est l'hypothèse de la situation fondamentale.

élèves et les étudiants dans le passage d'un ordre à l'autre. La transition est donc ici abordée du point de vue des mathématiques à l'œuvre et de l'apprentissage des élèves/étudiants. Cependant, bien qu'elles laissent entrevoir des difficultés liées à la transition, là n'est pas leur objet d'étude. Ces recherches ne cherchent pas à analyser pas ce qui se passe à l'autre ordre. Allons voir du côté des travaux qui ont considéré les deux ordres d'enseignement.

1.3.2 La transition secondaire postsecondaire abordée du point de vue de la comparaison entre les ordres

Certains ont abordé la transition dans l'idée de comparer les deux ordres et de faire ressortir des différences.

1.3.2.1 Analyse en termes d'organisations mathématiques

Ceux qui ont pris l'angle de la comparaison pour aborder la transition l'ont fait essentiellement d'un point de vue institutionnel. Ils optent pour une analyse de documents officiels (produits par les institutions) comme les programmes, les examens nationaux (en France), les tâches des manuels et dans certains cas, les solutions d'élèves en réponse à ces tâches. Ils s'appuient pour cette analyse sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1992; 1999). Cette perspective anthropologique insiste sur la relativité des objets de connaissance aux institutions dans lesquelles ils se situent. Gueudet (2004), Bosch et *al.* (2004), Winsløw (2007) et Najar (2011) ont étudié ces rapports institutionnels en termes de praxéologies mathématiques[21], à partir d'une analyse de tâches données au secondaire et au postsecondaire[22]. Winsløw dénote ainsi deux types de transition en lien avec les praxéologies : la première est un passage des activités du bloc « tâche-technique » au secondaire à une praxéologie plus complète (impliquant les quatre composantes : tâche-technique et technologie-théorie) à l'université. Dans le second type de transition, des types de tâches impliquant des objets théoriques apparaissent à l'université : le bloc

[21] Les organisations mathématiques, aussi appelées praxéologies, ont quatre composantes : tâche, technique, technologie et théorie. Tout type de tâches suppose la mise en œuvre d'une certaine manière de faire, la technique; ce savoir-faire sera éventuellement justifié par un discours raisonné, la technologie, qui est justifiable par une théorie (Bosch et Chevallard, 1999).

[22] Gueudet s'intéresse aux mêmes tâches aux deux ordres en géométrie au secondaire et en algèbre linéaire au postsecondaire, Najar étudie l'évolution des notions ensemblistes fonctionnelles dans la transition.

« technologie-théorie » d'une praxéologie[23] du secondaire devient le bloc « tâche-technique » du postsecondaire.

1.3.2.2 Analyse en termes de domaines de travail

Vandebrouck (2010, 2011) propose de comprendre les difficultés des étudiants à leur entrée à l'université, dans le cours d'Analyse, autour du concept de fonction. Un travail en amont à partir de la littérature en didactique des mathématiques et d'une analyse des programmes lui fait voir les fonctions en termes de « domaines de travail »[24] : un premier domaine d'entrée dans la pensée fonctionnelle, un deuxième domaine de travail très algébrisé et un troisième domaine analytique. À travers l'analyse de productions d'étudiants à leur entrée à l'université, Vandebrouck (2011) met en évidence que bien que l'enseignement secondaire couvre les deux premiers domaines de travail, les étudiants se situent davantage dans un travail très algébrisé alors que l'entrée dans le domaine analytique nécessiterait une aisance avec les deux premiers domaines.

1.3.2.3 Une entrée par la culture mathématique pour comparer les deux ordres

Sans se placer par ses données empiriques, comme les études précédentes, à la fois au secondaire et au postsecondaire, la réflexion développée par Artigue (2004) se situe également dans une perspective comparative des deux ordres. Elle va parler ainsi de deux cultures mathématiques : celle du secondaire et celle du postsecondaire. En fait, elle tire cette conclusion d'une étude menée sur l'enseignement des mathématiques au secondaire en France dont elle tente de préciser la culture par une analyse du programme du secondaire et de l'examen national qui clôt les études secondaires (le baccalauréat).

Sous cette notion de culture mathématique, Artigue (2004, p. 4) rassemble :

---

[23] De Vleeschouwer et Gueudet (2011) confirment les résultats de Winsløw mais cette fois-ci, autour de la notion de dualité en algèbre linéaire et ce, à partir de productions d'étudiants.

[24] Vandebrouck (2010, p. 8) rapporte qu'un domaine de travail (Robert, 2003) est un « ensemble auto-consistant, cohérent, enseigné ou enseignable, spécifié par des fondements, un corps de définition, des modes de raisonnements et enfin un corps de problèmes que l'on peut résoudre en son sein ».

> les convictions partagées de ceux qui s'y rassemblent [...] [les mathématiques] c'est beaucoup plus que l'objet lui-même [les contenus auxquels elles réfèrent], c'est aussi les modes de pensée, les savoir-faire et les pratiques qui ont guidé sa conception et sa construction.

Elle découpe cette culture mathématique en trois niveaux, qu'elle reprend de la théorie de l'anthropologue Hall (1959) :

- le *niveau formel*, qui selon elle correspond aux croyances sur ce que sont les mathématiques, les outils et méthodes;
- le *niveau informel,* qu'elle décrit comme les « schémas d'action et de pensée, [les] manières non explicitées de faire les choses, de penser et de raisonner qui résultent de l'expérience et de la pratique » (p. 47);
- le *niveau technique,* qu'elle présente comme la partie explicitée de la connaissance, référant aux techniques institutionnalisées et aux théories (Artigue, 2004).

Artigue tente alors de préciser davantage la culture mathématique du secondaire, en entrant sur le plan *technique* de cette culture (la partie explicitée de la connaissance) via une analyse des programmes et des évaluations. Elle émet l'hypothèse que la culture du secondaire se caractérise « par la rencontre de nombreux domaines et problèmes, mais une rencontre qui peut rester superficielle, les élèves n'ayant pas assez de temps pour réellement opérationnaliser, stabiliser et structurer leurs connaissances » (*ibid*, p. 4). Selon Artigue (2004), la fragilité des connaissances des élèves qui terminent le lycée est en partie due au caractère très contextualisé de leurs connaissances. Pour elle, cela n'a rien d'étonnant :

> [...] les connaissances émergent de pratiques et ces pratiques sont situées. De plus, il ne suffit pas qu'un discours ait cherché à dégager ces connaissances de leur contexte pour que l'alchimie s'opère et que l'on passe de connaissances à des savoirs réutilisables dans d'autres contextes. À ceci s'ajoute le fait qu'une grande partie de nos connaissances, de nos savoir-faire se situe au niveau informel de la culture mathématique. Elles sont acquises par l'action, l'expérience, l'imitation; elles sont non verbalisées et souvent non verbalisables.
>
> Ceci confère une complexité supplémentaire aux problèmes de transition. En effet, l'observation des enseignants montre que, pour mobiliser chez leurs élèves de telles connaissances, ils font de façon consciente ou non appel à la mémoire du groupe, de la classe, ou alors joue sur le contrat didactique (Brousseau, 1990, 1998) : on évoque un moment de l'histoire commune, le jour où l'on a fait telle ou telle chose et cela suffit à débloquer la situation, ou alors l'on fait discrètement

> référence aux règles du jeu didactique[25]. On ne peut plus évoquer une histoire partagée et les règles du jeu didactique, largement implicites, sont à reconstruire (p. 49).

Bien qu'elle soit passée par l'étude du programme et des évaluations, c'est-à-dire par la partie explicitée de la connaissance, Artigue met en évidence, dans ces citations, que l'étude de la transition dépasse le plan *technique* de la culture. Une grande partie des connaissances, des savoir-faire se situent au niveau informel de cette culture. Artigue souligne l'importance de ces éléments implicites, mais la réflexion sur l'éclairage qu'ils apportent reste à faire.

En synthèse

Ces recherches ont abordé la transition sous l'angle de la comparaison entre les deux ordres d'enseignement. Cette comparaison est principalement abordée sous l'angle d'une analyse comparative des tâches et programmes aux deux ordres, la part en quelque sorte explicite de ce qui est travaillé à chacun des ordres, analysé dans ce cas avec des cadres de référence différents, celui des praxéologies, des domaines de travail ou de la culture. La transition concerne aussi la manière dont est ou peut être pensé le passage entre les deux ordres. Où se situent les travaux qui ont porté sur l'articulation entre les deux ordres ?

1.3.3 La transition secondaire postsecondaire abordée du point de vue de l'articulation entre les ordres

Parmi les études qui se sont intéressées à l'articulation entre les deux ordres, secondaire et postsecondaire, figurent celles de Bloch (2000) et de Praslon (2000), qui portent sur l'enseignement et l'apprentissage de l'analyse. Bloch (2000) a conçu et expérimenté deux situations d'enseignement dans une classe de la fin du lycée en France, documentant l'apport de celles-ci à l'apprentissage des élèves. Ces résultats ont été mis en relation avec les connaissances préalables que requiert le premier cours d'analyse à l'université, connaissances que l'auteure a mises en évidence par l'analyse de transcriptions de cours et de productions d'étudiants universitaires dans ces cours. Bloch conclut qu'il est possible de mettre en place, pour les élèves de la fin du secondaire, un enseignement préparatoire à l'analyse à la jonction secondaire postsecondaire.

---

[25] Attention, ce n'est pas propre aux transitions interordres mais au changement de niveau en général.

Quant à Praslon, en plus d'avoir proposé une comparaison en termes de rapports au savoir liés à la notion de dérivée à partir de tâches et de productions d'élèves, il a proposé à des étudiants de première année universitaire des ateliers en petits groupes autour de tâches facilitant la transition. Ces ateliers, conçus par le chercheur, ont été élaborés à la suite de l'analyse comparative des tâches aux deux ordres. Selon Praslon, dans le domaine de l'analyse, le passage du secondaire au postsecondaire s'accompagne d'une accumulation de micro-ruptures. Praslon confirme l'existence d'un « vide didactique »[26] que les étudiants doivent eux-mêmes combler dans la transition.

En synthèse

Dans les études précédentes, on se place dans une perspective de préparation à l'ordre supérieur, avec l'idée de faciliter cette transition pour les élèves. Ce sont les chercheurs qui ont pris en charge cette question de l'articulation secondaire postsecondaire, en mettant en place des dispositifs *ad hoc* d'enseignement, dans un cas au secondaire et dans l'autre à l'université. Ces dispositifs reposent par ailleurs sur des analyses réalisées par ces chercheurs qui portent principalement sur les tâches, les notes de cours et les productions des élèves à un ou deux ordres. On rejoint ici l'idée d'une analyse comparative des deux ordres sur un même contenu, à travers les tâches, pour avancer sur la conception d'activités en amont ou en aval préparant à l'ordre postsecondaire et cherchant à combler le « vide didactique » souvent laissé à la charge des étudiants. Ces travaux proposent une manière de penser autrement la transition, dans une perspective d'articulation.

1.3.4 Un retour sur l'ensemble de ces travaux

Tout ce qui précède (§1.3.1, §1.3.2, §1.3.3) tend à montrer que, peu importe le point de vue, les transitions sont difficiles pour les élèves puisque la nature des mathématiques (des mathématiques élémentaires aux mathématiques avancées) change, parce que l'organisation mathématique des tâches ou le domaine de travail en jeu sont différents, parce qu'il y a un changement de culture mathématique de sorte qu'une articulation entre les deux ordres doit

---

[26] Selon l'analyse des tâches qu'a faite Praslon (2000), les tâches du postsecondaire sont tout à fait inhabituelles pour les étudiants qui arrivent du lycée. Du point de vue de l'activité mathématique (comme le degré de généralité, l'usage du formalisme, etc.), ces tâches ne sont pas maîtrisées par les étudiants du Lycée. Or, ces tâches ne font pas l'objet d'une gestion particulière dans la transition, ce qui crée un « vide didactique ».

être pensée. Du point de vue des chercheurs, à la lumière des différents travaux présentés, la transition du secondaire au postsecondaire relève d'une rupture, à la source de difficultés importantes chez les élèves, obligeant à une véritable restructuration. Or, certains travaux portant sur les élèves et les étudiants eux-mêmes nous incitent à regarder de plus près cette façon de voir la transition.

Selon Hernandez et *al.* (2011), cette vision de la transition comme difficile et problématique est en effet contrebalancée par un discours beaucoup plus positif lorsqu'on s'adresse directement aux élèves qui appréhendent la transition ou à ceux qui l'ont déjà vécue. Il est juste, rapportent-ils, que les élèves appréhendent des difficultés ou y sont confrontés (aux plans mathématique et social), mais ce discours est largement contrebalancé par un discours montrant qu'ils apprécient d'une certaine façon ces moments plus difficiles : cela les rend plus autonomes, plus responsables, disent-ils, et ils redoublent d'effort pour surmonter leurs difficultés. Toujours du point de vue des élèves, Clark et Lovric (2008) proposent un modèle théorique de la transition secondaire postsecondaire en mathématiques qui s'appuie sur le concept anthropologique de « rite de passage ». Pour eux, et selon leur modèle, une transition douce ou harmonieuse n'est peut-être pas souhaitable. Le choc est inévitable pour les étudiants puisque le rite de passage est un changement d'une situation bien définie à une autre situation bien définie. La question qui se pose est alors la suivante : peut-on dire que la situation du secondaire et celle du collégial sont bien définies ? En connaît-on clairement les règles de fonctionnement ? Ces regards multiples sur la transition, celui des chercheurs (à propos des mathématiques travaillées aux deux ordres, des tâches ou de la culture), et celui des élèves et de ce qu'ils en disent ou pensent, nous ramènent en arrière-plan à une certaine vision de ce que représente cette transition, dont la signification n'est pas univoque (on la voit en termes de rupture qu'on associe à des sauts conceptuels du point de vue d'une progression dans le processus d'apprentissage des étudiants, ou en termes de différences lorsque la transition est associée à une comparaison entre des tâches ou des cultures, par exemple).

Quoiqu'il en soit, la synthèse précédente donne à voir un panorama des recherches en didactique des mathématiques autour de la transition secondaire postsecondaire. Ces recherches éclairent toutes, à leur façon, la transition : soit au moyen d'une analyse ne portant que sur un ordre donné, de laquelle les chercheurs induisent les difficultés que vont rencontrer les élèves, soit à travers une analyse comparative des deux ordres portant essentiellement sur les tâches, les programmes, les évaluations, la dimension explicitée, institutionnalisée de l'enseignement des mathématiques à ces deux ordres, soit encore par l'intermédiaire de quelques propositions d'articulation menées au regard d'un contenu précis ou encore du point de vue des élèves et étudiants. Dans ce qui suit, les éléments soulevés dans la reconstitution du récit (§1.2) et ceux soulevés dans la présentation des travaux de recherche entrent en discussion. Qu'amènent ces travaux de recherche du point de vue des éléments soulevés par la première problématisation ? Qu'est-ce que peut apporter notre recherche comme éclairage dans le paysage des travaux sur la transition ?

1.4 Un raffinement de la problématisation initiale à la lumière des travaux sur la transition

Les recherches présentées à la section précédente permettent de raffiner la problématisation de départ et l'objet de recherche. Les trois idées importantes issues de la reconstitution du récit et de la première problématisation sont revisitées à la lumière des recherches précédentes. Plus précisément, les trois éléments qui ressortent de cette première problématisation, des manières de faire des mathématiques comme enseignants (un certain objet de recherche), la considération du point de vue des enseignants concernés par la transition et d'une mise en dialogue des enseignants des deux ordres (une manière d'aborder cet objet), et la perspective d'harmonisation (un arrière-plan à cette mise en dialogue), amènent à positionner cette recherche par rapport à celles menées autour de la transition secondaire postsecondaire, tant aux niveaux épistémologique, méthodologique qu'éthique.

1.4.1 Des *manières de faire des mathématiques comme enseignants* comme objet de recherche

La revue des travaux de recherche fait tout d'abord ressortir la quasi-absence de ces manières de faire des mathématiques[27] (MFM) comme objet d'étude dans l'analyse des mathématiques de l'ordre postsecondaire ou dans la comparaison entre les ordres secondaire ou postsecondaire. Il est juste de parler de quasi-absence car ces MFM trouvent un certain écho dans les travaux de recherche portant sur les difficultés liées aux exigences et aux modes de fonctionnement des mathématiques avancées (voir §1.3.1.2). Ces exigences ne sont pas en effet sans rappeler les difficultés liées aux manières de faire dont parlent les enseignants du collégial dans les entrevues réalisées avec eux, mais aussi dans ce qui se dégage du mémoire de maîtrise au sujet de la démonstration : des exigences en résolution de problèmes, des exigences accrues de formalisation et de symbolisation dans la preuve (voir §1.2.1). Toutefois, la pratique de référence dans les deux cas n'est pas du tout la même : les manières de faire des mathématiques des enseignants (du collégial) dans un cas et des manières de faire des mathématiques de mathématiciens dans l'autre. Ces exigences en termes de modes de fonctionnement du postsecondaire sont, en effet, dans les travaux de recherche dont il a été question, retracées à travers celles des mathématiciens. On compare alors les modes de fonctionnement développés par les élèves à ceux des mathématiciens qui, selon Robert (1998), sont une référence importante pour les enseignants à cet ordre.

Il est difficile de cibler précisément ce qui sous-tend la position de Robert. S'agit-il de mathématiciens chercheurs, engagés dans la recherche, ou de personnes qui font des mathématiques professionnellement : professeurs d'université intervenant dans les cours, informaticiens ou scientifiques utilisant les mathématiques, etc. ?

La référence aux modes de fonctionnement des mathématiciens comme points de comparaison pour analyser les modes de fonctionnement des étudiants peut être interrogée. Rappelons que pour Artigue (2004), qui amène l'idée de culture mathématique, les

---

[27] Comme les manières de faire des mathématiques comme enseignants constitue l'objet de cette recherchée et qu'en conséquence, il sera employé fréquemment, il apparaît convenable, pour alléger la lecture, d'utiliser une abréviation. Ainsi, l'abréviation MFM sera utilisée ultérieurement.

mathématiques sont bien plus que des objets, des modes de pensée, elles sont aussi des savoir-faire, des pratiques, des convictions partagées par ceux qui s'y rassemblent, et « ces pratiques sont situées » (p. 49). Du point de vue des études menées au postsecondaire, notamment sur les modes de fonctionnement en mathématiques, les « modes de fonctionnement » au postsecondaire semblent calqués (implicitement tout au moins) sur ceux des mathématiciens. Or, il semble, à l'instar d'Artigue, que ces manières de faire des mathématiques des différents acteurs sont ancrées dans un contexte, caractéristiques d'une certaine culture mathématique.

La position adoptée dans le cadre de cette recherche est qu'il y a des distinctions entre toutes ces manières de faire des mathématiques : celles de professionnels-mathématiciens (les statisticiens, actuaires ou des consultants qui ont recours aux mathématiques dans leur profession); celles de ceux qui font de la recherche en mathématiques et continuent de créer dans ce domaine; celles d'enseignants du primaire, du secondaire, du collégial qui les enseignent et en font faire aux élèves et étudiants; voire celles développées en dehors de l'école (Lave, 1988; Traoré, 2006), en milieu de travail ou dans la vie quotidienne. Cette distinction, non présente dans les travaux exposés, semble importante à faire. C'est d'ailleurs ce que montrent les travaux de recherche portant sur les mathématiques au travail (Noss, Pozzi et Hoyles, 1999; Noss, 2002) ou encore ceux de Burton (2004, 2007), portant sur les pratiques de chercheurs mathématiciens. Cette auteure a montré que les mathématiciens reconnaissent eux-mêmes qu'il y a une distinction entre leurs MFM lorsqu'ils trouvent et prouvent des théorèmes et la manière dont ils les font en classe[28]. Ces manières de faire des mathématiques des différents acteurs sont donc situées et ancrées dans un contexte particulier, elles sont caractéristiques d'une certaine culture mathématique (dans laquelle les élèves vont être plongés).

À cet égard, pour Hall (1959), ce sont les manières de faire, souvent non explicitées, et les activités intégrées inconsciemment dans les pratiques quotidiennes qui mènent aux plus grandes différences interculturelles. Autrement dit, c'est au plan *informel* de la culture que se

[28] Les chercheurs sont souvent professeurs, ils enseignent les cours de mathématiques au niveau postsecondaire.

vivent les plus grandes différences entre deux cultures. De ce point de vue, ce serait les manières qu'ont les enseignants de faire des mathématiques au secondaire et au collégial qui constitueraient des éléments fondamentaux de ce changement de cultures mathématiques dont parle Artigue. Les études menées antérieurement amènent à penser qu'il y a des changements importants dans ces MFM, notamment en termes de démonstration, d'utilisation du symbolisme et de définition (Corriveau, 2007). Son importance dans nos études antérieures, sa dimension centrale dans le changement de cultures mathématiques entre les deux ordres, amènent à retenir cet objet d'étude, à savoir les MFM des enseignants, comme objet central pour aller plus loin sur les questions de transition.

1.4.2 La considération des enseignants concernés par la transition et la mise en dialogue des enseignants des deux ordres : de la différenciation à la collaboration

À la lumière de ce qui précède, l'enseignant apparaît comme un acteur clé dans l'étude de la transition, puisque ces MFM sont souvent informulées[29] lorsqu'il enseigne. Elles relèvent du plan *informel* de la culture, renvoyant « aux manières non explicitées de faire les choses, de penser et de raisonner qui résultent de l'expérience et de la pratique » (Artigue, 2004, p. 47).

Or, comme on l'a vu précédemment, la revue des travaux de recherche fait ressortir le fait que les enseignants sont pratiquement absents de ces études. Les travaux qui ont cherché à comparer les deux ordres par une analyse institutionnelle prennent appui sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1992). Or, de ce point de vue, enseigner consiste à transformer le *rapport personnel* du sujet apprenant à l'objet enseigné en vue de le rendre conforme au *rapport institutionnel.* Chevallard mentionne que le rapport institutionnel n'est le rapport personnel de personne. Cela signifie que pour l'enseignant, *faire faire* des mathématiques demande à ce qu'il enrôle l'*activité mathématique*[30] de l'élève dans les *pratiques mathématiques* de référence (Conne, 1997) : celles attendues par l'institution. Cette conception, qui affirme que des pratiques mathématiques existent indépendamment de ceux qui les font, ne correspond pas à la position épistémologique adoptée ici. Selon la vision

[29]Drouhard (2006) dit que les règles du jeu mathématique sont de l'ordre de l'implicite dans l'enseignement.

[30] Conne (1999) distingue l'*activité mathématique*, plus près du processus d'apprentissage de l'élève, et les *pratiques mathématiciennes,* plus près des pratiques mathématiques de référence, rejoignant ainsi la distinction que Brousseau (1998) fait entre connaissances et savoirs.

anthropologique, l'enseignant est extérieur à la constitution de ces pratiques mathématiques car celles-ci sont structurées par l'institution. Dans le cadre de la présente recherche, les MFM sont vues comme se constituant dans une dialectique avec cette institution, et sont aussi structurantes de celle-ci (Lave, 1988). Autrement dit, les institutions sont vues comme des organisations vivantes, des communautés de pratique, plutôt que comme des systèmes structurés, formels et déterminés qui ont été isolés des activités de ceux qui les constituent (Cobb, McClain, de Silvia Lamberg et Dean, 2003).

La tendance y est aussi à aborder les questions de transition du point de vue des difficultés des élèves ou des étudiants. Pour Gueudet (2008*a*), l'existence des difficultés des étudiants indique un réel problème dans les transitions interordres. Mais les élèves et les étudiants ne sont pas les seuls concernés par ces difficultés et la recherche ne doit pas investiguer auprès d'eux seulement. Les enseignants ont également un rôle important à jouer dans cette transition à travers leurs manières de faire des mathématiques auxquelles les étudiants seront initiés, dans le rapport que ces enseignants entretiennent avec les mathématiques et qui les guide dans leur façon de reconnaître, d'appréhender et de prendre en compte les manières de faire des mathématiques — héritées de l'ordre précédent — de leurs étudiants.

Par ailleurs, même si des ponts ont été établis, dans la plupart des travaux, les constations faites à propos de la transition ont trait à la différenciation entre les ordres. De plus, les recherches n'ont pas mis en dialogue des enseignants des deux ordres. Or, dans l'idée de pénétrer en profondeur dans la culture de l'autre, d'expliciter ce qui relève de l'implicite, d'avancer sur une harmonisation possible, la mise en dialogue entre les enseignants des deux ordres semble porteuse sur le plan de la recherche pour comprendre comment se développe une harmonisation.

1.4.3 La perspective d'harmonisation : considération pragmatique

Dans le cadre du panorama des recherches à propos de la transition, il a été mentionné qu'on peut penser cette dernière en termes d'articulation. C'est le cas de Praslon (2000) qui, comme il a été question plus haut, annonce un « vide didactique » laissé à la charge des étudiants dans la transition. Il met ainsi en évidence l'idée de combler ce vide entre les deux ordres par l'entremise d'un dispositif intermédiaire. Cette façon d'envisager la transition ouvre sur l'idée de joindre les deux ordres par un mécanisme externe dans une conception d'ateliers *ad hoc* préalables au cours universitaire. On peut penser la transition en termes de préparation. C'est le cas de Bloch (2000) qui réalise, après avoir élaboré des séquences d'enseignement au lycée à la suite d'une étude des attentes universitaires, que ces séquences constituent une préparation aux cours d'analyse à l'université. Comme la séquence d'enseignement proposée est celle de la chercheuse seule, cette contribution est, elle aussi, considérée comme externe à l'ordre secondaire.

Dans le cadre de la présente recherche, il est question d'harmonisation. Cette perspective, comme celle d'articulation, renvoie à l'idée de « répondre » au problème de la transition. Or, certaines distinctions sont à préciser. Il est certain que la perspective d'harmonisation vise un certain rapprochement entre les ordres secondaire et collégial. En effet, l'idée sous-jacente est en quelque sorte de favoriser un passage plus harmonieux pour les étudiants d'un ordre à un autre. Or, à la différence de Praslon et de Bloch, la recherche se situe en amont ou en aval, mais à l'intérieur des ordres donnés. Alors que dans le cas de Praslon, le dispositif mis en place est de l'ordre d'un cours de mise à niveau pour les étudiants (et ne concerne pas les enseignants), dans le cas présent, en travaillant avec des enseignants des deux ordres, les manières de faire sont celles du secondaire ou du collégial, et sont en quelque sorte internes au milieu en cause. De plus, la visée est quelque peu différente. Évidemment, pour aborder une telle perspective, un repérage des liens à établir est nécessaire. Il y a certainement une part d'attention aux différences : voir, repérer les discontinuités. Mais en même temps, l'attention est aussi portée sur les liens à faire, les ponts à bâtir[31].

La considération du point de vue des enseignants dans la recherche et la mise en dialogue des enseignants des deux ordres est certainement la raison principale qui conduit au choix d'aborder la transition dans une perspective d'harmonisation[32]. Même si une telle perspective

[31] Le mot harmonie, vient du Grec *harmoste* et signifie celui qui arrange, réunit, agrémente.

[32] En utilisant la métaphore de la musique, lorsque des musiciens jouent ensemble et s'entendent, ils s'harmonisent. Cela ne signifie pas qu'ils jouent à l'unisson ou du même instrument, cela signifie plutôt qu'ils jouent en harmonie. C'est donc dire qu'on ne cherche pas à rendre les MFM semblables aux deux ordres.

est aussi présente chez moi qui, comme le montre la reconstruction du récit, ai comme préoccupation de travailler dans le sens d'un passage plus harmonieux pour les élèves (à la suite des exigences mises en évidence dans le passage du secondaire au collégial), lorsque des enseignants des deux ordres sont sollicités à participer à une recherche, cette participation doit être signifiante pour eux[33]. L'investigation de la transition en termes de MFM aurait pu être abordée dans une seule perspective de comparaison. Cependant, la finalité d'harmonisation entre les manières de faire des mathématiques des enseignants des deux ordres est celle qui donne sens à la participation des enseignants.

Du point de vue de la recherche, cette perspective est intéressante puisqu'elle permet d'explorer non seulement ce qui se fait de part et d'autre mais aussi ce que peut signifier adopter une perspective d'harmonisation lorsque l'on travaille autour de questions relatives à la transition (par exemple, elle a des chances de mettre en lumière les liens possibles pour aller plus loin). Une telle perspective d'harmonisation est peu prise en compte dans les travaux actuels de recherche en didactique des mathématiques, qui ont abordé, nous l'avons vu précédemment, la transition dans une perspective surtout de comparaison et d'articulation. Pourtant, le point de vue des enseignants des deux ordres, leur expérience d'enseignement, peuvent certainement être mis à profit lors de l'exploration de ce qui peut être fait à leur ordre respectif pour répondre à la problématique de transition.

La perspective d'harmonisation sert ainsi de pont entre la recherche et la pratique : elle donne sens à un dialogue entre les enseignants des deux ordres sur leurs manières de faire des mathématiques, pour eux-mêmes, et elle permet, sur le plan de la recherche, d'éclairer ces MFM de part et d'autre et de donner sens à ce que peut vouloir dire cette harmonisation.

1.4.4 Le choix d'un objet et d'une perspective de recherche

La transition secondaire collégial en mathématiques est explorée dans une perspective d'harmonisation. Un objet central s'est précisé : des manières de faire des mathématiques

---

[33] Cette considération peut paraître de nature méthodologique, elle sera d'ailleurs développée au chapitre III, mais lorsque l'on veut inclure des enseignants dans la démarche de recherche, il devient important d'aborder certains choix dans la problématique pour qu'ils soient problématisés du point de vue de la recherche.

comme enseignants (MFM) à chacun des ordres. Il s'insère, comme il a été vu, dans une problématique plus globale, celle d'un changement de cultures mathématiques. L'importance de la dimension implicite de cette culture, au-delà de la partie explicitée et institutionnalisée, largement mise en évidence par les recherches sur la transition, a été mise en avant par Hall (1959) et Artigue (2004).

De plus, cet objet et son investigation supposent la prise en compte des enseignants des deux ordres d'enseignement et leur mise en dialogue. Le point de vue des enseignants, et encore davantage de celui des enseignants des deux ordres, est absent des travaux sur la transition. Les réflexions précédentes confirment l'importance d'une telle mise en dialogue non seulement pour avancer sur la clarification de ces manières de faire des mathématiques mais aussi pour donner sens à ce que peut vouloir dire la perspective d'harmonisation.

L'objectif de cette recherche est donc d'explorer la transition secondaire collégial avec des enseignants des deux ordres, du point de vue de leurs manières de faire des mathématiques, dans une perspective d'harmonisation. À cette étape, les questions générales sont les suivantes :

Lorsque des enseignants des ordres secondaire et collégial explorent ensemble la transition :

- comment se particularisent les manières de faire des mathématiques comme enseignants à chacun des ordres ?
- Comment se distinguent ces manières de faire des mathématiques ?
- De quelles façons l'harmonisation est-elle approchée dans cette exploration ? Comment se développe-t-elle ?

CHAPITRE II

DE L'OBJET « MANIÈRES DE FAIRE DES MATHÉMATIQUES » AUX FONDEMENTS ET CONCEPTS THÉORIQUES PERMETTANT DE L'ÉCLAIRER

Au commencement, était l'action.
Goethe

À l'issue de la problématique, des questions générales se sont précisées et des choix ont été faits pour étudier la transition secondaire postsecondaire. Ces choix concernent à la fois l'objet de la recherche et la manière de l'approcher. Ainsi, plutôt que de s'attacher aux contenus abordés aux deux ordres, entrée largement considérée dans les recherches, ce projet se centre plutôt sur les manières de faire des mathématiques comme enseignants du secondaire et du collégial. Ces manières de faire semblent au cœur du changement de cultures mathématiques entre ces deux ordres (Artigue, 2004). Un autre choix est celui ne pas entrer sur ces questions dans une perspective institutionnelle, considérablement prise en compte dans les recherches en didactique des mathématiques sur la transition. L'entrée par l'entremise des enseignants et par la mise en dialogue des deux ordres est privilégiée. L'intérêt de cette recherche est ainsi d'aborder, avec des enseignants du secondaire et du collégial, la transition secondaire collégial du point de vue de leurs manières de faire des mathématiques et ce, dans une perspective d'harmonisation.

L'objet *manières de faire des mathématiques comme enseignants* (MFM), au centre des préoccupations précédentes, n'a pas été développé dans le champ de la didactique des mathématiques. Dans ce chapitre, un regard est jeté sur cet objet par l'entremise de concepts et de fondements théoriques. Cette entrée théorique doit être cohérente avec les choix faits pour l'aborder : la voix des enseignants des deux ordres est un élément central et doit se refléter dans les appuis théoriques retenus. En ce sens, le travail de conceptualisation est entrepris par le moyen d'un cadre théorique mettant au premier plan l'action des acteurs sociaux.

Pour comprendre comment se constituent les MFM, la conceptualisation prend appui sur le cadre théorique de l'ethnométhodologie (Garfinkel, 1967). Cette perspective semble particulièrement appropriée dans la mesure où ces manières de faire sont de l'ordre de l'action et sont déployées dans les activités quotidiennes d'enseignement à un ordre donné. L'ethnométhodologie s'intéresse justement aux manières de faire déployées dans les activités du quotidien et qui sont partagées par les « membres » (au sens ethnométhodologique, voir §2.2.6) d'un groupe social (Garfinkel, 1967). Ces activités peuvent avoir trait à la vie ordinaire (par exemple les salutations entre personnes, les conversations téléphoniques, la formulation de plaisanteries entre amis, etc.) ou professionnelle (par exemple les activités d'un chauffeur de taxi, celles d'un groupe de jurés, etc.) ou scientifique (par exemple les activités d'un groupe de chercheurs dans un laboratoire en biologie ou celles de sociologues dans la codification des données, etc.). Ce cadre théorique fournit des éléments pertinents pour avancer sur la compréhension, sur un plan théorique, des manières de faire familières pour un groupe partageant une pratique. Cette entrée permet à la fois de considérer les manières de faire des enseignants du secondaire et celles des enseignants du collégial, mais aussi celles susceptibles de se constituer dans un groupe d'enseignants des deux ordres engagés dans une exploration conjointe de la transition, dans une perspective d'harmonisation. Le fondement théorique de l'ethnométhodologie, central dans cette thèse[34], va permettre de configurer progressivement cet objet sous ses différentes dimensions et, en même temps, de l'approfondir.

Ces MFM sont aussi situées : elles se constituent en contexte d'enseignement des mathématiques à un ordre donné. Un détour par la cognition située (Lave, 1988),

[34] Elle vient en effet non seulement alimenter la réflexion dans ce cadre théorique par rapport à l'objet de la recherche mais aussi, nous le verrons par la suite, la méthodologie retenue ainsi que l'analyse.

complémentaire à ce qui précède, apparaît en ce sens intéressant puisque la cognition située permet de cerner le rôle plus précis joué par le contexte dans ces MFM : un contexte qui agit comme « ressource structurante ». Ces deux perspectives théoriques (l'ethnométhodologie et la cognition située), en plus de permettre d'avancer sur une exploration au plan théorique des manières de faire et de leurs différentes dimensions imbriquées, mettent au premier plan la voix des acteurs qui les mettent en œuvre. Selon la première perspective, la rationalité de l'acteur et sa capacité interprétative sont des dimensions centrales, profondément imbriquées à l'action. On ne peut parler d'« ethnométhodes » sans considérer aussi ce que Garfinkel nomme « le raisonnement pratique », ce que Cicourel (1970) — cité par (Coulon, 1993, p. 19) — nommera ultérieurement « procédures interprétatives », il en fait en quelque sorte partie intégrante. Selon la perspective de la cognition située, ce que Lave nomme « le monde expérientiel de l'acteur » est distribué à travers toute l'activité de la personne *in situ*.

Mais avant de m'engager dans la clarification de ces fondements théoriques, je propose, dans un premier temps, de revenir sur le thème de la culture[35]. Le choix d'aborder les MFM n'est pas indépendant d'un questionnement attaché au changement de culture mathématique (Artigue, 2004; Hall, 1959) lié à la problématique de transition. D'ailleurs, si les concepts de transition et d'harmonisation ne sont pas repris dans cette partie théorique du travail, c'est qu'ils sont à l'arrière plan de cette recherche.

2.1 Une entrée sur les manières de faire des mathématiques par l'entremise de la théorie de la culture de Hall

Plusieurs sociologues et anthropologues ont travaillé à clarifier le concept de culture qui, aujourd'hui, est d'usage courant dans les travaux menés dans ces domaines. Son caractère polysémique est souligné dans la synthèse réalisée par les anthropologues Kroeber et Kluckhohn : ceux-ci répertoriaient déjà en 1952 plus de deux cents définitions du vocable culture. Le sociologue québécois Yves Rocher en donne une définition qui fait des manières de faire, de voir et de comprendre des éléments centraux de la culture :

---

[35] Je reprends cette entrée à la suite d'Artigue (2004) qui estime celle-ci intéressante pour aborder les questions de transition en mathématiques. Toutefois cette théorie évoquée par Artigue n'a pas été mise à profit dans une étude empirique portant sur cette transition. Elle présente donc un potentiel à ce jour non exploré.

> [La culture est] un ensemble lié de manières de penser, de sentir et d'agir plus ou moins formalisées qui, étant apprises et partagées par une pluralité de personnes, servent, d'une manière à la fois objective et symbolique, à constituer ces personnes en une collectivité particulière et distincte (Rocher, 1968, p. 111).

Dans ce sens, les manières de faire des mathématiques, de les penser, de leur donner sens sont au cœur d'une certaine culture mathématique à un ordre donné. Ce concept de culture a été repris, plus spécifiquement en didactique des mathématiques dans les travaux de recherche portant sur la *culture de la classe de mathématiques*. La notion de culture mathématique (dans ce cas de la classe) est alors vue comme quelque chose qui coémerge dans les interactions entre l'enseignant et les élèves, ou entre les élèves eux-mêmes (Seeger, Voigt, Waschescio, 1998). Ces travaux ont donné lieu à une caractérisation de cette culture mathématique sous l'angle de *patterns* d'interactions prenant place en classe (Voigt, 1995), de formats d'argumentations (Krummheuer, 1995), des significations mathématiques qui émergent de l'interaction (Cobb et Bauersfeld, 1995) ou encore, des normes sociomathématiques négociées au sein de la classe (Yackel et Cobb, 1996).

Ce concept de culture mathématique de la classe, qui émerge des interactions entre élèves et enseignant, n'est pas celui retenu dans le cadre de la recherche. L'intérêt est davantage porté sur une culture mathématique caractéristique d'un ordre donné. Cette perspective est d'ailleurs celle que reprend Artigue (2004), pour parler d'un changement de culture mathématique dans le passage du secondaire à l'université, en s'appuyant pour cela sur les travaux de l'anthropologue Hall (1959). Je reviens donc ici sur la théorie de la culture de Hall et les concepts intéressants pour la présente recherche.

Hall (1959) dirait d'abord que les anthropologues s'entendent pour voir dans la culture d'un peuple ses manières de percevoir, l'ensemble de ses comportements et de ses attitudes typiques, ainsi que les biens matériels qu'il possède. Plusieurs raisons ont motivé Hall à entreprendre l'élaboration de ce qu'il appelle une *théorie d'ensemble de la culture*. Cette théorie a en effet été développée dans une double perspective qui allie à la fois une préoccupation théorique et une préoccupation méthodologique.

Selon Hall, les anthropologues savent qu'il y a des différences entre des cultures et que celles-ci se situent à un niveau profond (non visible à première vue) de sorte que les « non-spécialistes »[36] ne peuvent aisément profiter du regard et des connaissances développés par ces anthropologues pour comprendre une autre culture par rapport à la leur. Autrement dit, le non-spécialiste a tendance à réduire une culture qui lui est étrangère à ses coutumes et à sa « garde-robe »; bref, à ce qui est visible lorsqu'il l'observe. Or, « la culture agit directement, profondément et de manière durable sur le comportement; et les mécanismes qui relient l'une à l'autre sont souvent inconscients, se situant donc au-delà du contrôle volontaire de l'individu » (op. cit. p. 43). C'est comme si le non-spécialiste ne percevait que le côté apparent de cette culture, mais non ses éléments plus profonds et tacites. Or ce sont ces éléments qui permettent de comprendre à fond cette culture. C'est en partant de cette préoccupation qu'il décide de développer, en collaboration avec George L. Trager (voir Hall et Trager, 1953), une approche d'analyse de la culture qui s'adresse autant aux anthropologues qu'aux « non spécialistes ». En somme, la proposition de Hall renvoie à deux intentions : d'une part, celle d'élaborer une théorie d'ensemble de la culture, une visée donc de théorisation permettant d'avancer notamment dans le sens de la différenciation inter-culturelle et de ses fondements; d'autre part, celle de penser une démarche pour l'étude d'une culture de manière à « rendre l'anthropologie accessible aux non-spécialistes » (Hall, 1959, p. 45), dans une visée de formation (voir la note de bas de page 39).

Hall avance que les théories développées jusqu'alors par les anthropologues ne permettent pas de comprendre en profondeur ce qui constitue une culture donnée et surtout de la différencier d'une autre culture[37]. L'intérêt de Hall, tout comme celui de cette recherche (d'où

---

[36]Nous reprenons ici le mot utilisé par Hall. Ce que ce dernier entend par « non-spécialistes » ce sont des personnes qui ne sont pas formées à l'anthropologie. Hall était amené à former des travailleurs, responsables de projets du gouvernement ou d'entreprises privées qui devaient aller travailler à l'étranger. Il avait en ce sens un travail de formation important à faire pour les sensibiliser à la culture de l'autre.

[37] Lorsque Hall développe cette théorie, autour des années cinquante, la culture est l'objet du travail d'anthropologues qui étudient en profondeur la vie de populations spécifiques. Ces anthropologues arrivent à cerner la complexité d'une culture donnée par une expérience prolongée sur le terrain auprès de ces populations. Or, Hall identifie des difficultés d'ordre méthodologique dans les façons de réaliser le travail sur le terrain, mais aussi dans les façons d'approcher la recherche sur une culture donnée. Par exemple, dans ces recherches, il lui semble impossible de comparer un évènement d'une certaine culture avec un évènement d'une autre culture et de dire ce qui les différencie.

l'idée de puiser dans les apports théoriques de Hall), se situe exactement à ce niveau, c'est-à-dire au niveau de la compréhension d'une culture donnée par comparaison/différenciation avec une autre (culture mathématique du secondaire, du collégial)[38]. Comme le propose Hall, on comprend une culture donnée en mettant aussi en évidence ce qui la différencie éventuellement d'une autre culture.

Hall envisage la culture dans son ensemble comme une forme de communication et suggère que l'expérience humaine, dans cette communication, se place sur trois plans, ce qu'il nomme la grande triade fondamentale : le plan « formel », le plan « informel » et le plan « technique »[39].

2.1.1 Une conceptualisation de la culture qui s'établit sur trois plans

Je présente ci-dessous ces trois plans[40], qui constituent trois angles possibles pour entrer dans la culture mathématique à chacun des ordres (secondaire et collégial). Cette triade (*formel, informel, technique*) compose, pour Hall, l'organisation fondamentale de toute activité humaine et caractérise toute culture.

De manière à comprendre ces trois plans et ce qu'ils mettent en œuvre, ils sont abordés, dans ce qui suit, sous l'angle de l'acquisition ou de la transmission de cette culture : comment, à chacun des plans, *formel*, *informel* et *technique*, s'insère-t-on dans une culture, comment cette culture est-elle « apprise » ? Dans le cadre de notre recherche, cette entrée nous apparaît

---

[38] On voit bien comment l'intérêt d'assoir et de mettre en dialogue des enseignants des deux ordres s'attache à cet élément.

[39] Les mots « formel » et « technique » sont parfois utilisés lorsqu'il est question de mathématiques ou de didactique des mathématiques. Or ici, ils ont des significations bien différentes. Il faut donc prendre une distance par rapport aux significations que l'on pourrait être tenté de leur donner comme didacticiens des mathématiques.

[40] Une théorie se développe souvent en réaction à ce qui s'est fait jusqu'alors, dans une perspective de différenciation. Ainsi, avant que Hall ne développe cette triade, les anthropologues s'appuyaient sur des théories psychanalytiques pour aborder l'analyse de la culture. Ces travaux s'orientaient vers une distinction entre les aspects conscients et inconscients de la culture, à la suite notamment de Freud (1950, cité par Hall) qui faisait une distinction entre le conscient et l'inconscient chez l'homme. On avance alors l'idée que la culture existe à deux niveaux : conscient et inconscient. Linton (1967, cité par Hall) parle par exemple de la culture patente (visible) et de la culture latente (invisible); Kluckhohn (1964, cité par Hall) parle de culture explicite (celle dont on peut parler et qui est encadrée par des lois) et implicite (considérée comme innée ou naturelle). Cette analyse bipolaire a pour Hall des limites importantes car elle ne rend pas bien compte de la complexité de cette culture. En fait, pour Hall, cette façon de bipolariser la pensée est, selon lui, une tendance culturelle, notamment chez les Américains.

significative puisqu'elle permet de comprendre, en nous rapprochant du contexte d'enseignement et de la transition interordres, ce que pourrait vivre un élève dans le changement de culture d'un ordre à l'autre, mais aussi les enseignants d'un ordre donné confrontés à la culture de l'autre ordre.

Pour Hall, la culture est organisée de sorte que ce qui est perçu *a priori* est disposé et fonctionne de manière cohérente. Pour entrer sur une véritable compréhension de la culture, il est donc nécessaire d'aller au-delà de ce qui est perçu d'emblée. Après avoir situé chacun des plans de la culture, je m'efforce d'enrichir l'interprétation de chacun d'eux et d'illustrer ce qu'ils signifient avec des exemples tirés de l'enseignement des mathématiques.

La mise en évidence simple au secondaire[41]

La factorisation par mise en évidence

Simple mise en évidence : Procédé qui permet de factoriser un polynôme en mettant en évidence un facteur commun à tous les termes.

Exemple :

$2x^3 + 6x^2 - 10x = 2x(x^2 + 3x - 5)$

La mise en évidence simple au collégial[42]

RAPPEL | La mise en évidence simple

La mise en évidence simple est une technique de factorisation qui repose sur la distributivité de la multiplication sur l'addition.

$$ab + ac = a(b + c)$$

Par exemple, $x^2 + 2x = x(x + 2)$ si on met x en évidence.

Mais aussi $x^2 + 2x = x^2(1 + \frac{2}{x})$ si on met plutôt x^2 en évidence.

Vous trouverez sur le Compagnon Web une version plus détaillée de l'ensemble des rappels de l'ouvrage.

Figure 2.1 Deux exemples de mise en évidence simple

---

[41] Tirés de : Boucher, C., Coupal, M., Jacques, M. et Marotte, L. (2010). *Intersection, 2e année (2e cycle).* Chenelière Éducation, Graficor.

[42] Tirés de : Hamel, J. et Amyot, L. (2007). *Calcul différentiel.* Éditions ERPI.

Pour ce faire, je prends l'exemple de la mise en évidence simple (cf. figure 2.1) exploité lors d'une des rencontres avec des enseignants (voir §3.3.2.2, chapitre III). La figure 2.1 représente des extraits de manuels du secondaire et du collégial. Ces extraits affichent ce qui est perceptible *a priori* entre les façons de faire au secondaire et au collégial. Au secondaire, c'est mettre en évidence un facteur commun et au collégial, c'est utiliser la propriété de distributivité. Mais au-delà de ces aspects explicites, comment s'organise plus en profondeur cette culture mathématique, ces manières de faire autour de la mise en évidence simple au secondaire et au collégial et ce, aux différents plans ?

2.1.1.1 Le plan *formel* de la culture

Le plan *formel* est la base de la culture et a un rôle analogue à l'instinct ou à ce qui est inné. Autrement dit, ce qui relève du plan *formel* de la culture paraît, aux acteurs qui vivent dans cette culture, naturel et comme allant de soi (cf. exemple plus loin). Comme ce plan apparaît naturel (Hall, 1959), il résiste fortement aux changements imposés de l'extérieur. L'apprentissage des activités du plan *formel* de la culture se fait, nous dit Hall, par l'entremise d'injonctions et de remontrances : « On ne fait pas ça, c'est défendu ! » Ce qui relève du plan *formel* s'apprend ainsi le plus souvent lorsqu'une « faute » est commise, par l'intermédiaire de la réaction qu'elle suscitera, indiquant en quelque sorte les balises à respecter. Le plan *formel* est ainsi de nature bipolaire : il relève d'une logique de oui (ça se fait)/non (ça ne se fait pas), de bien (on peut faire ça)/mal (on ne peut pas faire cela), de bon (faire ça est correct)/pas bon (faire ça n'est pas correct) et il correspond à ce qui n'est pas contesté ni remis en cause : il est de l'ordre des convictions, des valeurs, des allants-de-soi qui ne se justifient pas, mais qui sont intériorisés au quotidien et sont caractéristiques d'une culture[43].

[43] Par exemple, conduire à droite, dans la plupart des pays, est un « allant de soi » pour tout conducteur, et relève du plan *formel* de la culture automobile de ces pays. Cette règle que personne ne remet en cause n'a pas de justification : on doit conduire à droite et celui qui se mettrait à conduire à gauche aurait tort (dans ce système évidemment). Tout le système routier — et même la conception des automobiles — s'est établi à partir du fait que l'on conduit à droite. Or, ce choix aurait pu être autre, et c'est d'ailleurs le cas dans d'autres régions du monde où la conduite se fait à gauche (en Angleterre ou en Australie par exemple). Alors que conduire à droite paraît tout à fait naturel, la conduite devient plutôt laborieuse lorsqu'il faut rouler à gauche.

C'est donc l'idée de bipolarité qui est centrale au plan *formel* de la culture : il est formé de convictions, de valeurs et d'allants de soi, pris comme une évidence qui n'ont pas à être justifiés. Comment ce plan *formel* de la culture se manifeste-t-il dans le cas des mathématiques ?

Les manières de faire des mathématiques et le plan formel de la culture

Ce plan *formel* de la culture mathématique à chacun des ordres est sans doute un incontournable puisqu'il délimite ce qui se fait et ce qui ne se fait pas dans cette culture, ce qui est acceptable ou non et cela, sans qu'il y ait nécessité de justifier. L'enseignant fait des mathématiques dans le cadre de son enseignement selon des allants de soi, en s'appuyant sur des convictions, des valeurs qui vont de soi dans cette culture, qu'il n'a jamais vraiment remises en question. Une autre manière de faire des mathématiques ne saurait être envisagée. Ces manières de faire intériorisées par les enseignants sont caractéristiques de la culture mathématique à un ordre donné. Par exemple, au secondaire, l'idée qu'il faut avoir un facteur commun est centrale dans la mise en évidence. Ainsi, dans l'expression $x^2 + x$, la mise en évidence se ferait en ayant recours au facteur commun x, un allant de soi pour cet ordre, soit $x(x + 1)$. Il serait en effet surprenant qu'un élève propose ce qu'on retrouve au collégial, $x^2\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ et même s'il le faisait, ce ne serait pas approprié.

2.1.1.2 Le plan *informel* de cette culture.

Au plan *informel* de la culture, on privilégie le « faire ». Ce qui relève du plan *informel* s'apprend par imitation, souvent d'ailleurs sans savoir qu'on apprend (voir exemple ci-dessous). On apprend tout un ensemble d'activités liées entre elles. « L'informel est l'ensemble des activités que nous avons apprises un jour, mais qui sont intégrées dans notre vie quotidienne au point de devenir automatiques » (Hall, p. 93). L'apprentissage de ces manières de faire est de type informel, il relève de l'action et se fait implicitement. Un exemple du plan *informel* en lien avec la conduite automobile dans une certaine culture pourrait s'exprimer par la courtoisie des automobilistes à l'égard des autres usagers de la route (piétons, cyclistes, motocycliste, etc.), les marges de manœuvre dans ce qui est considéré comme une infraction, etc.

Sur ce plan *informel,* tout, ou presque, se passe hors conscience. C'est ce caractère inconscient du plan *informel* qui mène, selon Hall, aux plus grandes différences interculturelles. Toutefois, Hall rappelle que rien n'est vraiment caché (ceci sera particulièrement mis en avant dans la section suivante), dans la mesure où tout de la culture s'analyse.

Au quotidien, des règles implicites gèrent l'action et amènent les gens à agir et à réagir d'une certaine façon. « Une mauvaise interprétation de l'informel peut engendrer de sérieuses difficultés; elles peuvent s'aggraver encore si les individus impliqués dans une action n'ont pas clairement conscience de ce qui se passe. Ils savent seulement que par rapport à un ensemble de lois implicites, ils peuvent agir d'une certaine manière et attendre que l'autre réagisse en conséquence » (Hall, p. 102). Lorsqu'il y a conflit entre deux cultures, ce sont souvent les attentes sur le plan *informel* qui sont en cause[44].

En somme, il ressort du plan *informel* de la culture l'idée d'un apprentissage par imitation et d'une insertion progressive dans une certaine communauté de pratique (partageant certaines manières de faire au plan *informel*). Sans que ce soit nécessairement exprimé, on s'« acculture » à des manières de faire (qui sont implicites et relèvent de l'action, du faire).

Les manières de faire des mathématiques et le plan informel de la culture

Les MFM, caractéristiques d'une culture mathématique à un ordre donné, relèvent aussi (et surtout, dans la mesure où les plus grandes différences interculturelles se situent à ce niveau) de ce plan *informel* de la culture. Il renvoie à des manières de faire mises en œuvre dans

---

[44] L'informel peut être lié à des conceptions différentes d'une même règle. Hall donne l'exemple, pour comprendre ce plan *informel,* de deux cultures qui envisagent différemment un même règlement en lien avec les limites de vitesse permises sur la route. Ainsi, dans une zone où la limite de vitesse permise est de 25 km/h, l'informel se structure différemment pour Victor, un Sud-Américain arrivant aux États-Unis et pour Mary, une Américaine. Techniquement, pour Victor, le règlement est de ne pas dépasser 25 km/h, et à 26 km/h, il considère qu'il enfreint la loi. Or, bien que Victor ait reçu un constat d'infraction pour avoir roulé à une vitesse de 26 km/h, une fois arrêté, il fait appel au plan *informel* de sa culture, vis-à-vis du système judiciaire, en se servant d'un système de relation (famille, amis) pour se tirer d'affaire et ne pas payer l'amende. De leur côté, les Américains s'accordent une certaine marge de manœuvre informelle dans ce qui est considéré comme une infraction, mais sont plutôt obstinés une fois l'appareil juridique en marche. Ainsi, à 26 km/h, Mary ne reçoit pas d'amende. Mais si elle a roulé à 40 km/h et qu'elle en reçoit une, elle n'a plus d'autre choix que de payer l'amende ! Cela met en évidence, et j'aurai l'occasion de pousser la réflexion plus loin dans la section suivante, qu'il n'existe pas un système de règles indépendamment des individus qui les interprètent et les actualisent continuellement.

l'enseignement des mathématiques, qui relèvent de l'action de l'enseignant, de ce qu'il fait, sans pour autant être explicites : telles la manière d'utiliser une définition en mathématiques, de travailler dans un mode de représentation, d'introduire et d'utiliser un symbolisme, etc.

C'est par exemple ce qui est mis en œuvre dans l'action quand on résout un problème, quand on écrit la démarche. Pour ce qui est de l'exemple de la mise en évidence, il est difficile de savoir ce qui relève du plan *informel* à partir d'un extrait de manuel. Cela nécessite une investigation auprès des enseignants autour de leurs manières de faire en lien avec la mise en évidence. À ce propos, lorsqu'un des enseignants du secondaire participant à cette recherche a vu la manière de présenter la mise en évidence simple au collégial, il s'est tout de suite rendu compte qu'il acceptait, dans le cas du travail sur les nombres, de mettre en évidence un facteur non commun, alors qu'il ne le faisait jamais avec des variables. Par exemple, pour cet enseignant, l'égalité suivante est envisageable : $2x + 1 = 2(x + \frac{1}{2})$ alors que $(x^2 + x) = x^2\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ ne l'est pas vraiment. Or, ce qu'il découvrait alors était nouveau, montrant bien qu'au plan *informel* certaines manières de faire sont actualisées de manière implicite. Mais quelle est la différence dans ce cas entre le plan formel et le plan *informel* ? Au plan formel, le fait que la mise en évidence au secondaire soit associée à un facteur commun va de soi. Au plan *informel*, certaines manières de faire implicites que l'élève va devoir décoder s'actualisent dans l'action : dans certaines situations, la mise en évidence d'un facteur non commun est possible et dans d'autres circonstances, elle ne l'est pas.

Un autre exemple, tiré de Bednarz et Proulx (2011)[45], pour illustrer ce plan *informel*, est extrait d'une discussion entre des enseignants de mathématiques du secondaire. Dans l'extrait suivant (cf. tableau 2.1), les enseignants discutent de l'expression $\frac{(2x+1)}{4}$ et de la forme d'écriture privilégiée à chaque niveau. En d'autres termes, ils prennent eux-mêmes conscience des implicites qu'ils ont envers leurs élèves quant à la forme d'écriture qu'ils y voient, la manière dont ils lui donnent sens, et ils les explicitent :

---

[45] L'extrait vient d'un projet de recherche-formation mené avec des enseignants d'une même école (enseignants de première à cinquième secondaire).

Tableau 2.1

Illustration du plan *informel* de la culture

Marie (secondaire 1) : En secondaire 1, j'aimerais voir apparaître le symbole de division ($\div$) car je travaille autour de la division d'une expression polynomiale par une constante. Je m'attends donc des élèves qu'ils utilisent le symbole de division et qu'ils fassent : $\frac{(2x+1)}{4} = (2x+1) \div 4 = (2x \div 4) + (1 \div 4)$ [Elle dira par la suite : « Je ne veux pas voir $x \div 2$ dans un résultat, mais $x/2$ ». Et, après avoir discuté avec d'autres enseignants qui questionnent cette idée, elle dira : « à moins que j'ai $x/2 \div x/3$ parce que dans ce cas, les élèves pourraient être confus s'ils utilisent la barre de division, $\frac{2/3}{1/4}$ c'est $2/3 \div 1/4$ et non $2 \div 3 \div 1 \div 4$ »].
Clara (secondaire 1 et 3) : J'aimerais que mes élèves écrivent $1/2\,x + 1/4$, parce que je veux les préparer à la notation usuelle utilisée lorsqu'on étudie les fonctions linéaires.
Cathy (secondaire 2) : J'utiliserais aussi le symbole de division dans ce cas (même lorsque je n'enseigne pas l'algèbre), parce que mon objectif est de travailler avec mes élèves les opérations sur les naturels et les propriétés comme la distributivité : $(2 \times 51 + 1) \div 4$.
Sandra (secondaire 3) : Je préfère que les élèves continuent à simplifier les expressions en passant de $2x/4 + 1/4$ à $x/2 + 1/4$ parce que je veux rendre visible le taux de variation.
Jerry (secondaire 4 et 5) : J'écris $\frac{1}{2}(x + 1/2)$ pour illustrer les paramètres et les transformations qui sont associées [Robert (secondaire 4 et 5) est d'accord].

Cet exemple illustre bien les manières de faire implicites habituellement non exprimées en classe. Parce qu'ils ont en tête différents aspects mathématiques à travailler ou qu'ils veulent éviter certaines erreurs ou confusions chez les élèves (voir par exemple Mary), une forme d'écriture spécifique pour l'expression $(2x + 1)/4$ est privilégiée dans l'action : on cherche à faire apparaître la division lorsqu'on travaille la résolution de problème dans lequel on doit choisir une opération en secondaire 1; on veut faire usage du taux de variation et de l'ordonnée à l'origine lorsque l'expression représente une fonction linéaire en secondaire 3; dans le même ordre d'idée, on fait apparaître des paramètres qui mettent en évidence les transformations associées en secondaire 4 et 5; etc. Avec en tête ce qu'ils voient ainsi dans cette écriture, les enseignants engagent les élèves dans différentes manières d'écrire les expressions sans vraiment expliciter, ni même être conscients de celles-ci (c'est dans l'interaction avec les autres enseignants des autres niveaux qu'ils en prennent conscience). Ces manières de faire sont inscrites dans leur routine de travail et pour eux transparentes : c'est ici la situation de « breaching » (nous reviendrons là-dessus dans le chapitre 3) créée par la confrontation avec d'autres enseignants qui fait émerger la structure cachée de cette manière de faire (voir à ce sujet, Bednarz et Proulx, 2011) : pour comprendre et prendre conscience de ce que fait l'autre et qui pour lui est transparent, les enseignants ont dû se confronter avec ce que les autres enseignants font en classe.

Cet exemple met également en évidence la portée que peut avoir cette entrée théorique du plan *informel* de la culture lorsqu'il est question de transition : dans ce qui précède, la transition entre les différents niveaux, notamment pour comprendre ce qui est laissé à la charge de l'élève dans ce passage. Lorsqu'ils enseignent dans leur classe à un niveau donné, les enseignants ne peuvent mettre en contraste ce qu'ils font avec ce que d'autres enseignants proposent. En discutant, il est possible de passer à un niveau de signification différent, en ayant un regard sur l'ensemble de ce qui est exigé au secondaire. Ainsi, les différences et les liens émergent[46]. D'une part, en échangeant, les enseignants se rendent bien compte qu'ils écrivent tous une même expression sous diverses formes et d'autre part, cela met implicitement en évidence que du point de vue de l'élève, pour « s'acculturer » à ces diverses formes d'écriture, il est nécessaire d'être flexible en manipulations algébriques. Or, paradoxalement, à chaque ordre, on n'exige qu'une seule forme, ce qui ne permet pas aux élèves de travailler cette flexibilité. Le passage entre ces manières d'écrire (qui relèvent du plan *informel* de la culture) et la compréhension de ce qui est exigé et du pourquoi il en est ainsi est donc laissé à la charge de l'élève, lorsqu'il progresse dans sa scolarité.

2.1.1.3 Le plan *technique* de la culture

Le plan *technique* de la culture se caractérise par le fait qu'il est pleinement conscient et explicite. Il renvoie à un système de justifications soumis à une analyse logique, explicite et

---

[46] On voit bien dans ce qui précède l'intérêt, pour notre recherche, d'asseoir les enseignants des deux ordres ensemble.

organisée. Les connaissances auxquelles il réfère, lorsque suffisamment claires, peuvent y être formulées de manière explicite par écrit[47].

Les études menées sur la transition dans une perspective anthropologique du didactique (Chevallard, 1992) se situent clairement au plan *technique* de la culture mathématique, puisqu'elles ont mis à jour les organisations mathématiques, appelées aussi praxéologies, au regard du traitement explicite d'un même contenu aux deux ordres : on entre ici sur une analyse des tâches qui supposent une mise en œuvre d'une certaine manière de faire la technique; ce savoir-faire étant justifié par un discours raisonné — la technologie — qui est justifiable par une théorie (Bosch et Chevallard, 1999). C'est à partir de ce qui est formulé explicitement dans les programmes et manuels que les chercheurs mettent en évidence les différences entre les deux ordres au plan *technique* de cette culture mathématique (au regard d'un même contenu, par exemple).

Bien sûr, ce plan *technique* de la culture n'est pas indépendant des autres, ces trois plans sont présents simultanément dans toutes les situations de la vie quotidienne, mais comme le mentionne Hall, l'un des trois plans devient, dans certains cas, plus saillant que les autres. Un manuel d'instruction peut comporter des éléments relevant des plans *formel* et *informel* de la culture; toutefois, il se situe essentiellement au plan *technique*.

C'est habituellement au plan *technique* de la culture qu'il est le plus aisé d'introduire des changements. Ceux-ci sont justifiés et n'enfreignent pas nécessairement des « normes du plan *formel* » (les allants de soi, convictions, etc.) et les manières de faire de l'ordre de l'implicite du plan *informel*.

Les manières de faire des mathématiques et le plan technique de la culture

Plusieurs MFM peuvent être justifiées et se situent au plan *technique* de la culture. Par exemple, lorsqu'en classe on doit résoudre un système de deux équations linéaires, on

---

[47] Pour illustrer le plan *technique* à l'aide d'un exemple, on n'a qu'à penser au code de la sécurité routière, qui établit les règles relatives à celle-ci : règles à suivre sur la route, signalisation, immatriculation, assurances, etc. Chaque règle ou élément de signalisation se justifie techniquement : une limite de vitesse en lien par exemple avec l'approche d'une courbe, d'un village, d'une école; un feu de circulation en lien avec un croisement; l'immatriculation des véhicules, etc.

présente la méthode de réduction ou la méthode de comparaison. Ces manières de résoudre le système, explicites, se justifient aisément. Autrement dit, ce qui est perçu *a priori* « résoudre un système de deux équations à l'aide de la méthode de comparaison », par exemple, se justifie au plan *technique* de la culture : « deux expressions égalent à une même troisième sont égales entre elles; en utilisant la méthode de comparaison, je cherche la ou les valeurs de l'inconnue pour laquelle ou lesquelles l'égalité est vraie ».

2.1.2 Ce qui se dégage de ce cadre théorique

Dans la perspective de Hall, la culture apparaît comme l'imbrication des plans *formel*, *informel* et *technique*, renvoyant à un ensemble organisé, assurant sa cohérence. Tel que mentionné, les trois plans sont fortement unis les uns aux autres.

L'analyse de la culture faite par Hall renvoie à ces trois plans qui peuvent être réinvestis pour entrer dans l'analyse des MFM, caractéristiques d'une certaine culture mathématique à un ordre donné. Une culture mathématique se développe donc en trois plans :

- Le plan *formel*, qui est de nature bipolaire et de l'ordre d'injonctions (on peut faire ceci, on ne peut faire cela), renvoyant en quelque sorte à des valeurs, des convictions et des allants de soi, des évidences à propos des mathématiques, qui ne se justifient pas.
- Le plan *informel*, qui correspond à ce qui est intégré dans l'action lorsqu'on fait des mathématiques et qui relève de l'implicite, du « faire » balisé par des règles implicites d'action.
- Le plan *technique*, qui renvoie à un système de justifications explicite et organisé : ce qui est institutionnalisé dans les programmes, ce qu'on retrouve dans les manuels explicité, appuyé, justifié.

Les trois plans de la culture de Hall permettent d'aborder les MFM comme un ensemble lié : des manières de faire, des convictions, des allants de soi, des justifications explicites, etc. qui constituent la culture mathématique de chacun des ordres d'enseignement. Ce cadre permet notamment, en entrant sur le plan *informel*, d'aller au-delà du visible de cette culture (lorsqu'on en observe à première vue les contenus, les tâches), de manière à mieux comprendre un ordre par rapport à un autre pour avancer sur leur harmonisation.

La section suivante aborde maintenant de façon plus fine les fondements théoriques et conceptuels susceptibles d'éclairer ces MFM (implicites) qui se constituent dans l'action. En effet, les concepts proposés par Garfinkel (1967), fondateur du courant ethnométhodologique, sont non seulement appropriés pour la considération de l'enseignant comme agissant dans une certaine culture mathématique (Artigue, 2004) et institutionnelle (Praslon, 2000), mais aussi pour aborder l'objet *manières de faire des mathématiques comme enseignants*. L'ethnométhodologie s'intéresse justement aux manières de faire qui se constituent au sein des activités du quotidien et qui sont partagées par les « membres » — ce concept est précisé plus loin et prend un sens très particulier en ethnométhodologie — d'un groupe social, que ce groupe soit clairement circonscrit ou non[48] (Garfinkel, 1967). Les membres partagent une familiarité leur permettant de se comprendre et d'interagir.

2.2. Une entrée sur les manières de faire des mathématiques par l'entremise de l'ethnométhodologie

L'ethnométhodologie est un courant sociologique américain issu des années cinquante et soixante, dont l'originalité réside dans sa conception théorique des phénomènes sociaux. D'un point de vue terminologique, ethnométhodologie renvoie à « ethnométhodes », et à « logie » et signifie donc l'étude des ethnométhodes. L'ethnométhodologie n'est donc pas une méthodologie de recherche, mais elle sert de fondement conceptuel en se proposant d'étudier les façons de faire banales que les acteurs mobilisent afin de réaliser leurs actions de tous les jours (Coulon, 1993). Dans les mots de Garfinkel (1967, p. 45), l'ethnométhodologie :

> [...] analyse les activités de la vie quotidienne en tant que méthodes des membres pour rendre ces mêmes activités visiblement-rationnelles-et-rapportables-à-toutes-fins-pratiques, c'est-à-dire « descriptibles » (*accountable*) comme organisations des activités ordinaires de tous les jours.

[48] En ethnométhodologie, les enseignants d'un ordre donné peuvent constituer un groupe (plutôt circonscrit) tout aussi bien que des gens qui traversent la rue à une intersection (groupe moins circonscrit).

En d'autres termes, le projet de l'ethnométhodologie est d'analyser les procédures, ce qu'on appelle les ethnométhodes, que les gens utilisent pour mener à bien leurs activités quotidiennes. Ces activités de la vie quotidienne concernent celles de la vie courante mais aussi celles de la vie professionnelle, au sens où ces activités sont des plus communes pour ceux qui les pratiquent de façon quotidienne : les activités des automobilistes qui partagent la route avec les autres usagers de la route, les activités des enseignants qui enseignent, ou les activités scientifiques d'un groupe de chercheurs dans un laboratoire de biologie, etc.

Quel éclairage ce courant sociologique théorique, en particulier son concept d'ethnométhodes, peut-il apporter pour avancer sur l'intérêt principal de la recherche, soit les manières de faire des mathématiques comme enseignants ? C'est ce qui est abordé ci-dessous par l'entremise de concepts ethnométhodologiques. Toutefois, une remarque préalable s'impose : il est difficile de rendre compte des concepts ethnométhodologiques lorsqu'ils sont pris séparément les uns des autres, d'une part, parce qu'ils forment un ensemble d'une grande cohésion — il y a en effet une idée de circularité qui fait que les concepts sont intimement imbriqués — d'autre part parce que ces concepts sont porteurs d'une certaine vision du monde et d'une certaine posture intellectuelle. Pour cette raison, un détour par une présentation des fondements de l'ethnométhodologie s'avère utile.

2.2.1 Retour sur les fondements de l'ethnométhodologie pour comprendre la posture adoptée face à l'objet de cette recherche

Il y a deux idées constitutives de l'ethnométhodologie. D'une part, ce courant sociologique théorique cherche à *analyser le monde social (ou toute activité socialement organisée) tel qu'il est continuellement en train de se faire.* D'autre part, cette analyse du monde social se fait par l'entremise des *procédures que les gens utilisent pour mener à bien leurs activités quotidiennes*, ce qu'on appelle les ethnométhodes. L'ethnométhodologie cherche donc à

> [...] analyser le monde social *non pas tel qu'il est donné mais tel qu'il est continuellement en train de se faire,* en train d'émerger, comme réalité objective, ordonnée, intelligible et familière. De ce point de vue, l'ethnométhodologie recommande de ne pas traiter les faits sociaux comme des choses, mais de considérer leur objectivité comme une réalisation sociale (Quéré, 1985).

Ce qui précède met au jour un certain renversement paradigmatique dans le champ de la sociologie par rapport à une vision du monde qui postulerait que la réalité sociale existe indépendamment des acteurs, une vision selon laquelle les acteurs sont en quelque sorte assujettis à des normes. En ethnométhodologie, on ne s'intéresse pas à décrire les déterminations qui s'attachent à un des événements liés aux activités organisées, qu'elles soient profanes ou professionnelles (par exemple, enseigner dans le cas des enseignants), mais à comprendre comment se constituent ces activités et comment les acteurs les produisent et produisent leur monde.

En ce sens, l'ethnométhodologie partage avec l'interactionnisme symbolique[49] une même vision du monde, dans laquelle on conçoit la réalité sociale comme constamment constituée par les acteurs : un monde d'interactions sociales perçues et interprétées par les acteurs en continuelles négociation et construction de sens[50]. Autrement dit, les processus d'interprétation permettent aux individus de donner sens aux situations perçues et vécues. Dans cette perspective, une règle ou une norme et son application « n'est jamais une pure application ou une simple imitation de modèles préétablis » (Coulon, 1993, p. 19), existant en dehors des acteurs. Autrement dit, les faits sociaux ne s'imposent pas aux acteurs. Une règle ou une norme est plutôt interprétée par un acteur lors de ses interactions et réactualisée par celui-ci. La question en ethnométhodologie est de savoir quelles règles gouvernent et engendrent l'action (Coulon, 1993). L'ethnométhodologie propose en ce sens l'étude de la façon dont les individus « utilisent des procédures interprétatives [qu'on appelle aussi le raisonnement sociologique pratique] pour reconnaître la pertinence des règles [...] et les convertir en comportements pratiques » (Garfinkel, 1967, p. 145). Dans cette perspective, le point de vue des acteurs est central puisque c'est en assignant un sens à ce qui les entoure

---

[49] L'interactionnisme symbolique est un courant sociologique qui conçoit les phénomènes sociaux sous l'angle de l'interaction entre les acteurs.

[50] À ce propos, Garfinkel (1967) éclaire ce processus de construction de sens (processus qu'il nomme la méthode documentaire d'interprétation) par une expérience dans laquelle un psychologue prétend pouvoir accompagner un individu dans la résolution d'un problème en répondant par oui ou non à dix questions formulées par le patient autour dudit problème. Cependant, il s'avère que ce psychologue n'en est pas un et que les « oui » et « non » en réponse aux questions ont été établis aléatoirement avant même le commencement de l'expérience. Or, tous accordent tout de même un sens aux réponses données par le psychologue et ce, malgré des réponses étranges, voire même en contradiction les unes avec les autres. Cela montre que les acteurs peuvent livrer cette interprétation.

qu'ils constituent leur monde social (Coulon, 1993), ou toute activité organisée. Garfinkel accorde en ce sens une grande importance à la *rationalité* de l'acteur en ethnométhodologie, laquelle selon lui, « situe le thème central de [ses] recherches : ce caractère rationnel des descriptions d'actions pratiques, vu comme résultat d'une performance pratique et continue » (Garfinkel, 1967, p. 13, traduit par Coulon, 1993, p. 23). En ce sens l'ethnométhodologie actualise une certaine posture intellectuelle.

En effet, la façon dont elle aborde les phénomènes sociaux met en avant une certaine perspective de recherche (voir chapitre III), et un renversement quant à la posture intellectuelle du chercheur (Coulon, 1987). Cette posture, qui s'est développée en réaction à l'idéologie dominante en sciences sociales à cette époque[51], soutient que les activités scientifiques du sociologue sont d'une part le produit d'un mode de connaissance pratique et que, d'autre part, ces activités, en tant qu'opérations, sont identiques à celles que les acteurs utilisent pour donner sens à leurs actions et pour les accomplir (Coulon, 1993). En effet, le sociologue prend part à des activités banales pour lui : les activités quotidiennes de recherche, dans lesquelles il mobilise, au sens de l'ethnométhodologie, des ethnométhodes, un raisonnement pratique, des procédures interprétatives, etc.

Contrairement au courant sociologique dominant à l'époque de Garfinkel, dans lequel on considère presque comme un truisme la capacité des gens à agir rationnellement (les sociologues se placent d'un point de vue extérieur pour évaluer les actions des acteurs sociaux), pour Garfinkel, les jugements et les actions des acteurs ne peuvent être jugés comme « insignifiants, ou comme des épiphénomènes, dans l'analyse de l'action sociale » (Coulon, 1993, p. 26).

Ainsi, plutôt que de se placer d'un point de vue extérieur pour évaluer les actions des acteurs sociaux, pour Garfinkel, ce sont les acteurs qui, de l'intérieur, connaissent l'usage singulier qu'ils font des *circonstances particulières qui engendrent l'action* et, réflexivement, des

[51]En fait Garfinkel ne remet pas en question les méthodes de recherche et d'analyse des sociologues de l'époque, leur légitimité est même selon Garfinkel indiscutable (2001), mais il pose un regard sur la société et sur le travail des sociologues en amont, c'est-à-dire qu'il met en évidence que les pratiques des sociologues (même les pratiques de nature quantitative) tout comme les pratiques des acteurs sociaux, sont le fruit de processus organisés respectivement par les sociologues et les acteurs sociaux.

attestations de l'action. Autrement dit, si quelqu'un extérieur à une situation se prononce à propos de l'activité d'un individu en disant « ceci n'est pas très rationnel », c'est qu'il ne se réfère pas au « bon » rationnel. En ethnométhodologie, il n'existe pas d'échelle de rationalité. Le rationnel est toujours là et il est relatif à l'action, il se distingue par sa contingence et est relatif aux circonstances qui ont permis l'action.

Cette vision change en conséquence considérablement le rôle qu'on attribue à la théorie dans l'analyse sociale. Comme le mentionne Garfinkel (1967, p. 59) :

> En aucun cas l'investigation des actions pratiques n'est entreprise de façon à ce que les gens qui les mènent soient capables de reconnaître et de décrire ce qu'ils sont vraiment en train de faire. Les actions pratiques ne sont surtout pas étudiées dans le but d'expliquer aux praticiens leur propre discours à propos de ce qu'ils sont en train de faire.

Le rôle de l'ethnométhodologie n'est pas non plus d'expliquer et d'évaluer les actions en termes de rationalités ou de normes déjà établies (Coulon, 1993). Sa tâche est « d'analyser, à travers les actions des acteurs, la construction et la reconnaissance des circonstances et des événements qui les ont permises » (Coulon, 1993, p. 27). Cela a nécessairement des impacts sur un plan méthodologique; j'y reviendrai au chapitre III.

En somme, dans ce qui précède, nous avons vu que l'ethnométhodologie

1) propose une vision d'un monde social (ou de toute activité socialement constituée) en train de se faire (faire des mathématiques à un ordre donné est vu comme une activité continuellement créée par les acteurs),

2) propose d'analyser ce monde par le biais des activités pratiques de la vie courante des acteurs, des manières de faire que les acteurs utilisent pour réaliser ces activités quotidiennes, les *ethnométhodes* (dans notre cas par le biais des manières de faire des enseignants des ordres secondaire et collégial, les ethnométhodes mathématiques). Une telle analyse est possible dans la mesure où

3) elle reconnaît aux acteurs ce caractère rationnel de leurs actions (les enseignants d'un ordre donné sont les mieux placés pour « reconnaître » ce que c'est faire des mathématiques à leur ordre et la manière dont c'est fait),

4) en ce sens, elle se traduit en une certaine posture intellectuelle, une manière de regarder et de « parler » de l'objet de notre recherche.

L'ethnométhodologie se résume donc par :

> L'analyse des façons de faire ordinaires que les acteurs sociaux ordinaires mobilisent afin de réaliser leurs actions ordinaires. Cette méthodologie profane constituée par l'ensemble de ce que l'on va appeler les ethnométhodes — que les membres d'une société ou d'un groupe social utilisent de façon banale pour vivre ensemble — constitue le corpus de la recherche ethnométhodologique. L'ethnométhodologie est ainsi définie comme la « science » des « ethnométhodes », c'est-à-dire des procédures, de ce que Garfinkel [...] appelle « le raisonnement sociologique pratique » (Coulon, 1993, p. 13).

Nous revenons maintenant plus précisément sur les différents concepts clés de ce courant théorique, des concepts profondément imbriqués. En s'intéressant à l'étude du raisonnement pratique (ou procédures interprétatives) des individus, l'ethnométhodologie comme théorie des phénomènes sociaux prend non seulement appui sur une reconnaissance de la capacité interprétative de tout acteur, mais aussi de la réflexivité de ses actions.

2.2.2 Le concept de réflexivité

Cette faculté d'interprétation que les acteurs possèdent et mettent en œuvre dans leurs activités pratiques quotidiennes est posée comme indissociable de l'action et comme partagée par l'ensemble des acteurs (Coulon, 1993). Ce caractère indissociable de l'interprétation et de l'action a pour conséquence qu'en ethnométhodologie, le caractère réflexif des activités des acteurs est central.

La réflexivité en ethnométhodologie est un phénomène de création de sens observable dans l'action des individus, dans leurs comportements. La réflexivité n'est pas une réflexion sur l'action; elle désigne plutôt que les actions vont à la fois rendre intelligible le monde (ou attester du monde) et constituer le monde.

L'un des exemples les plus éloquents pour illustrer le concept de réflexivité au sens de l'ethnométhodologie est celui de la file d'attente, illustration largement reprise dans la littérature. Le fait de faire la file exprime (1) la reconnaissance d'une telle file (reconnaître une situation dans laquelle faire la file s'impose), mais par ailleurs, (2) constitue la file.

Autrement dit, la file est créée en la faisant et en la faisant, on atteste de la file, on la rend ainsi reconnaissable. Par ailleurs, le fait de faire la file ne signifie pas que tous ceux qui la constituent (et en même temps la rendent reconnaissable) la vivent de la même façon. Ils partagent tous le fait de constituer la file, mais la place qu'ils y occupent peut leur faire vivre des expériences différentes (le premier de file, le dernier, le caissier qui la fait respecter, etc.).

Dans une situation donnée, la réflexivité influe sur la manière dont chacun interprète l'action qu'il observe pour en constituer le sens (Amiel, 2004) et agir. La réflexivité ne renvoie pas ainsi à l'idée de « réfléchir » à l'action; mais plutôt à l'idée de réflexion, comme devant un miroir. Cette réflexivité est indissociable de l'action au sens où l'action constitue en même temps qu'elle rend observable. Les individus, dans leurs activités quotidiennes, n'ont évidemment pas conscience du caractère réflexif de leurs actions. Par ailleurs, on perçoit bien au moyen de ce qui précède la circularité du concept de réflexivité. Dans le domaine des sciences sociales, cette circularité ne doit pas être considérée comme un obstacle, mais bien comme une condition première à la compréhension du monde social (Coulon, 1993). Il est même possible d'ajouter que cette circularité est en quelque sorte perceptible à deux niveaux. En effet, comme mentionné, du point de vue de l'action, agir c'est à la fois constituer le monde et attester du monde. Du point de vue de l'acteur, agir, c'est avoir pu interpréter comment agir dans une certaine circonstance (ceci est visible parce que l'acteur agit), et c'est en même temps rendre l'interprétation possible (dans l'interaction avec d'autres acteurs).

Rendre l'interprétation possible peut se faire de différentes façons. Dans ce qui suit, il est question de l'*accountability*[52], un concept intimement lié à celui de réflexivité.

---

[52] Les concepts d'*account*, d'*accountable* et d'*acountability* sont rarement traduits en français et s'ils le sont, les auteurs précisent systématiquement qu'il s'agit bien de ces concepts. Il est difficile d'avoir leur équivalent français. Dès le début de la traduction de *Studies in ethnomethodology* de Garfinkel (Recherches en ethnométhodologie), Barthélémy et Quéré, les responsables de la traduction, soulèvent le problème : *account* est traduit par compte-rendu ou par description; *accountable* est traduit par « descriptible et rapportable » ou « visible et dicible » ou encore intelligible, racontable, explicable, justifiable; *accountability* est pour sa part véhiculé par les idées de rendre compte, rendre des comptes et de répondre de ses actes...

2.2.3 L'*accountability*

Nous vivons dans un monde qui est « descriptible, intelligible, analysable, descriptibilité qui se révèle dans les actions pratiques que nous engageons dans notre vie quotidienne » (Coulon, 1993, p. 27). Étudier les actions des individus et les circonstances qui les ont permises (les ethnométhodes, j'y reviendrai plus loin) suppose que ces actions de la vie quotidienne, que celles-ci soient profanes ou professionnelles, sont intelligibles, attestables, descriptibles, rapportables et restituables.

Lorsque l'on dit que l'action est observable et attestable (*accountable*) en ethnométhodologie, cela ne signifie pas que les acteurs veulent décrire ou témoigner de leurs actions de tous les jours, mais bien que ce caractère d'attestabilité, cette intelligibilité du monde dans lequel ils vivent se révèle dans les actions qu'ils engagent dans leur vie quotidienne et dans les procédures interprétatives qu'ils mobilisent. C'est ainsi dire que le sens de leurs actions est intelligible et descriptible. « L'*accountability* » est donc un élément constitutif des actions; elle est le vecteur de la réflexivité.

Par exemple, pour reprendre la mise en évidence simple en mathématiques (voir §2.1.1), *faire un récit de comment on s'y est pris* pour faire une mise en évidence simple (raconter ce que l'on a fait), *expliquer ce que serait faire* une mise en évidence simple (à d'autres) ou *en faire une* sont trois façons de produire un « *account* » de la « mise en évidence simple. L'objet « mise en évidence simple » n'est pas l'*account* en soi, mais « faire une mise en évidence simple » comme le contenu possible d'un *account*, ce pourrait : être le récit de son enseignement en classe, un compte-rendu de la manière de la faire, l'action d'en faire une, de la prendre en exemple dans le cadre de cette section du projet de thèse, d'en voir une accomplie, etc.

Ces pratiques d'attestabilité (« *accountability practices* ») sont un accomplissement sans fin, continu et contingent, elles se déroulent dans le cadre des activités quotidiennes dont elles attestent et ce, en même temps qu'elles sont produites (on retrouve ici la réflexivité présentée précédemment). Dans des situations d'interactions effectives entre les acteurs (par exemple, des échanges entre enseignants d'un même ordre d'enseignement), cet accomplissement est, pour les membres, omniprésent, non problématique et même trivial.

Qu'est-ce que cette réflexivité, cette « *accountability* », indissociables de l'action, et ce caractère rationnel des activités organisées, des descriptions d'actions pratiques, peuvent signifier dans le cadre de cette recherche ?

2.2.4 Manières de faire des mathématiques comme enseignants, réflexivité et *accountability*

Pour un enseignant qui est engagé dans ses activités d'enseignement au quotidien, faire des mathématiques en classe, à un ordre donné, c'est rendre intelligible et en même temps, c'est constituer ce que signifie faire des mathématiques à cet ordre. À travers leurs MFM, les enseignants révèlent les règles et procédures qu'ils actualisent. Cela a des retombées au plan méthodologique, sur lesquelles je reviendrai dans le prochain chapitre. En effet, dans la mesure où les MFM à la fois s'attestent et se constituent, nous devrons aménager un espace dans lequel les enseignants rendront accessibles leurs manières de faire, tout en faisant ressortir leur caractère rationnel, leur cohérence, leur intentionnalité.

2.2.5 Les manières de faire des mathématiques comme enseignants vues sous l'angle des *ethnométhodes*

Pour Garfinkel, « quand on fait de la sociologie, profane ou professionnelle, toute référence au « monde réel », même si elle concerne des événements physiques ou biologiques, est une référence aux activités organisées de la vie courante » (1967, p. 45, ma traduction). Ce qui précède met en évidence deux idées. La première est celle que les acteurs font de la sociologie (profane). En effet, bien que non sociologues professionnels ou scientifiques, ils utilisent des procédures interprétatives ou usent de ce que Garfinkel appelle le « raisonnement sociologique pratique » (qui repose sur la réflexivité de l'action) pour donner sens à ces activités organisées de la vie courante et pour en même temps les accomplir.

Dans la mesure où les activités des acteurs sont attestables (« *accountable* »), ces acteurs utilisent des méthodes, des procédures ou encore des façons de faire pour rendre ces activités visibles et rapportables. Ces méthodes que les individus utilisent pour donner sens à ces activités et pour en même temps les actualiser, bref pour accomplir leurs actions ordinaires, sont les ***ethnométhodes***. Prenons des exemples pour illustrer ce qui précède. Une personne transsexuelle, pour être acceptée en tant que femme (ou en tant qu'homme), doit interpréter et actualiser ce que signifie être un individu de l'autre sexe : dans ses façons de se vêtir, ses gestes, sa manière de parler, son ton de voix, etc. Lorsque je place ma main sur l'épaule d'un ami en lui parlant, en le regardant, en me plaçant à une certaine distance, j'actualise comment on se comporte entre amis. Ces façons de s'y prendre pour « agir en tant que femme » ou pour « se comporter entre amis » sont les ethnométhodes.

Les activités organisées (ou ce que Garfinkel nomme l'ordre social) s'actualisent dans l'action, et une ethnométhode est une façon de s'y prendre (une procédure) que les individus mobilisent de façon banale dans leur vie quotidienne, mais de façon ingénieuse pour vivre ensemble.

Qu'est-ce que cela peut bien vouloir dire lorsqu'un enseignant fait des mathématiques ? C'est ici que se précise la deuxième idée. Garfinkel est sociologue et vise, par ses recherches, la compréhension des ethnométhodes relatives à la constitution de l'ordre social, du monde social, alors que dans cette recherche, c'est l'enseignement des mathématiques qui est mis en avant, les manières de faire que les enseignants mettent en œuvre dans le cadre de leur enseignement. Dans ce cas précis, les activités organisées sont relatives aux activités mathématiques quotidiennes des enseignants de mathématiques à un ordre donné. Ce ne sont pas toutes les ethnométhodes relatives aux activités quotidiennes de l'enseignant qui sont abordées ici, mais celles qui ont trait aux mathématiques de leur « vie quotidienne et professionnelle ». En fait, de manière similaire à Garfinkel, je me demande quelles manières de faire, quelles procédures, bref quelles ethnométhodes les enseignants mobilisent pour actualiser la signification de ce que c'est « faire des mathématiques » à un ordre donné, pour en construire le sens et pour lui en donner un. Dans l'optique où ce sont les activités mathématiques organisées (des enseignants à un ordre donné) qui sont l'intérêt, l'expression ***ethnométhodes mathématiques*** semble appropriée.

En bref, les ethnométhodes mathématiques sont ces façons de s'y prendre des enseignants d'un ordre donné, pour faire des mathématiques ou reconnaître ce que c'est faire des mathématiques à leur ordre d'enseignement. Comme mentionné, cette reconnaissance va prendre appui sur un travail d'interprétation, indissociable de l'action. Ce travail d'interprétation permet aux enseignants de reconnaître les circonstances de leurs manières de faire : « Les descriptions [entendu comme l'attestabilité] produites par les membres sont réflexivement et essentiellement liées, pour ce qui concerne leur caractère rationnel, aux circonstances socialement organisées par leur usage » (Garfinkel, 1967, p. 13).

Autrement dit, il y a un caractère contextuel lié à ce que signifie « faire des mathématiques » et qui permet aux enseignants d'un même ordre de se reconnaître dans une façon de faire. Par exemple, un enseignant du secondaire qui parle de mise en évidence pourrait dire que pour en réaliser une, il faut trouver un facteur commun à tous les termes d'une expression et y rattacher la circonstance « résoudre une équation ». Celui du postsecondaire pourrait quant à lui en parler en termes de distributivité et accepter une telle mise en évidence : $x^2 + x = x^2(1 + \frac{1}{x})$ — laquelle ne convient pas à la description de l'enseignant du secondaire — puisqu'il l'interprète selon une circonstance reliée à la notion de limite, par exemple. Lorsque la limite est indécidable, il faut transformer l'expression en appliquant la distributivité pour mettre en évidence un facteur qui n'est pas nécessairement commun à tous les termes de l'expression.

En ethnométhodologie, cette capacité d'attacher un sens à une action (comme « faire une mise en évidence ») réfère au concept d'*indexicalité*.

2.2.6 L'indexicalité

Garfinkel fait valoir que la compréhension d'une situation exige que l'on aille au-delà de l'information donnée dans les échanges entre des acteurs et ce, en raison du caractère indexical du langage. L'ethnométhodologie emprunte ce concept d'*indexicalité* à la linguistique et le transpose aux sciences sociales pour signifier la nécessité, si l'on veut comprendre les échanges et interactions entre acteurs, de les indexer à des situations, à des circonstances.

L'indexicalité désigne l'incomplétude des mots, ceux-ci ne prennent leur sens complet que dans leur contexte de production, lorsqu'ils sont indexés à une situation (Coulon, 1996). Faire une mise en évidence ne signifie pas la même chose au secondaire et au collégial dans l'illustration précédente. Sa signification provient d'éléments contextuels. Or, le langage comporte une multitude, pour ne pas dire n'est formé que, d'expressions indexées à un contexte précis : un lieu, une situation, un locuteur, un auditeur, etc.

> Des expressions vagues, ambiguës ou tronquées, sont identifiées, par les [acteurs], qui leur donnent des significations contextuelles et transcontextuelles, grâce au caractère rétrospectif-prospectif des événements que ces expressions décrivent [...]. [Des] faits décrits, qui comportent des nuances ambiguës ou prévisibles, peuvent être examinés prospectivement par le locuteur-auditeur dans leurs sens potentiels futurs, supposant ainsi que la complétude des significations et des intentions présentes se manifestera plus tard. Ou bien des commentaires passés peuvent soudain clarifier des énoncés présents. Les principes de complétude et de connexion permettent à l'acteur de maintenir un sens de la structure sociale, par-delà le temps des horloges et celui de l'expérience, en dépit du caractère délibérément vague, ou supposé tel, et minimal, de l'information transmise par les acteurs au cours de leurs échanges » (Cicourel, p. 87, cité par Coulon, 1993, p. 21-22).

Autrement dit, les procédures interprétatives des acteurs permettent de compléter l'information des expressions indexicales[53]. Il en est de même de l'action. Les manières de faire ont un sens pour les enseignants lorsqu'ils font des mathématiques et lorsqu'ils en parlent. Ces manières de faire portent en elles leur caractère local. Les enseignants d'ordres différents partagent des contextes différents qui ouvrent sur diverses interprétations possibles. Leurs manières de faire sont ainsi indexées à des circonstances particulières et à ce contexte.

Mentionnons aussi que Garfinkel considère les procédures interprétatives comme des « instructions réflexives que les [acteurs] se donnent entre eux afin de pouvoir se comprendre et décider de leurs actions » (Coulon, 1993, p. 22). Cela renvoie ainsi à une idée d'échanges entre des membres, au sens de l'ethnométhodologie, dans lesquelles la communication va jouer un rôle important (Coulon, 1993).

---

[53] Un exemple souvent utilisé est celui de la *clause etcétéra*. En effet, lorsque l'on fait appel à la clause etcétéra, cela signifie en quelque sorte que le locuteur considère que l'auditeur *voit ce qu'il veut dire* et *peut ainsi compléter l'énumération* en question.

2.2.7 Le concept de membre

La notion de *membre* en ethnométhodologie illustre bien le caractère indexical des mots et des expressions. L'ethnométhodologue sait que la notion de membre ne se rapporte pas à son usage courant[54] : « Dans son acceptation la plus commune, [la notion de membre] est pour nous pire qu'inutile » (Garfinkel, traduit par Coulon, 1993, p. 82). En effet, cette idée de membre vient du fait que les activités quotidiennes sont à la base de toute forme de collaboration et d'interaction. Être membre en ethnométhodologie vient du fait qu'*on fait les choses ensemble*. Il s'agit donc d'une notion fortement liée à une idée de familiarité avec ces façons de faire dans lesquelles les acteurs se reconnaissent.

La notion de membre se rapporte notamment à la maîtrise du langage commun : les acteurs, du fait qu'ils parlent un langage naturel, sont en quelque sorte engagés dans la production et la présentation objective d'un savoir de sens commun (Garfinkel et Sacks, 1970). Être membre relève aussi de l'action : c'est, dans l'échange avec d'autres acteurs qui se reconnaissent comme membres, pouvoir remédier au caractère indexical des expressions (voir citation de Cicourel, p. 68), c'est maîtriser le langage naturel, c'est ne pas s'interroger sur ce qui est fait, c'est lorsqu'une situation n'est pas étrangère, etc. Les acteurs manifestent ainsi dans ces échanges leur compétence de membres qui, selon l'expression de Garfinkel, « savent ce que tout le monde sait » (Coulon, 1993, p. 21). Être membre, c'est aussi être compétent au sens où l'on participe à la constitution des activités organisées (à la constitution d'un certain ordre social).

Ainsi, dans notre recherche, nous ne dirons pas que les enseignants d'un ordre donné sont membres parce qu'ils constituent un groupe social (le groupe d'enseignants du secondaire par exemple), mais bien parce qu'ils partagent une certaine familiarité avec certaines façons de faire. Ces enseignants d'un même ordre partagent le même contexte (programme, manuels, une formation similaire, etc.), ils se reconnaissent dans leurs MFM (à un ordre donné), dans les circonstances de ces manières de faire, etc.

---

[54] Être membre ne réfère pas à l'appartenance à un groupe social, mais plutôt à la familiarité que recouvre l'ensemble des activités de la vie de tous les jours.

En bref, la notion de membre réfère au fait que les enseignants sont engagés dans la constitution de ce qu'est « faire des mathématiques » à un ordre donné. Être membre c'est constituer l'action, c'est pouvoir échanger avec d'autres acteurs et se reconnaître comme membre, c'est pouvoir remédier au caractère indexical des expressions (utilisées dans les échanges), c'est maîtriser le « langage », c'est ne pas s'interroger sur ce qu'on fait et sur ce qui est fait par d'autres membres. C'est pouvoir préciser les circonstances des manières de faire.

2.2.8 En synthèse

L'ethnométhodologie, comme fondement théorique, permet de concevoir et de mieux comprendre comment se constituent les MFM comme enseignants. Dans l'optique ethnométhodologique, faire des mathématiques comme enseignants est vu comme une activité organisée, continue et contingente, par les membres, les enseignants du secondaire ou ceux du collégial. L'analyse de cette activité passe donc par ce que nous avons appelé les ethnométhodes mathématiques (voir tableau 2.2).

Tableau 2.2

Les MFM vues sous l'angle des ethnométhodes mathématiques

Ethnométhodes mathématiques	
Des manières de faire des mathématiques...	qui, comme enseignants, actualisent
Réflexives et *accountable* (descriptibles, intelligibles)	le raisonnement pratique (les procédures interprétatives) et la rationalité, indissociables de l'action/ qui donnent sens à cette action et en même temps la constituent.
Indexicales	la capacité des enseignants (comme membres) à remédier au caractère indexical des échanges à propos de l'action et à reconnaître les circonstances de cette action.
Partagées	leur compétence de membre.

On perçoit, à travers ce qui précède, l'imbrication des différents concepts ethnométhodologiques qui nous permettent d'entrer en profondeur sur les MFM des enseignants. Ces derniers, dans le cadre de leurs activités d'enseignement, usent de procédures interprétatives pour à la fois accomplir leurs actions et leur donner sens (ici, les MFM en lien avec leur enseignement). Cette interprétation est indissociable de l'acte « faire des mathématiques », au sens où en faire dans le cadre de leur enseignement met au jour cette capacité d'interprétation des enseignants et permet en retour d'interpréter ce que signifie faire des mathématiques : « faire des mathématiques » c'est aussi rendre intelligible (*accountable*) ce que signifie faire des mathématiques, et cet *account* peut prendre différentes formes (comme nous l'avons vu précédemment, entre autres avec l'exemple de la mise en évidence simple), prend place dans certaines circonstances qui colorent la manière de faire, selon un certain rationnel.

Garfinkel fait aussi valoir, comme il a été vu, que la compréhension exige d'aller au-delà de l'information et ce, en raison du caractère indexical du langage et de tout autre support d'échange. Le contexte structure l'action en même temps qu'il est structuré par l'action. Dans cette optique, les MFM sont porteuses du contexte (en même temps qu'elles définissent le contexte) dans lequel elles sont actualisées. Pour cette raison, nous complétons cette exploration théorique sur les concepts de l'ethnométhodologie, par un éclairage complémentaire, puisant entre autres aux travaux de Lave (1988) et de Bednarz et Proulx (2011). Nous nous intéressons ici au contexte particulier dans lequel prennent sens ces ethnométhodes mathématiques des enseignants, un contexte professionnel finalisé par un projet d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques.

2.3 Un éclairage complémentaire : des manières de faire des mathématiques ancrées dans un certain contexte d'enseignement des mathématiques

Dans le cadre de la recherche, les MFM de l'enseignant ne peuvent être considérées, nous l'avons vu précédemment, en dehors des circonstances qui donnent sens à celles-ci. En ce sens, ces manières de faire doivent être considérées comme étant situées, ancrées dans un certain contexte (Lave, 1988), soit celui de l'enseignement des mathématiques d'un ordre donné, à un niveau donné. À l'instar de la description de l'activité de l'acteur en situation (« the ongoing activity ») chez Lave (1988, 1996), les MFM sont vues comme se construisant dans une dialectique avec le contexte, celui-ci agissant comme une « ressource structurante » de ces manières de faire, elles-mêmes venant en retour structurer ce contexte.

Dans ses nombreuses études ethnographiques, Lave (1988, 1996) montre ainsi que les mathématiques incarnées dans une certaine pratique sociale (que l'on pense ici par exemple aux études sur les tailleurs au Libéria, ou aux études portant sur la pratique d'épicerie au supermarché) sont façonnées par le contexte. La personne en activité, qui n'est jamais isolée du monde où elle évolue ni de sa propre pratique, développe une réponse au problème qu'elle se pose *in situ* : problème et réponse se forment dans l'action, dans un contexte particulier (au supermarché par exemple, la personne qui fait son épicerie construit une réponse au problème qu'elle se pose, en parcourant les rayons de son choix d'une certaine façon, en fonction d'informations sur des rabais, de besoins spécifiques, etc.).

Le travail qu'entreprend Lave met l'accent sur le caractère dialectique des relations entre ce qu'elle nomme le monde expérientiel de l'acteur (« experienced lived-in-world »), les situations que cet acteur reconstruit, le lieu où se déroule cette pratique et les structures sociales plus larges (ce qu'elle nomme « constitutive order »). L'analyse de cette pratique sociale doit être fondée, selon elle, non pas sur la conscience ou les activités du sujet (un regard sur l'individu qu'on retrouve dans les études qui se placent dans une perspective cognitiviste), ni dans les caractéristiques de l'objet (la société dans laquelle cette pratique s'insère), mais dans la dialectique qui relie les deux.

Lave fait ainsi valoir qu'il existe une relation dialectique entre l'action et le contexte (the lived-in-world), cette relation n'étant nullement vue en termes d'effets réciproques. Une relation dialectique existe lorsque ses constituants sont créés uniquement en combinaison : l'un n'existe pas sans l'autre. En ce sens, Lave rejoint la position de Garfinkel pour qui la réalité sociale est créée par les acteurs. Alors que Garfinkel se situe davantage du point de vue des acteurs, de leurs aptitudes à interpréter, de la réflexivité de leurs actions, de leur rationalité, de leurs ethnométhodes et de leurs interactions avec d'autres acteurs, l'entrée de Lave (1988) est plutôt celle du contexte, de l'environnement au cœur duquel se déroulent les actions des acteurs.

La théorie développée par Lave s'intéresse, tout comme le fait l'ethnométhodologie, aux activités « de tous les jours » développées dans leur contexte ordinaire. Un enseignant de mathématiques, à un ordre donné, et ses élèves en classe sont engagés dans des activités quotidiennes au même titre qu'une personne qui fait ses courses au supermarché ou qu'un scientifique qui travaille dans son laboratoire.

Que signifie cette dialectique entre l'action et le contexte lorsqu'il est question des MFM des enseignants, prenant place dans un contexte d'enseignement ?

Le contexte professionnel qui agit comme ressource structurante sur les MFM des enseignants est un contexte particulier, notamment parce qu'il est porteur du projet d'enseigner. Plusieurs travaux de recherche ont cherché à cerner la nature particulière des mathématiques ancrées dans ce contexte, ce que certains appellent les mathématiques pour l'enseignement (Ball et Bass, 2003) ou encore les mathématiques professionnelles (Bednarz et Proulx, 2011). Bednarz et Proulx (2009) mettent notamment en évidence le caractère situé de ces mathématiques mobilisées dans la pratique d'un enseignant, qui les amène à faire différents choix selon un examen à la fois mathématique, pédagogique, didactique et institutionnel de la situation; ces mathématiques ne sont donc jamais purement mathématiques, mais toujours imbriquées à de multiples autres dimensions. Ainsi, dans le cadre de notre recherche, les MFM des enseignants, ancrées dans ce contexte particulier professionnel qui est celui de l'enseignement des mathématiques à un ordre donné, ne sont pas purement mathématiques, mais structurées par ce projet d'enseignement, imbriquant d'autres dimensions.

Ce constat, Bednarz et Proulx l'ont fait en entreprenant de conceptualiser ce que veut dire « connaître et utiliser les mathématiques » dans l'enseignement. Ils font ressortir que pour l'enseignant, une situation mathématique est toujours enracinée dans un contexte d'enseignement et d'apprentissage : ce contexte va venir façonner les choix faits, les manières de penser un contenu, de le concevoir, de réagir à un évènement mathématique en classe, etc. (voir à ce sujet Bednarz et Proulx, 2010). Ce que Bednarz et Proulx proposent comme conceptualisation des « mathématiques professionnelles », celles mises en œuvre par des enseignants dans leur pratique (Bednarz et Proulx, 2011), peut certainement éclairer l'analyse des MFM des enseignants, c'est pourquoi il en question dans la dernière partie de ce chapitre.

Pour Bednarz et Proulx (2009), ces « mathématiques professionnelles », développées au travail par les enseignants, peuvent être caractérisées à travers différentes dimensions: (1) la nature imbriquée de ces mathématiques (de multiples dimensions sont en jeu, pas seulement mathématiques); (2) leur caractère situé, enraciné en contexte, ce contexte façonnant ces mathématiques, on assiste même à une restructuration qualitative des concepts mathématiques, façonnée par ce contexte (Bednarz, Proulx, 2011); (3) elles se développent dans l'action et sont de l'ordre de connaissances-en-acte. Enfin (4) elles requièrent de l'enseignant la capacité à réagir sur le moment, en s'adaptant à la classe et à ce qui s'y passe, mettant en évidence leur caractère émergent et imprévisible (Bednarz et Proulx, 2009; Mason et Spense, 1999). Ces deux dernières dimensions rejoignent l'idée de « réflexion en cours d'action et sur l'action » de Schön (1996). Selon Bednarz et Proulx (2009), ces connaissances-en-acte renvoient entre autres à des manières de faire les mathématiques en classe. Certaines de ces connaissances-en-acte sont aussi de l'ordre « d'éléments auxquels l'enseignant tient dans son enseignement » (p. 3). Par exemple, un enseignant qui sollicite constamment chez ses élèves le recours à des justifications : « De façon implicite, ceci communique aussi aux élèves sa vision des mathématiques et des façons de faire les mathématiques » (Bauersfeld, 1994, cité dans Bednarz et Proulx, 2009, p. 3).

Bednarz et Proulx (2011) mettent enfin en évidence (5) une « fragmentation » (Noss, 2002) du milieu de travail des enseignants[55] qui vient façonner ces mathématiques (voir exemple donné aux pages 52 et suivantes). Du point de vue des manières de faire, cela signifie sans doute qu'une « fragmentation » d'un niveau à l'autre, d'un ordre à l'autre (dans notre cas) risque de venir en retour façonner des MFM différentes, cela contribuant, selon certains enseignants du collégial (voir chapitre I) aux difficultés des étudiants. La définition, par exemple, est introduite non formellement, elle arrive en fin de parcours dans le travail sur un concept au secondaire; elle sert à décrire, à calculer et à opérer au collégial. De telles manières de définir ne sont pas nécessairement visibles sous l'angle des mathématiques, des manuels ou du programme d'études.

Ce qui a été appelé les ethnométhodes mathématiques dans la section précédente est donc à considérer dans un contexte spécifique, porteur d'un projet d'enseigner, le contexte

[55] D'autres dimensions ont également été développées dans ces travaux (Bednarz et Proulx, 2011*a*, 2011*b*). Celles les plus susceptibles d'éclairer les manières de faire des mathématiques dans un contexte d'enseignement ont été reprises.

d'enseignement à un ordre donné. Il s'agit des MFM des enseignants qui indiquent ce que signifie faire des mathématiques lorsqu'on enseigne au secondaire ou au collégial. En considérant les travaux ci-dessus, nous avons précisé la nature de ces mathématiques au travail, actualisées dans un contexte professionnel, et le rôle important que joue le contexte. Notre recherche vise maintenant à préciser davantage ces ethnométhodes mathématiques qui se constituent dans le contexte de l'enseignement secondaire et dans le contexte de l'enseignement collégial.

De la même façon, la culture mathématique établie sur les plans *formel*, *informel* et *technique* est celle des enseignants, pour l'enseignement. Ainsi, la façon de regarder ces plans n'est pas purement mathématique, elle renvoie sans doute à l'imbrication de plusieurs dimensions relatives à l'enseignement.

2.4 Un recadrage des questions de recherche à la lumière de ce qui précède

Les différentes entrées théoriques ont permis d'explorer l'objet *manières de faire des mathématiques comme enseignants* (MFM) en prenant en compte le contexte de transition dans lequel l'objet est étudié (théorie de la culture), la manière dont ces manières de faire se constituent en tant qu'activité organisée (ethnométhodologie), et le contexte dans lequel elles se constituent, soit l'enseignement à un ordre donné (cognition située et travaux sur les mathématiques professionnelles comme entrées complémentaires).

L'entrée par l'ethnométhodologie précise que, pour des enseignants, « faire des mathématiques » dans le cadre de leur enseignement à un ordre donné est une activité organisée selon des façons de faire et de dire. Les membres, soit les enseignants d'un ordre donné, sont engagés, dans le cadre ordinaire de leurs interactions professionnelles, à attester de leurs MFM comme enseignant à leur ordre d'enseignement.

En continuité avec l'ethnométhodologie et de manière complémentaire, les travaux de Lave poussent l'idée du contexte : comment le contexte joue-t-il ? Qu'ont-elles de particulier, ces mathématiques de l'enseignant du secondaire ? Du collégial ?

L'entrée par les plans de la culture de Hall permet de voir comment la culture mathématique s'organise aux plans *formel*, *informel* et *technique*. Cette entrée est propice à caractériser comment s'organisent notamment les manières de faire au plan *informel* qui auront été dégagées à partir de l'entrée ethnométhodologique. Le tableau 2.3 présente le maillage des trois entrées théoriques en lien avec les MFM.

Tableau 2.3

Trois éclairages théoriques sur les MFM

Théorie de la culture de Hall	**Ethnométhodologie (au fondement de cette recherche)**	**Cognition située**
Permet de comprendre comment s'organise une culture mathématique à un ordre donné aux plans *formel*, *informel* et *technique*. Les MFM vues comme une entrée par le plan *informel*.	Permet de comprendre comment les MFM se constituent au quotidien par les membres (enseignants d'un ordre donné). Le concept d'ethnométhode mathématique enrichit la compréhension des MFM.	Permet de comprendre la relation entre les MFM et le contexte d'enseignement dans lequel elles prennent place. Les MFM vues comme porteuses du projet d'enseignement.

Ces différents éclairages nous amènent à reformuler nos trois questions initiales (voir chapitre 1). La première question est revue sous l'éclairage de l'ethnométhodologie. La deuxième question est revue sous l'éclairage de la culture de Hall et de l'ethnométhodologie.

1) Comment se particularisent les ethnométhodes mathématiques (manières de faire, circonstances, rationnels, procédures interprétatives, etc.) dont attestent les enseignants d'un ordre donné (membres) lorsqu'ils explorent la transition avec des enseignants d'un autre ordre ?

2) Comment se distinguent les cultures mathématiques dont témoignent ces ethnométhodes mathématiques ?

3) De quelles façons l'harmonisation se constitue-t-elle dans cette exploration ? Comment se développe-t-elle ?

Il est clair qu'à l'issue de ce travail de nature théorique, il est encore possible de se demander « mais que sont ces MFM ou encore ces ethnométhodes mathématiques des enseignants » ? Il est tout à fait souhaitable que cette question, à ce stade, demeure. La perspective ethnométhodologique écarte de sa démarche l'explication de l'action en référence à une théorie élaborée *a priori*. Ainsi, c'est de manière empirique que les ethnométhodes mathématiques se clarifieront. Dans le cadre de ce chapitre, les théories n'ont pas servi à baliser ce qu'étaient les MFM comme enseignants, mais bien à explorer théoriquement le concept en vue de poursuivre empiriquement l'exploration. Comment s'élabore maintenant la démarche pour aborder empiriquement les MFM des enseignants, dans ce contexte de transition ? C'est ce qui sera abordé dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III

MÉTHODOLOGIE : LA DÉMARCHE POUR ABORDER EMPIRIQUEMENT LES ETHNOMÉTHODES MATHÉMATIQUES DANS LE CONTEXTE DE TRANSITION

Une méthode de recherche définit toujours
une relation du chercheur aux acteurs...
François Dubet

Après avoir posé un regard théorique sur l'objet de la recherche, les MFM, le concept d'« ethnométhodes mathématiques » et la constellation de concepts qui le compose semblent féconds pour la mise en route de la recherche : ces MFM familières qui s'actualisent dans certaines *circonstances*, de l'ordre de l'action et dont les enseignants attestent selon une certaine *rationalité* et des *procédures interprétatives* qui leur donnent sens, permettent de les reconnaître, et ce dans différents types d'*accounts*. En contexte de transition, ces concepts paraissent prometteurs pour l'étude des MFM des enseignants à un ordre donné. Ces fondements ethnométhodologiques vont également alimenter l'approche méthodologique retenue.

Ce troisième chapitre, élaborant la méthodologie de recherche, se divise en cinq parties. Une première partie dans laquelle l'orientation globale de la recherche et les choix qui la justifient sont présentés. Une deuxième partie présente les fondements de l'approche retenue de manière à mieux comprendre leurs implications sur le plan méthodologique. La démarche plus précise d'investigation est exposée dans une troisième partie. Vient ensuite la présentation de l'analyse en quatrième partie. Finalement, les critères de rigueur sont énoncés à la toute fin du chapitre.

3.1. Orientation globale de la recherche

Pour Dubet (1994), toute recherche empirique (dans le domaine des sciences sociales) peut être définie comme une rencontre plus ou moins directe entre des acteurs sociaux et des chercheurs autour d'un certain phénomène à investiguer. Ces rencontres se présentent de multiples façons comme de longues séries d'argumentations plus ou moins croisées entre deux pôles : un pôle recherche (une investigation sur un certain phénomène dans un champ scientifique donné) et un pôle pratique (des acteurs sociaux et, avec eux, le monde de la pratique auquel ils se réfèrent). Dans le cadre de cette recherche, en faisant le choix d'une approche de recherche collaborative (Desgagné *et al.*, 2001), une relation directe entre ces deux pôles est au cœur de la démarche. Pourquoi ce choix ?

Réfléchir à la méthodologie dans le cas de cette recherche pose de front la question du lien à établir entre *une recherche qui porte sur un objet lié à l'action* (une recherche qui aborde la transition du point de vue des MFM) et *cette action* (faire des mathématiques comme enseignants, dans leur activité quotidienne).

Les enseignants sont ici des acteurs clés pour donner sens à ce que signifie cette action (ce que signifie faire des mathématiques à un ordre donné), à condition qu'on leur en donne l'occasion. Selon la posture épistémologique retenue ici, ces enseignants d'un même ordre se reconnaissent mutuellement la compétence de membres, du point de vue des manières de faire à un ordre donné et ce, par le biais de procédures interprétatives. Leurs procédures interprétatives sont au cœur d'une compréhension de leurs manières de faire, de la reconnaissance des circonstances dans lesquelles elles prennent place (caractère indexical) en lien avec leur contexte d'enseignement particulier (secondaire ou collégial). Ce sont les enseignants qui « utilisent les événements en cours comme des ressources pour interpréter les actions passées et pour découvrir et leur assigner de nouvelles significations, choisissant en permanence des éléments du contexte pour poursuivre l'enquête d'interprétation » (Coulon, 1993, p. 206-207). Garfinkel (1967) parle en ce sens d'une capacité d'analyse qui n'est pas le monopole des chercheurs : dans la vie de tous les jours, l'acteur utilise des procédures interprétatives pour donner sens à ses actions et à celles des autres[56].

Dit autrement, « Les acteurs [...] connaissent les enchaînements fins de l'action, les séries des décisions et des choix, les calculs et les anticipations des actions dont ils sont les agents et, pour une part, les auteurs » (Dubet, 1994, p. 234). Ceci montre bien le rôle que sont appelés à jouer les enseignants dans cette démarche de recherche en ce qui a trait à leurs manières de faire les mathématiques. Or, compte tenu du contexte de transition comme trame de l'investigation de l'objet, cette recherche est aussi nourrie par la compréhension que je développe graduellement relativement à ces questions. Ma connaissance du champ plus global des recherches en didactique me permet de situer cette action dans un contexte de transition interordres. Bref, le rôle que j'ai à titre de chercheuse dans cette démarche est aussi à mettre à profit au regard du contexte de transition dans lequel cette recherche prend place.

Les enseignants et moi (à titre de chercheuse) apparaissons alors comme complémentaires dans cette investigation. Selon Dubet (2007), cette position invite le chercheur à faire confiance aux acteurs, capables de réfléchir sur eux-mêmes, et exigera donc autre chose de sa part :

> [Cette position] n'implique évidemment pas que le sociologue soit ignorant ou naïf. Celui-ci doit être très raisonnablement informé, pour ne pas dire plus, de la nature et de l'histoire du problème qu'il étudie. Ceci exige aussi que le sociologue soit en mesure de débattre des interprétations que les acteurs produisent [...]. L'enquête devient alors une discussion, une sorte d'exercice

---

[56] Garfinkel parle alors de la *méthode documentaire d'interprétation*, signifiant que des liens sont constamment établis par les acteurs entre les événements et leur contexte. Cela rejoint la position de Lave (voir §2.4). Or ici, ce n'est pas tant la dialectique entre l'acteur (la cognition) et le contexte (l'environnement) sur laquelle il est intéressant de revenir, mais sur l'argument ethnométhodologique selon lequel cette méthode, sur laquelle repose toute interprétation, met en évidence la capacité d'interprétation, d'analyse et de production de connaissance de tout acteur; cette capacité d'analyse n'est donc pas une prérogative de la recherche. D'autres chercheurs ont exprimé cet argument, différemment selon les courants, les amenant à revoir, comme l'a fait Garfinkel, la coupure épistémologique entre connaissance savante et connaissance pratique. Plusieurs chercheurs s'engagent dans ce qu'on nomme la démocratisation de l'expertise (voir Morrissette, 2009). C'est le cas chez Giddens (1987) avec son concept d'« acteur compétent », ou chez Dubet (2005) et sa conception dialogique de l'individu. Certains auteurs dénoncent le rapport hiérarchique entre deux logiques, théorique et pratique (Darré, 1999; Desgagné, 2007), d'autres affirment qu'il existe plusieurs types de connaissances dont celles produites par l'acquisition d'un savoir-faire et d'une réflexion dans l'action (Paquet *et al.*, 1991; Schön, 1996; Shulman, 1986). Ces derniers dénoncent le fait que ce type de connaissances soit occulté par la recherche (voir par exemple Paquet *et al.*, 1991).

> démocratique exigeant et dont il est probable que le chercheur ne sort pas totalement indemne (Dubet, 2007, p. 45).

Cette réflexion à propos de la manière de mener la recherche trouve un écho à travers le questionnement de différents chercheurs, issus de diverses disciplines des sciences humaines et sociales, qui ont abordé, chacun à leur façon, la recherche en croisant les regards de la recherche et de la pratique (Bednarz, 2004, 2009*a*, 2009*b*, 2012*a*, 2012*b*; Desgagné, 1997, 1998, 2007*a*; Desgagné *et al.*, 2001; Dubet, 1994, 2007). Ces différents chercheurs répondent, à leur manière, aux jeux d'argumentations réciproques entre chercheurs et praticiens (Dubet, 1994), à l'exigence du lien entre la recherche et l'action et entre les logiques du chercheur et des praticiens (Anadón, 2007, p. 3).

La présente recherche s'inscrit dans ce mouvement de rapprochement entre recherche et pratique pour avancer sur des questions qui concernent de près les enseignants (Bednarz, 2012*a*, 2012*b*) : l'expertise n'est pas seulement du côté du chercheur en didactique des mathématiques (par ex. la mienne relevant des questions de transition), mais les enseignants aussi, peuvent apporter une compréhension à l'objet (leurs MFM). Cette réflexion conduit à adopter, comme orientation méthodologique, celle d'une recherche collaborative.

3.2. Les fondements de la recherche collaborative et ses implications

Le modèle de la recherche collaborative se situe dans le courant des recherches interprétatives « puisqu'elle s'articule autour de projets dont l'intérêt d'investigation repose sur la compréhension que les praticiens, en interaction avec le chercheur, vont construire autour de l'exploration, en contexte réel, d'un aspect qui concerne leur pratique professionnelle » (Desgagné, 1997, p. 393). Les ethnométhodes mathématiques renvoient justement, entre autres, aux procédures interprétatives mobilisées par les enseignants, leur permettant de reconnaître (et donner sens à) ce que signifie « faire des mathématiques » comme enseignants du secondaire ou du collégial. Le projet de recherche repose sur cette interprétation et sur la compréhension des circonstances qui font que les mathématiques à un ordre donné sont faites d'une certaine façon.

La recherche collaborative puise ses fondements dans l'ethnométhodologie. Elle emprunte notamment à ce courant son concept central de réflexivité dont les implications méthodologiques sont abordées ci-dessous (voir §3.2.1). Ce modèle collaboratif emprunte aussi à la cognition située (Lave, 1988) l'idée d'une pratique située, qui se constitue en contexte (ce qui rejoint en ce sens le concept d'indexicalité que l'on retrouve en ethnométhodologie). La recherche collaborative y adopte également son concept de communauté de pratique, « entendu comme un cadre d'*activités concrètes* autour desquelles des membres (au sens ethnométhodologique) *s'engagent mutuellement*, dans *une action conjointe*, à l'appui d'un *répertoire partagé* » (Desgagné, 2001, p. 70). Dans le cadre de la recherche, cela signifie que des enseignants du secondaire et du collégial s'engagent avec moi dans une activité autour du thème de la transition. C'est par le biais de leurs MFM comme enseignants que cette transition est explorée. Cette exploration se fait dans une perspective d'harmonisation. Cette rencontre, entre chercheur et praticiens, s'actualise en une *activité réflexive* autour du phénomène investigué.

3.2.1 L'activité réflexive, pivot de la recherche collaborative

L'activité réflexive est centrale au plan méthodologique dans la recherche collaborative et prend fondement en ethnométhodologie avec le concept de réflexivité et celui, qui lui est fortement lié, d'*accountability* (Bednarz, 2013). Tel que vu, en ethnométhodologie, la réflexivité et l'*accountability* s'associent à l'action. La réflexivité signifie que l'action atteste et, en même temps, produit le monde. Agir, c'est attester du monde dans lequel on vit (*accontability*) et, en même temps, c'est créer ce monde. Cela signifie, du point de vue méthodologique, qu'il faut placer les enseignants en situation d'action pour qu'ils attestent de leurs manières de faire tout en les produisant (le monde étant continu et contingent). Les enseignants sont ainsi invités à actualiser leurs MFM comme enseignants. Le défi que pose l'aménagement de l'activité réflexive est certainement d'élaborer des situations qui ne soient pas, en ce sens, étrangères aux membres. Elles doivent donc tenir compte de la familiarité que recouvre l'ensemble des actions dans lesquelles sont plongés les enseignants de mathématiques. Cela suppose, comme le mentionne Desgagné (2001, p. 67), que :

> [l]'activité qu'on va créer pour que le code soit livré [ne soit] pas étrangère aux membres. L'ethnométhodologie est plutôt à l'affût d'activités, déjà existantes ou à provoquer, qui ne

sortiront pas les membres de leur pratique sociale de référence, de sorte qu'à la limite le code sera livré à leur insu.

En ethnométhodologie, on considère que les membres de toute pratique sociale partagent un « code de significations » qui leur permet de se comprendre entre eux, d'agir et d'interagir (Coulon, 1993). En fait, le « code » renvoie à une idée de familiarité. Cette familiarité relève, d'une part, de l'action (on fait ce que tout le monde sait faire) et d'autre part, renvoie aussi à l'idée de membre, au sens où les actions familières professionnelles sont à la base de toute forme de collaboration et d'interaction. Ainsi, dans l'activité réflexive, deux éléments importants ont été considérés pour rendre compte du « code » ou de cette familiarité. D'abord un premier élément qui concerne *l'interaction entre enseignants* des deux ordres pour rendre compte des manières de faire familières : ce qui relève du familier pour les enseignants d'un ordre a plus de chance d'être livré dans une interaction entre des enseignants qui ne partagent pas nécessairement cette familiarité. Ensuite, *des situations puisées aux actions que les enseignants ont à faire quotidiennement* dans l'exercice de leurs fonctions pour qu'ils puissent s'y reconnaître du point de vue de l'action. Par exemple, dans le cadre des rencontres, les enseignants ont à donner sens à un problème ou à une question posée dans un contexte d'enseignement au secondaire ou au collégial, à le commenter, à mettre en avant la manière dont ils l'exploiteraient en classe, à commenter des solutions d'étudiants à ce problème, à commenter des extraits de manuels, à faire le récit d'une leçon, etc.[57] L'idée est de repérer, à travers ces actions quotidiennes, comment les enseignants des deux ordres font des mathématiques.

En bref, l'activité réflexive dans le cadre de cette recherche est un lieu de rencontre et de discussion entre des enseignants des deux ordres et une chercheuse, une « zone interprétative », expression que Desgagné *et al.* (2001) empruntent à Davidson, Wasser et Bresler (1996) pour signifier qu'il se co-construit un « savoir » entre chercheur et praticiens. Elle rassemble des enseignants des deux ordres, lesquels sont conduits, dans l'interaction entre eux et avec moi, à attester de leurs MFM par le biais de situations puisées à même leurs

---

[57] Évidemment, ces actions renvoient aux pratiques de l'enseignant et il y a une distinction à faire entre les manières de faire des mathématiques et des pratiques ou stratégies d'enseignement. Cette distinction sera faite dans le cadre de l'analyse (voir par exemple §4.1 p. 115).

actions professionnelles quotidiennes en tant qu'enseignants de mathématiques. Mais aussi, ils sont amenés à aller plus loin et à penser à une harmonisation à partir de ces manières de faire aux deux ordres.

3.2.2 Les défis que pose cette activité réflexive

Dans la perspective ci-dessus, la compréhension des ethnométhodes mathématiques passe par des échanges entre des acteurs qui ne pourraient interagir sans se comprendre mutuellement. La collaboration entre les deux groupes d'enseignants permet aux partenaires de se reconnaître un champ d'expertise, de se percevoir comme compétents au regard de l'objet investigué (St-Arnaud, 1989) puisqu'ils sont amenés à expliciter et à justifier leurs MFM, à livrer en quelque sorte les clés d'interprétation de ces manières de faire. On cherche à se comprendre pour aller plus loin. Il est donc clair que les deux groupes ont besoin l'un de l'autre d'abord, pour reconnaître et faire connaître les manières de faire de chacun à chacun des ordres, et ensuite pour penser une harmonisation. Il y a là un réel enjeu pour qu'un véritable climat de dialogue s'enclenche entre les participants, misant sur une appréciation juste de l'autre ordre.

Il est de mise de rappeler ici qu'un des reproches adressés aux ordres d'enseignement secondaire et collégial est le manque de concertation (*infra* §1.1.1). En plus de reconnaître les manières de faire des enseignants à chacun des ordres, les enseignants sont amenés à reconnaître ce qui peut se faire à un ordre donné lorsqu'il est question d'harmoniser. Cette complémentarité des points de vue semble, en ce sens, essentielle.

Cependant, le fait de regrouper les enseignants n'est pas garant d'une réelle collaboration. Bien que la recherche collaborative est en soi une invitation à coopérer, à travailler ensemble (Maheux, sous presse), il est nécessaire d'installer un véritable climat de travail conjoint. Cela se fait notamment à partir des situations servant de base de discussion propices à l'explicitation des manières de faire dont les enseignants attestent dans l'interaction. Il est question en ce sens pour moi, de jouer un rôle de régulation entre les enseignants du secondaire et du collégial, qui appartiennent à deux mondes différents et ont peu l'habitude de travailler ensemble. Il y a donc un climat de dialogue à installer au sein du groupe — une valorisation des contributions des uns et des autres, une attitude d'ouverture — qui constitue un véritable défi. Mais au-delà de ce défi lié au climat relationnel, quel est mon rôle ?

3.2.3 Le rôle du chercheur dans l'activité réflexive

En recherche collaborative, le rôle du chercheur est aussi lié au courant ethnométhodologique. On suppose que le chercheur s'immisce dans la pratique des membres et devient lui aussi membre (Desgagné, 2001). Cela ne signifie pas que le chercheur devient praticien pendant les rencontres. Cela signifie en revanche qu'il a un rôle à part entière au sein du groupe. Mon rôle est de favoriser et d'accompagner l'explicitation des manières de faire, des circonstances qui font que les mathématiques sont faites de cette façon à un ordre donné, de ce qui relève du familier. En ce sens, comme chez Morrissette (2009) et Beauvais (2007), le titre d'« accompagnatrice/chercheuse » résume en partie le rôle que je joue dans l'activité réflexive. En même temps, je ne suis pas seulement facilitatrice de la réflexion sur la pratique. Mon rôle ne s'arrête pas qu'à la mise en place d'une activité réflexive. Je m'engage également dans un processus interactif avec des enseignants.

Cette interaction me permet, d'une part, de mettre à l'épreuve au fur et à mesure de l'investigation, ma compréhension, mon interprétation des MFM des enseignants. Je donc tente donc de mettre à profit mon « savoir-faire »[58] de chercheuse pour faire expliciter, pour catégoriser, nommer, faire nommer, décoder ces MFM *in situ*. Je me fais l'interprète de la voix des enseignants. Ceci dit, les enseignants jouent aussi ce rôle, d'autant plus que ceux d'un ordre veulent comprendre ce que les enseignants de l'autre ordre font. En ce sens, ils exigent des clarifications, interprètent, questionnent, reformulent ce que d'autres affirment ou disent qu'ils font. Tous les membres mettent à profit leurs procédures interprétatives au cours de ces rencontres.

D'autre part, dans un souci d'aller plus loin, dans une perspective d'harmonisation, je peux repérer des moments clés pour la travailler. À ce propos, je peux soit réinvestir les différents travaux à propos des transitions interordres, soit pointer des zones encore à défricher, à l'affût dans ce cas d'enjeux émergents à propos par exemple de la démonstration, du symbolisme,

[58] Tout en développant ce « savoir-faire ».

etc. Autrement dit, j'identifie des occasions intéressantes d'avancer sur une harmonisation des manières de faire, soit lorsque certaines d'entre elles sont en rupture, soit au contraire lorsque certaines filiations semblent possibles. Ainsi, je m'engage activement dans la discussion avec les enseignants. Encore une fois, cela émerge aussi des discussions entre enseignants et n'est pas nécessairement initié par moi seulement.

Maintenant qu'un survol de la démarche de recherche retenue a été fait, comment cette démarche a-t-elle été développée dans le déroulement concret de l'investigation ?

3.3 La démarche d'investigation plus spécifique

La démarche de recherche collaborative se décline en trois moments : la co-situation, la co-opération et la co-production (Desgagné, 1998; 2001). Le premier enjeu auquel fait face le chercheur est de faire en sorte que le phénomène qu'il souhaite étudier corresponde à de réelles préoccupations pour les praticiens, qu'il ait une pertinence sur le plan professionnel pour ces derniers. Cet objet d'investigation commun est ce que Desgagné (1998) nomme l'*objet co-situé*. Desgagné (2001) explique que l'étape de la co-situation correspond à la définition d'un objet d'étude problématique du point de vue de la recherche mais compatible avec une préoccupation des praticiens. La double vraisemblance, empruntée à Dubet (1994) et caractéristique de la recherche collaborative, prend ici la forme d'une « double pertinence sociale » (Desgagné, 2001).

À l'étape de co-opération, le chercheur élabore et met en place une activité réflexive qui permet au chercheur la collecte de données pertinentes sur l'aspect de la pratique investigué, mais qui constitue en même temps pour les praticiens un lieu de questionnement pratique (et en ce sens une occasion de se développer professionnellement). Le chercheur s'engage ici dans une longue relation avec les acteurs et fait de ce qui s'explicite et se construit dans cette activité réflexive l'objet central de son analyse. Le critère de double vraisemblance à cette étape en est un de « double rigueur méthodologique » où le « défi consiste, pour le chercheur collaboratif, à élaborer une approche de questionnement pratique qui tienne lieu en même temps de collecte de données » (Desgagné, 2001, p. 63).

Finalement, à l'étape de la co-production, le chercheur, dans sa façon d'analyser et de rendre compte des résultats, va chercher à refléter les résultats de la rencontre entre un chercheur et des praticiens. La double vraisemblance prend ici la forme d'une « double fécondité des résultats » (Desgagné, 2001) tant dans la mise en forme que dans la diffusion des résultats. Il y a effectivement l'idée de rejoindre, dans les présentations et publications, autant la communauté de pratique que la communauté scientifique (voire d'inclure les praticiens dans cette présentation et les publications).

Les sections suivantes se consacrent à la co-situation et à la co-opération en entrant plus précisément sur la démarche suivie à chacun de ces moments. La co-production (l'analyse) est présentée à la section 3.4.

3.3.1 La co-situation d'un projet portant sur la transition abordée du point de vue des manières de faire des mathématiques

Avant même la négociation réelle avec les enseignants invités à prendre part à cette recherche, la double vraisemblance oriente la recherche en s'articulant sur une préoccupation importante, celle d'être à la fois pertinente pour le domaine de la recherche en didactique des mathématiques et pour le domaine de la pratique (Dubet, 1994). Il s'agit en quelque sorte de co-situer ce qui va être étudié dans la recherche. Cette co-situation n'est pas seulement la démonstration par le chercheur de son attention portée aux enseignants ni une simple préparation du recrutement des participants. En ce sens, cette étape devient, de manière plus fondamentale, une perspective pour aborder la recherche elle-même, qui demande de fréquentes allées et venues entre le monde de la recherche et celui de la pratique dans une visée de prise en compte de ces deux mondes (Desgagné, 1997).

La formulation même de la problématique et de l'objet de la recherche rejoint certaines préoccupations dont celles de praticiens (voir chapitre I). Autrement dit, en tentant de comprendre et de développer la problématique de recherche, une certaine voix des enseignants est déjà présente, prenant appui sur des rencontres préalables avec des enseignants du collégial et sur mes préoccupations concernant le secondaire. Une première idée de double vraisemblance parcourt ainsi le travail de problématisation de la recherche, qui conduit à mettre en lumière un enjeu clé dans la transition : les MFM aux deux ordres.

Bien que ce qui précède mette à l'avant-plan ce souci de l'enseignant dans l'élaboration de la problématique, avant de rencontrer des enseignants, un travail de reformulation s'opére dans un effort de co-situation de cet objet et dans le but de créer un pont possible pour dialoguer avec des enseignants.

3.3.1.1 Établir un premier pont entre des intérêts de recherche et ceux d'enseignants du secondaire et du collégial

Se mouvoir dans le monde de la pratique c'est, entre autres, se placer du point de vue des enseignants et réfléchir à l'utilité, pour eux, de participer à une recherche collaborative. Il ne s'agit pas en effet d'inviter des enseignants à participer à un projet préalablement déterminé par le chercheur : le modèle collaboratif de recherche repose sur l'idée que la participation des praticiens se fait dès le début de la démarche d'investigation. Lorsque le projet est proposé aux enseignants, il doit être interrogé non seulement sous la forme des préoccupations de la recherche, mais aussi sous la forme des préoccupations du milieu. Ainsi, lorsqu'une première « zone d'intérêt » est précisée du point de vue de la recherche, elle doit ensuite se clarifier davantage du point de vue des enseignants. L'objet qui en est issu est alors co-situé tant dans les intérêts que dans la forme[59]. Par ailleurs, à l'étape de co-situation, et dans les étapes subséquentes qui sont décrites plus bas, la démarche proposée se veut les bases d'une première phase de négociation entre le chercheur et les enseignants sur les modalités de fonctionnement, le contenu des séances, etc. Partant de ce fait, la démarche d'investigation mise en œuvre doit être considérée par tous comme flexible.

Dès les débuts de la formulation du projet, il y a eu ce souci de clarifier la « zone d'intérêt à partager » (Desgagné, 2001) afin qu'elle corresponde non seulement à des préoccupations de recherche, mais aussi à de réelles préoccupations pour les praticiens. Dans le milieu de l'enseignement, les questions relatives aux problèmes de transition entre les ordres d'enseignement sont réelles et d'autant plus importantes ici qu'elles prennent place dans le contexte d'une réforme du système éducatif. Nécessairement, une réforme d'un des ordres d'enseignement entraîne des répercussions sur tous les autres paliers du système. Depuis

---

[59] Bien que l'objet soit au cœur des préoccupations des enseignants, la manière d'en rendre compte et les arguments justifiant son intérêt pour la pratique ont dû être formulés en prenant en compte cette pratique et de manière à mettre en évidence qu'il s'agissait d'une base de négociation.

l'implantation du dernier programme d'étude au secondaire (MEQ, 2003; MELS, 2007), les questions d'arrimage entre les ordres secondaire et collégial sont d'actualité, comme en témoignent la mise sur pied de projets, initiés par des commissions scolaires, visant la concertation entre ces deux ordres (Antonius *et al.*, 2008; Kouloumentas, 2009). Ces questions sont d'actualité d'autant plus que la première cohorte d'élèves ayant passé à travers cette réforme du secondaire arrivait en septembre 2010 au collégial, soit quelques mois avant le début du travail avec les enseignants. Le thème de la transition secondaire collégial, est en ce sens une préoccupation du milieu scolaire.

Un enjeu auquel j'ai dû faire face est celui de rendre l'objet *manières de faire des mathématiques*, développé sans les enseignants jusqu'à maintenant, conciliable avec un intérêt du milieu de pratique et signifiant pour les enseignants : du point de vue des enseignants, l'idée de mieux comprendre leurs propres manières de faire, celles des enseignants de l'autre ordre et de réfléchir à des façons de s'harmoniser. Dans le cadre de la réforme des programmes du secondaire, la formulation des attentes vis-à-vis des élèves se fait en termes de compétences, selon lesquelles les « processus » sont des aspects centraux : résoudre des problèmes, établir des conjectures, modéliser, mathématiser, valider, démontrer, etc. C'est en ce sens, pour les enseignants des ordres secondaire et collégial, qu'il devient intéressant d'outrepasser l'idée de n'investiguer la transition qu'en termes de contenus, pour la regarder aussi en termes de processus et de MFM.

Cependant, il a été considéré que ces manières de faire allaient être situées par les enseignants par rapport à des contenus qui font partie de leur quotidien d'enseignement, de sorte qu'à l'étape de la négociation, ces contenus précis étaient ouverts. En effet, les MFM traversent plusieurs cadres mathématiques (géométrique, algébrique, numérique, statistique...) et les cadres mathématiques peuvent être eux-mêmes transversaux (les cadres numérique et algébrique par exemple sont mobilisés dans d'autres cadres mathématiques : géométrique, statistique, probabiliste, etc.). Bien sûr, ces contenus devaient être aussi pertinents pour le secondaire et le collégial[60].

3.3.1.2 Les acteurs participant à cette recherche collaborative

L'engagement des enseignants dans cette recherche s'est fait sur une base volontaire. Évidemment, il m'a paru nécessaire de baliser certaines attentes avant de lancer l'invitation auprès d'enseignants.

Une première balise s'impose d'elle-même, les acteurs concernés par le problème de la transition sont clairement des enseignants du secondaire et des enseignants du collégial. Une transition scolaire concerne les deux ordres impliqués.

Dans cette recherche, l'intérêt est aussi porté sur le caractère partagé et familier des manières de faire. Il est intéressant à cet égard de considérer plusieurs membres d'un même ordre pour avoir accès à la familiarité et aux ethnométhodes mathématiques des enseignants à chacun des ordres. Pour cette raison, il est souhaitable d'avoir au moins trois enseignants de chacun des ordres. Deux participants auraient pu donner des indications sur le caractère partagé de ces ethnométhodes, mais trois participants par ordre donnent un poids plus significatif à ce caractère partagé. La démarche souple de la recherche collaborative, nécessitant des temps de négociation et une régulation des interactions, montre par ailleurs la complexité de s'engager dans un projet avec plus de six à huit enseignants. Sept enseignants du collégial et de la fin du secondaire provenant de deux cégeps et de trois écoles secondaires de la région de Montréal, qui se sont montrés intéressés à travailler avec des enseignants de l'autre ordre sur des questions de transition, ont été sollicités.

Plus précisément, ce sont les cours de mathématiques des programmes en sciences qui ont été ciblés au collégial puisque ce sont les profils dans lesquels les cours de mathématiques

[60]Plusieurs contenus aurait pu être proposés pour fin de négociation : les rudiments de la théorie des ensembles, les manipulations algébriques, les fonctions (exponentielles, logarithmiques, trigonométriques, fonction réciproque, composition de fonctions), les vecteurs, etc.

prennent une place plus significative[61]. Les trois enseignants du collégial impliqués dans cette recherche, provenant de deux cégeps de Montréal, ont une longue expérience d'enseignement dans les cours de mathématiques des programmes en sciences (plus d'une quinzaine d'années d'expérience). Au secondaire, trois enseignants ayant une expérience d'enseignement à la fin du secondaire (plus d'une dizaine d'années d'expérience chacun, notamment en cinquième secondaire, les cours de mathématiques préalables aux cours de mathématiques des programmes en sciences au collégial) se sont impliqués. Ils provenaient d'une école secondaire de Montréal et d'une de la Rive-Sud de Montréal.

Sept participants ont accepté de s'investir dans une première rencontre d'information sur le projet, où ce dernier a été présenté et discuté, et dans laquelle les premières modalités de fonctionnement et les choix de contenus qui allaient faire l'objet des discussions ont été précisés. Six enseignants[62] se sont définitivement engagés dans le projet de recherche collaborative à l'issue de cette rencontre de co-situation, signant le formulaire de consentement éthique associé.

3.3.1.3 Une première rencontre de co-situation sur le projet avec les enseignants

Cette rencontre avait pour but de présenter le projet, de discuter de celui-ci avec les enseignants et d'amorcer une réflexion sur l'objet de recherche. Il s'agissait de voir sa résonance chez les enseignants et de cerner les aspects sur lesquels ils souhaitaient plus précisément travailler. Cette rencontre avait aussi pour but de créer un climat relationnel dans lequel les enseignants des deux ordres — qui ne se connaissaient pas — se sentiraient à l'aise, de manière à ce qu'une relation de confiance puisse s'amorcer. Cette rencontre a donc eu un rôle très important.

Les aspects relatifs à la confidentialité, à ce qu'exigerait pour eux cette participation à la recherche, aux conditions de déroulement (dégrèvement assuré par le comité de recherche) ont aussi été traités. Cette rencontre a également servi de lieu de négociation pour discuter

---

[61]Il n'y a en effet qu'un seul cours obligatoire, le cours *Méthodes quantitatives*, dans la plupart des autres programmes collégiaux.

[62] Pour des raisons personnelles, une enseignante du secondaire a dû quitter le projet de recherche après une première rencontre.

des modalités possibles et souhaitées quant au déroulement des rencontres de l'activité réflexive. Plusieurs sujets ont été abordés comme base de négociation : les contenus, aspects qu'ils aimeraient aborder, la manière de fonctionner dans le temps (plusieurs options étaient offertes), le fonctionnement des rencontres, etc.

À l'issue de cette rencontre, les enseignants et moi nous sommes entendus sur un travail autour du concept de fonction (commun aux deux ordres) et sur la démonstration (processus transversal dans l'enseignement des mathématiques). Les modalités de fonctionnement choisies sont les suivantes : nous avons convenu de six rencontres d'une journée complète à raison d'environ une rencontre par mois, dont quatre ont eu lieu entre janvier et juin 2011, suivies d'une en octobre et d'une en novembre 2011.

J'ai également introduit une brève discussion autour du thème de la mise en évidence simple, dans l'idée d'amorcer des échanges sur les manières de faire de façon à ce que les enseignants voient mieux dans l'action, en lien avec leur pratique, ce que cela peut recouvrir. Il s'agissait aussi de donner un aperçu de ce à quoi pourraient ressembler les rencontres et d'installer un premier climat de collaboration. L'Appendice A présente la situation qui a été donnée. Avec cette situation, des échanges se sont amorcés entre les enseignants des deux ordres, donnant une idée de la richesse potentielle des rencontres à venir pour les enseignants et la chercheuse.

3.3.2 La co-opération : le moment où se constituent les données

Bien que la co-situation consiste à définir un objet au croisement des préoccupations du milieu de pratique et du champ de recherche, il serait facile, pour le chercheur, de poursuivre l'investigation pour le seul intérêt de sa recherche. L'intérêt de solliciter les enseignants à prendre part à la recherche a déjà été mis en avant, vu le rôle essentiel que ces enseignants sont appelés à jouer dans le processus. Or, dans un esprit collaboratif, le chercheur s'assure aussi que l'activité réflexive ait une réelle portée pour les enseignants, c'est-à-dire qu'elle les engage dans une réflexion sur ces manières de faire qui soit pertinente pour eux, qui les rejoigne. Dans une perspective ethnométhodologique, « le chercheur collaboratif se préoccupe de créer une activité où les membres praticiens, si l'on parle par exemple de travailler auprès d'enseignants, vont avoir à évoluer avant tout pour eux-mêmes, à titre de praticiens (et non seulement comme des sujets participants à une recherche) » (Desgagné, 2001, p. 67). S'impliquer dans ce projet de recherche collaborative permet aux enseignants d'entrer en questionnement pratique (Richardson, 1994) sur leurs manières de faire en mathématiques et de se placer, dans les échanges entre autres qu'ils auront avec les enseignants de l'autre ordre, en situation de questionnement par rapport à leurs actions habituelles (Schön, 1987). Cette double fonction de l'activité réflexive, à l'étape de co-opération, renvoie au critère de double vraisemblance (Dubet, 1994) et oriente la manière d'organiser l'activité réflexive.

Pour illustrer les défis que pose la posture de double vraisemblance à l'étape de co-opération de la recherche, je présente le travail préalable aux rencontres qui ont suivi la rencontre d'introduction. Comment concevoir une activité réflexive dans laquelle vont s'imbriquer « questionnement pratique » et « collecte de données » ? Quelles situations peuvent servir de base de discussion pour alimenter chez les enseignants un questionnement pratique sur la transition ? Comment peut s'organiser la réflexion autour de ces situations, de manière à ce que s'explicitent les MFM comme enseignants à chacun des ordres ? Ce sont autant de questions que j'ai dû affronter dans la préparation de cette activité réflexive et des séances avec les enseignants. Quelques éléments qui ont guidé cette préparation sont présentés dans ce qui suit.

3.3.2.1 Le défi du choix des entrées

Dans une perspective ethnométhodologique, l'investigation des ethnométhodes (des manières de faire et des circonstances qui les ont permises, du rationnel qui les attestent, des procédures interprétatives qui leur donnent sens) familières à chacun des ordres n'est pas entreprise de façon à ce que les enseignants puissent les reconnaître et les décrire en dehors du contexte dans lequel elles prennent place (Garfinkel, 1967). Les ethnométhodes se vivent. Pour accéder aux ethnométhodes mathématiques, il a fallu placer les enseignants en réflexivité par rapport à leurs actions quotidiennes.

Tel que mentionné, l'activité réflexive est une activité concrète dans laquelle les enseignants ont à livrer leur « code » (Larouche, 2000), ici, leurs MFM, les circonstances de ces actions, le rationnel associé. Cette activité réflexive est une occasion pour les enseignants de faire un retour sur leurs propres MFM, les conduisant à les expliciter, à mieux les comprendre, en vue de réfléchir, en interaction avec la chercheuse, à une harmonisation possible.

À l'intérieur d'un ordre d'enseignement, entre eux, les membres n'ont pas nécessairement à expliquer leurs manières de faire, notamment lorsqu'ils les partagent et que celles-ci sont inhérentes à leurs pratiques. L'aménagement de *situations servant de base de discussion* constitue en ce sens un des défis méthodologiques. Quelques éléments clés qui ont servi de guide dans l'élaboration de situations possibles pouvant servir de base de discussions sont décrits ci-dessous.

Des situations de « breaching »

Les situations ont été construites dans l'idée de jumeler des tâches routinières et familières (des observations dans les cours de fin secondaire et du collégial ont été réalisées au préalable pour mieux repérer ces situations), au sens où les problèmes et productions soumis aux enseignants proviennent des ordres secondaire et collégial et portent sur des contenus qu'ils enseignent. Cependant, j'ai aussi cherché à briser subtilement cette familiarité par des éléments d'étrangeté qui sont susceptibles de déstabiliser les enseignants et forcent en ce sens une explicitation. C'est ce qu'en ethnométhodologie on appelle « le breaching »[63] (Garfinkel, 1963). Les réactions des enseignants à ces situations inhabituelles sont propices à faire ressortir ce qui est signifiant pour eux, leurs manières habituelles de faire des mathématiques en classe qui, en bref, permettent l'explicitation des allants-de-soi et du code partagé. Autrement dit, en classe, les enseignants font ce qu'ils ont à faire naturellement, sans y penser, et les confronter à des situations inhabituelles les incite à faire apparaître le sens de leurs actions habituelles.

De plus, comme les enseignants d'un ordre ne connaissent pas nécessairement bien l'autre ordre, le fait de placer les enseignants des deux ordres ensemble favorise les situations de « breaching ». Par exemple, en présentant la situation[64] de mise en évidence simple

---

[63] Coulon (1987) a traduit par « provocation expérimentale ».

(voir Appendice A) — avec le rappel de mise en évidence proposé dans le manuel du collégial avec comme exemple $x + x^2 = x^2(\frac{1}{x} + 1)$ — un enseignant du secondaire a réagi en mentionnant qu'il ne met jamais en évidence une variable de degré plus grand que le degré le plus petit (dans cet exemple, il aurait accepté de mettre x en évidence, mais pas x^2). Cependant, il s'est rendu compte qu'en cinquième secondaire, il acceptait de le faire avec des nombres, par exemple $2x + \frac{x^2}{2} = 2x(1 + \frac{x}{4})$. Cette situation lui a fait prendre conscience, comme il l'a d'ailleurs lui-même relevé, que sa façon de faire était implicite et « contredisait » en quelque sorte la définition usuelle au secondaire. En ce sens, les situations de « breaching » permettent de livrer le « code » implicite.

Des observations pouvant être réinvesties dans les situations à proposer

Des observations, dans des classes du secondaire et du collégial, ont eu lieu au préalable (2009-2010) avec deux objectifs : une immersion de la chercheuse dans le milieu scolaire pour mieux comprendre le contexte d'enseignement des mathématiques à la fin du secondaire et au collégial et une occasion de repérer des situations familières et des « moments critiques » du point de vue de la transition d'un ordre à l'autre par le biais de la réaction des étudiants (au collégial). Le tableau à l'Appendice B présente le déroulement des observations. En tout, quatre enseignants (huit cours) ont été observés dans leur contexte d'enseignement (un au secondaire et trois au collégial).

Les séances ont été enregistrées sur bande audio. J'ai également tenu un journal de bord. Lors des observations, des moments clés ont été repérés surtout par l'intermédiaire des réactions des étudiants du collégial. Les déstabilisations étaient repérables par les commentaires de certains étudiants. Par exemple, dans un des premiers cours de calcul différentiel, l'enseignant présente des théorèmes liés aux propriétés des limites dans un langage mathématique hautement symbolique. Une déstabilisation autour du symbolisme se fait sentir de la part d'un étudiant qui dit à son voisin : « comprends-tu ? Il y a juste des lettres, on se croirait dans un cours de français ! »

---

[64] Cette situation, qui présente une certaine familiarité aux enseignants d'un même ordre, mais en même temps un « déséquilibre » en regard de ce qui se fait à l'autre ordre, a été utilisée lors de la première rencontre avec les enseignants.

Des situations qui ont un sens dans l'action quotidienne des enseignants

Il a été mentionné que les situations sont élaborées autour d'actions que les enseignants posent quotidiennement dans leur pratique d'enseignement : commenter des extraits de manuels, établir la manière d'exploiter un problème donné, choisir une définition pour un concept mathématique donné, donner sens à une solution d'élève, choisir des problèmes et des exemples tirés de manuels, faire le récit de manières de faire en classe, etc. Le postulat derrière cette perspective suppose que la situation qu'on va créer pour que le code soit livré ne soit pas étrangère aux membres, comme le serait par exemple une entrevue de chercheur au sens où celle-ci n'est pas une situation significative dans la pratique habituelle des membres.

3.3.2.2. Un exemple de situation utilisée comme base de discussion lors de la première séance avec les enseignants

Une fois que les enseignants ont accepté de participer, que le groupe s'est formé, qu'une première rencontre a été fixée et que les premières situations servant de base de discussion ont été pensées, le jour de la première rencontre est arrivé. À titre d'exemple, voici une situation qui a été proposée aux enseignants lors de cette première rencontre (cf. figures 3.1 et 3.2 ci-dessous). Il s'agit d'une situation présentant deux tâches familières dans la mesure où ces tâches portent sur un contenu du secondaire et du collégial (les fonctions), elles font référence à des modes de représentation utilisés par ces enseignants avec les élèves au secondaire (tableau de valeurs et graphique) ou au collégial (tableau de variation et graphique); elles rejoignent donc les enseignants des deux ordres, mais il s'agit aussi d'une situation de *breaching* dans la mesure où, entre autres, la tâche 1 correspond davantage à ce qui peut se faire au secondaire et la tâche 2 introduit le mode de représentation *tableau de variations* vu au collégial. Les enseignants d'un ordre sont en ce sens confrontés à ce que les enseignants de l'autre ordre font. Il s'agit aussi d'une situation de *breaching* puisque, bien que ce soit des tâches scolaires possibles aux niveaux concernés, aucune tâche de ce type n'a été trouvée dans les manuels aux deux ordres, ni exploitée en classe lors de mes observations. Il se peut donc que les enseignants soient déstabilisés par les tâches. Le déroulement précis de la situation servant de base de discussion est présenté à l'Appendice C. Les enseignants devaient commenter ces tâches et voir comment ils exploitaient ou exploiteraient un tel type de tâches avec leurs élèves ou étudiants. Des solutions d'étudiants ont aussi été distribuées pour alimenter les discussions.

Soit une fonction f définie sur l'intervalle [-3;3] dont on connaît le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	1	-1	0	0,5	1	2

a) Tracez une courbe compatible avec ce tableau de valeurs.

b) Peut-on en tracer d'autres ? Si oui, tracez-en une. Si non, expliquez.

Figure 3.1 Tâche 1 de la première rencontre

Soit une fonction f définie sur l'intervalle [-3;3] dont on connaît le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	1	-1	0	0,5	1	2

a) Complétez le tableau de variation ci-dessous pour qu'il soit compatible avec ce tableau de valeurs.

x	-3		-1		2		?		?
$f(x)$	2	↘	?		?	↘	?	↗	?

b) Y a-t-il d'autres façons de le compléter ? Si oui, lesquelles ? Si non, expliquez.

Figure 3.2 Tâche 2 de la première rencontre

Les discussions soulevées par ces situations ont permis aux enseignants d'expliciter leurs manières de faire usuelles et d'échanger à propos de celles-ci. Cela montre comment ce lieu de questionnement pratique est une source riche de données sur le plan de la recherche. Cette entrée par leurs MFM, que les enseignants vont expliciter entre eux, pour mieux les comprendre, est interrogée en relation avec l'autre ordre.

Il est utile de mentionner qu'une revue des manuels, des travaux de recherche en didactique des mathématiques sur la transition ou sur le thème abordé (ici les fonctions), des observations de terrain et des propos d'enseignants ont permis d'établir un aperçu de ce qui pouvait constituer une base de discussion. L'Appendice D présente le compte rendu, autour du thème de « fonction », fait *a priori* pour élaborer les situations de l'activité réflexive. Évidemment, dès la première séance, d'autres avenues ont émergé, mais ce premier balayage a été très important. Évidemment, ce ne sont que des points d'ancrage inexplorés du point de vue de la recherche à propos de la transition.

Lorsque les enseignants ont échangé et réagi aux tâches, ils ont mis en évidence des aspects de leurs MFM avec le tableau de valeur ou de variation. Du point de vue de la recherche, il paraît possible, à la lumière des échanges, de documenter ces MFM aux deux ordres à propos des modes de représentation utilisés dans le travail sur les fonctions (il en sera question plus précisément au chapitre VI). En même temps, cette situation a permis un questionnement pratique pour les enseignants. L'exploration des tâches, la prise en compte de ce qui est présenté dans les manuels à chacun des ordres en lien avec le tableau de valeurs ou de variation permet les discussions et l'explicitation de ce qui est réellement fait. L'interaction permet la réflexion des enseignants autour de leurs propres pratiques à la lumière de ce qui est fait à l'autre ordre.

3.3.2.3 Les modalités plus précises de la co-opération

La conversation qui s'installe entre les enseignants et la chercheuse a pris la forme d'une activité réflexive au moyen de rencontres régulières qui permettent de créer une « zone interprétative partagée » (Desgagné *et al.*, 2001). Compte tenu de l'objet de recherche, en plus de la rencontre préalable de co-situation dont il a été question précédemment, six rencontres d'une journée complète se sont étalées sur un an (de janvier à décembre 2011), quatre journées au cours de l'hiver-printemps 2011 et deux journées durant l'automne 2011. Les rencontres d'une journée complète (une journée scolaire habituelle au secondaire, soit de 9 h à 16 h) ont été structurées autour de différents contenus que les enseignants souhaitaient aborder. Le calendrier des activités est présenté à l'Appendice B. Certains échanges (type explicitation) se voulaient davantage une occasion de discussion, d'explicitation et de prise de conscience des manières de faire à chaque ordre, alors que d'autres (type harmonisation) ont tenté, sur cette base, d'aller plus loin en termes d'harmonisation. Les tableaux ci-dessous (3.1 et 3.2) présentent la structure de ces deux types d'échanges. Ces modalités, flexibles, ont donné lieu à des réajustements continuels pour tenir compte de ce qui se passait lors des discussions. Dans une journée, le travail pouvait prendre plusieurs formes : sous-groupes de deux enseignants d'ordres différents, d'enseignants d'un même ordre, retour collectif et mise en commun des réflexions.

Tableau 3.1

Échanges de type « explicitation »

Réflexion par ordre ou interordres en sous-groupe	Favoriser une certaine réflexion, une prise de conscience des enseignants de leurs propres MFM stimulée par une situation proposée par la chercheuse autour d'un thème donné et mettant en jeu un travail entre les enseignants d'un même ordre ou des deux ordres.
Mise en commun et explicitation	Accompagner une réflexion commune, favoriser l'explicitation (chercheuse, enseignants des deux ordres) des manières de faire, semblables, différentes.

Tableau 3.2

Échanges de type « harmonisation »

Retour en groupe sur des éléments soulevés lors d'une première analyse	Retour sur ce qui aura été fait en vue de poursuivre l'explicitation, faire ressortir des enjeux liés à la transition. Ces éléments sont soulevés pendant les rencontres, mais surtout lors d'une première écoute des documents vidéo et audio par la chercheuse. Ces éléments sont ramenés par la chercheuse à la séance subséquente comme base de discussion; la réflexion se poursuit entre tous les membres du groupe.
Co-construction en vue d'aller plus loin...	Élaboration conjointe d'une harmonisation entre les « manières de faire » aux deux ordres.

3.3.2.4 Les balises de la chercheuse dans l'action

Maintenant qu'ont été présentées les différentes entrées, les modalités, il convient de revenir sur le cadre de référence de la chercheuse dans l'action lorsqu'elle a mené la recherche avec les enseignants. Un certain positionnement a guidé ses actions pendant les rencontres.

Entre membre actif et membre à part entière

Deux moments d'interaction[65] ont été prévus dans cette activité réflexive. Celle-ci permet d'une part l'explicitation des MFM des enseignants et, d'autre part, vise à aller plus loin en termes d'harmonisations possibles. Ainsi, mes rôles au regard de ces différents aspects dans l'action sont quelque peu différents.

J'ai cherché à adopter une attitude interprétative (Davis, 2005) lors de l'explicitation des MFM effectives des enseignants. Cela dit, j'étais ce qu'Alder et Alder (1987) qualifient de membre-actif, puisque j'ai participé activement aux discussions et j'avais à faire expliciter les manières de faire des enseignants. On reconnait le caractère actif du membre chercheur lorsqu'avec son départ, il a à être remplacé (Alder et Alder, 1987). Or, dans le cas de cette recherche, le dispositif est entièrement mis en place par la chercheuse. En ce sens, à moins que les enseignants, de leur propre gré, décident de continuer les échanges, le dispositif n'existe plus si je pars. Je suis donc membre active au sens où, contrairement à un membre périphérique qui observe une situation déjà existante, dans ce cas-ci, sans moi, ou sans les autres membres actifs (les enseignants), le groupe n'existe pas, pas plus que le moment où se co-constituent les données.

Je me suis par ailleurs positionnée, à titre de chercheuse-intervenante, pour l'élaboration conjointe des possibilités d'harmonisation. J'étais un membre à part entière, au sens d'Alder et Alder (1987). Autrement dit, après avoir repéré avec les enseignants des occasions intéressantes d'ouvrir sur une harmonisation des MFM, j'ai participé à la réflexion et à l'élaboration de cette harmonisation. Évidemment, ce rôle consiste à réinvestir ce que les

---

[65] Ces moments sont inter-reliés, imbriqués. C'est ici un travail de repérage que fait la chercheuse en action mais les deux moments (explicitation des MFM et harmonsation) peuvent se chevaucher.

enseignants disent, à garder en tête des idées susceptibles d'être réinvesties, à proposer des idées en lien avec les travaux de recherche sur les transitions, puisant aux connaissances, observations liées à ces questions de transition. Alder et Alder mettent en garde contre la possibilité de connaître si bien le contexte que l'on en arrive à partager les allants de soi. Ce qui est à l'avantage de la chercheuse ici est que les enseignants proviennent de deux ordres différents et ne partagent pas nécessairement tous les allants de soi.

Le repérage (en action par la chercheuse) d'actions et d'expressions indexicales

Le concept d'indexicalité chez Garfinkel m'est apparu très utile pour repérer ce qui est de l'ordre du partagé (ou non) et ce qui est relatif au contexte secondaire ou au contexte collégial. L'utilité de ce concept réside dans le fait que lorsque les enseignants ont l'impression de se comprendre parce qu'ils utilisent un même « langage naturel », j'ai cherché à investiguer en profondeur ce qui est entendu de manière sous-jacente. La réaction des enseignants de l'autre ordre a pu m'aider en ce sens à repérer ces moments, par exemple lorsqu'ils ne saisissent pas ce que l'autre raconte. Prenons encore une fois l'exemple de la mise en évidence simple. Notant des difficultés chez leurs étudiants, des enseignants du collégial pourraient demander à des enseignants du secondaire s'ils font la mise en évidence simple avec leurs élèves. Ces derniers répondraient qu'ils la font. Or, il convient d'aller plus loin. Tel que mentionné, l'intérêt dans la transition n'est pas de savoir ce que les enseignants font de part et d'autre, c'est de savoir comment ils le font. Ainsi, lorsque des enseignants du secondaire parlent de mise en évidence simple, ce concept est associé, indexé à l'idée de facteur commun, alors que pour ceux du collégial, c'est l'idée de distributivité qui est mise en avant. Ceci reste implicite lorsqu'on ne parle que de mise en évidence simple et les enseignants peuvent même avoir l'impression de s'entendre sur ce qu'est une mise en évidence simple. Pour ce qui est des fonctions, de l'utilisation du symbolisme, des démonstrations, il convient d'aller plus loin pour savoir ce à quoi c'est indexé dans le contexte particulier de l'enseignement secondaire et celui de l'enseignement collégial.

3.4. Le matériau de la recherche et l'analyse

Cette quatrième partie du chapitre se consacre au matériau de la recherche et à la démarche d'analyse des données.

3.4.1. Les sources de données

Le matériau principal de l'analyse, tel que vu précédemment, est formé des verbatim des rencontres de l'activité réflexive : c'est le lieu où se *co-constituent* les données venant éclairer, d'une part, les MFM des enseignants engagés dans cette activité réflexive et, d'autre part, le développement d'une harmonisation entre ces manières de faire.

Les verbatims des rencontres de l'activité réflexive

Toutes les rencontres de l'activité réflexive réunissant enseignants et chercheuse ont été filmées et le travail en sous-équipes (discussion des enseignants d'un même ordre; discussions entre les enseignants de deux ordres différents) sur chaque situation ont été enregistrées sur bande audio. Ils forment le matériau central de la recherche, à partir duquel est réalisée l'analyse. De manière complémentaire, chacune des rencontres a donné lieu à un récit commenté dans un journal.

Reconstitution des rencontres

Cette reconstitution des rencontres s'est faite, tout de suite après chaque rencontre, dans le journal de la chercheuse. Après chaque rencontre, le déroulement de la rencontre est consigné. La manière de garder trace de ce récit est inspirée du journal de recherche tel qu'il est proposé par Savoie-Zajc (2004). Ce récit est en quelque sorte composé de notes de site (description détaillée de la séance) et de notes personnelles (réflexion relative aux interactions de la chercheuse avec les enseignants, premier repérage d'éléments qui semblent importants selon le cadre développé précédemment). S'ajoute à cette description restitutive, s'il y a lieu, des notes méthodologiques (décisions à prendre lors d'une prochaine rencontre de l'activité réflexive par rapport aux notes personnelles, de l'ordre par exemple de compte rendus, d'un retour aux enseignants d'aspects mis en évidence dans la séance).

3.4.2 La démarche d'analyse de la recherche : un aspect central de la co-production

Dans ce qui suit je reviens, dans un premier temps, sur l'orientation générale de l'analyse. Au regard des questions de recherche et de la manière de les aborder, qu'est-ce que je cherche à faire valoir dans l'analyse ? Dans un deuxième temps, je présente un aperçu de la manière dont a été abordée concrètement l'analyse des données.

3.4.2.1 Orientation générale de l'analyse

Dans les choix que j'ai été amenée à faire au moment d'entrer dans l'analyse, on retrouve le souci de double vraisemblance propre à la recherche collaborative. Jusqu'à maintenant, que ce soit dans la problématique, dans le choix des fondements théoriques, de l'approche de recherche et dans la présentation de la démarche plus précise d'investigation, j'ai fait valoir l'idée d'appréhender la recherche avec des enseignants du secondaire et du collégial. Dans le processus d'analyse, comment cette considération se traduit-elle ? Autrement dit, comment le chercheur collaboratif fait-il pour rendre compte de la voix des divers participants ? Avant d'aborder cette question, revenons sur ce que l'analyse cherche à éclairer dans le cadre de cette recherche. Qu'est-ce que toutes les données recueillies apporteront comme éclairage en didactique des mathématiques ?

Cette analyse ne perd pas de vue la visée commune qui est poursuivie par les enseignants et la chercheuse, celle d'éclairer les MFM de part et d'autre, pour aller plus loin sur la transition secondaire postsecondaire et sur une harmonisation. Dans cette perspective, ce qui est recherché est à la fois d'éclairer ces MFM aux deux ordres, mais aussi de cerner ce qui relève d'une perspective d'harmonisation entre celles-ci au sein du groupe. L'analyse prend en compte ces deux dimensions : qu'est-ce qui est de l'ordre d'une explicitation de MFM partagées par les enseignants d'un ordre donné ? Qu'est-ce qui est de l'ordre de quelque chose qui va plus loin, dans le sens d'une harmonisation ?

Ces deux dimensions m'ont conduite à repérer et identifier des épisodes issus des différents *verbatims* de rencontres où il est davantage question d'une explicitation (de MFM, de circonstances où s'actualisent ces manières de faire, etc.) et d'autres où il est davantage question d'une harmonisation (dans lesquels se constitue une trajectoire d'harmonisation). Ces épisodes sont bien sûr imbriqués, c'est l'analyste (le chercheur) qui les isole pour des fins d'analyse (de mêmes extraits pourraient ici dans certains cas se chevaucher). À travers les thèmes abordés avec les enseignants au cours des rencontres (fonctions et modes de représentation, démonstrations, contexte, symbolisme, etc.)[66], certains ont davantage permis

---

[66] L'approche de recherche collaborative se veut, sur la base de situations amenées par la chercheuse, comme base de discussions sur un thème (par exemple, la tâche présentée à la figure 3.2 porte sur les fonctions, un

d'entrer sur les manières de faire des enseignants aux deux ordres, la perspective d'harmonisation étant moins développée dans le cadre de la rencontre (c'est le cas par exemple du travail sur l'utilisation de contexte); d'autres ont plutôt ouvert rapidement sur un travail d'harmonisation entre les deux ordres (c'est le cas par exemple du travail sur les fonctions). Ainsi, selon le thème, l'importance de la place de l'harmonisation est variable.

Dans l'analyse, le chercheur est appelé à exercer ce que Desgagné (2001) nomme une « sensibilité », cherchant à faire jouer les catégories des praticiens (les raisons d'agir, les manières de faire explicitées lors des rencontres de l'activité réflexive, les circonstances associées, etc.) et les catégories des chercheurs (les concepts développés dans le cadre théorique et qui vont s'avérer porteurs, ou d'autres catégories émergentes à poser sur cet agir des praticiens concernés) en vue d'en configurer les éléments et de permettre une certaine compréhension (Desgagné, 2001). Dans le processus d'analyse, comment cette considération va-t-elle se traduire ?

Dans le cas des épisodes où il est davantage question d'explicitation, la démarche d'analyse en est une de repérage, dans les différents épisodes retenus, de la voix des enseignants de manière à rendre compte de leurs manières de faire, des circonstances de cette action, de leur rationnel, etc. Cette démarche en est une de catégorisation émergente, autour de laquelle, comme il en est question dans les chapitres suivants, les concepts ethnométhodologiques permettent de structurer des éléments de compréhension (une conceptualisation dans ce cas des ethnométhodes mathématiques des enseignants d'un ordre donné).

La catégorisation des données provenant des rencontres est menée selon une approche inductive dans laquelle un chercheur part des données brutes pour développer des catégories de premier niveau à partir de ce que les acteurs disent, puis de deuxième et troisième niveaux lorsque les catégories de premier niveau sont mises en lien (Paillé, 1994). Les catégories de premier niveau se placent dans une posture restitutive (de ce qu'attestent, rendent compte des

---

contenu qui a été ciblé par les enseignants lors de la co-situation), une démarche souple de sorte que dans les échanges, certains thèmes ont été repris, ont pris de l'importance (ex. du travail sur contexte, sur fonctions...), d'autres au contraire ne seront pas vraiment repris par les enseignants (ex. de preuve). Le choix des thèmes qui seront repris pour l'analyse des manières de faire des mathématiques vont ainsi s'actualiser en tenant compte de ce caractère émergent des données qui se constituent dans les rencontres.

enseignants dans les verbatims; elles collent de très près au discours des acteurs, à l'indexicalité, à ce à quoi ils renvoient, ce qu'ils indiquent quand ils nous parlent de telle ou telle chose). Les catégories de deuxième et troisième niveaux vont chercher, dans une posture analytique, à faire des liens entre ces catégories émergentes (les concepts ethnométhodologiques sont ici des concepts parlants pour avancer sur des éléments de compréhension).

3.4.2.2 La démarche plus précise d'analyse

Avant d'entreprendre le travail de codification, un travail préalable a été fait par la chercheuse à partir du visionnement des enregistrements, et ce en vue de préparer la transcription.

La préparation en vue de la transcription : une première sélection d'extraits pertinents

Plusieurs auteurs qui abordent le thème de la transcription s'entendent pour dire que la transcription n'est pas seulement réécrire ce qui a été dit, mais est un processus de construction (voir par ex. Potter et Wheterell, 1995; Davidson, 2009; Hammersley, 2010). Comme le mentionne Hammersley (2010), ce caractère construit de la transcription se manifeste notamment par la variété de décisions impliquées dans le processus pour lesquelles il n'y a pas qu'une seule solution rationnelle. Une première décision à laquelle j'ai eu à faire face est celle de retenir des extraits pertinents pour l'analyse. J'ai à cette fin ré-écouté tous les enregistrements, retranchant tous les endroits où les discussions n'étaient pas en lien direct avec la recherche (essentiellement au début des séances, au retour des pauses, à la fin des séances). Ensuite, au fil des visionnements, des échanges importants ont retenu mon attention. Il s'agissait de manière générale d'extraits dans lesquels les enseignants discutaient autour de contenus et processus en mathématique. Lorsque de tels moments étaient ciblés, je conservais d'abord le segment dans son entièreté. J'ai ensuite découpé, dans ces segments, les endroits où les enseignants déviaient des mathématiques et parlaient par exemple de leurs élèves (en dehors du contexte mathématique, par exemple la gestion des courriels d'élèves, la remise des travaux, la gestion de comportement dérangeant en classe, etc.), ou encore du fonctionnement de leur école (par exemple examens communs ou non, accueil des étudiants, fonctionnement avec ou sans programme commun, etc.).

Cette première étape a aussi été très utile notamment pour le repérage de ce qui était de l'ordre du partagé (une dimension centrale pour l'objet de recherche). En effet, la familiarité[67] ne se repère pas seulement par les mots échangés, mais aussi par les gestes, les expressions, les regards, etc. Ainsi, ce visionnement répété a non seulement permis de me familiariser avec les données, mais aussi de repérer différents indicateurs pour appuyer ce caractère partagé de ce qui était avancé. J'en ai repéré deux types :

- Confirmation orale : lorsqu'un enseignant se reconnait en le disant explicitement au fil de la conversation. Ce type de familiarité ne requiert pas de traitement spécial dans la transcription. Exemple :

Corinne	C'est parce que le u et le v peuvent être des fonctions. Quand on utilise cette notation-là, tu dis u et v sont des fonctions. u est égal à f de x [$u = f(x)$] et v est égal à g de x [$v = g(x)$].
Colin	C'est ça.

- Confirmation gestuelle : lorsqu'un enseignant se reconnait dans ce qu'un autre enseignant dit et acquiesce par un mouvement de la tête. Ces spécifications ont été mises dans ce cas entre crochets.

Sam	Non, non, non, on part toujours avec la fonction de base, tout le temps. Là on voit les propriétés de la fonction de base, deux ou trois affaires, puis on finit toujours par dire : « Bon bien maintenant on la transforme ? » Là on rentre les paramètres là-dedans, on la dessine, puis quand elle est dessinée, [on dit] : « Bon bien qu'est-ce qu'il y a d'intéressant là-dedans ? » Il y a le zéro. Là on rentre les équations avec le zéro comme ça. En tous cas, moi c'est de même.

[Sam regarde les autres enseignants du secondaire. Scott et Sandra acquiescent en faisant « oui » de la tête, Serge aussi].

Les rires et les silences ont été identifiés (sans toutefois noter la durée sauf lorsque ceux-ci étaient prolongés) lorsqu'ils relevaient du caractère partagé (ces réactions ne sont pas

[67] En s'intéressant au caractère partagé des manières de faire des mathématiques comme enseignants d'un même ordre, ce qui relève du familier est central. Dans une perspective ethnométhodologique, on s'intéresse à la familiarité que recouvre l'ensemble des activités de tous les jours.

seulement individuelles). Ils apparaissaient significatifs. Au terme de ce travail préalable, les transcriptions ont été réalisées.

La présentation des données dans les verbatims correspondant aux extraits retenus

Pour fin de présentation dans le cadre de la thèse, les propos des enseignants du secondaire, ceux des enseignants du collégial et ceux de la chercheuse ont été retranscrits en utilisant différents codes (de couleurs ou typographiques). Cependant, au moment de réaliser le codage et les analyses, il est apparu important d'unifier la couleur pour vraiment sentir que les discussions étaient le fruit de plusieurs voix. La couleur n'est donc apparue qu'après coup, pour faciliter le repérage par le lecteur de la thèse des différentes voix (enseignants du secondaire, du collégial, chercheuse). Des prénoms fictifs utilisés pour les participants évoquent dans le verbatim initial, utilisé pour le codage, l'ordre d'enseignement concerné. Les enseignants du secondaire ont des prénoms commençant par la lettre S (Scott, Serge, Sam et Sandra). Ceux du collégial portent un prénom commençant par Co (Colette, Colin et Corinne).

Un premier repérage dans les verbatims : l'identification de thèmes (qui se retrouvent à travers différents verbatims)

Une amorce d'analyse était déjà en marche lors de l'élaboration des séances et leur déroulement (comme en témoigne le journal de recherche de la chercheuse à la fin de chacune des séances). Ainsi, dès la première séance, des thèmes ont été repérés (les fonctions, l'utilisation de contextes, la démonstration, le symbolisme) pour poursuivre l'exploration dans les séances subséquentes. À la suite de l'écoute des enregistrements et à la lumière des notes de terrain, trois thèmes d'analyse ont été retenus, trois thèmes qui ont occupé beaucoup de place dans ces rencontres, revenant d'une rencontre à l'autre : la symbolisation et l'utilisation du symbolisme; l'utilisation de contextes; et le travail autour du concept de fonction en lien avec les modes de représentation.

Plusieurs raisons ont mené au choix de ces thèmes. Tout d'abord, ils se sont révélés centraux chez les enseignants des deux ordres de par la place qu'ils ont occupée dans les discussions. Certains thèmes, davantage parlants pour un ordre d'enseignement particulier (comme démonstration pour les enseignants du collégial) n'ont pas nécessairement donné lieu à un engagement des enseignants de l'autre ordre. Or, pour pouvoir repérer des manières de faire, il fallait que les enseignants des deux ordres s'engagent dans les situations. En ce sens, les thèmes retenus sont des thèmes dans lesquels les enseignants des deux ordres se sont investis. Par ailleurs, du point de vue de l'analyse, ces thèmes n'ont pas (ou ont été peu) abordés du point de vue de la transition (il en sera question dans la discussion).

Pour chacun des thèmes retenus, j'ai regroupé les transcriptions dans lesquelles il était question de ce thème, certaines transcriptions pouvant se retrouver sous plusieurs thèmes (par exemple un même extrait pouvait être regardé à la fois en ce qui a trait au symbolisme mais aussi en ce qui a trait aux fonctions). Chacun des thèmes a été traité séparément, tous les épisodes associés à ce thème faisant l'objet d'un codage.

Le codage émergeant des épisodes (pour chaque thème) amène, comme il en sera question dans les chapitres suivants, à réinvestir plusieurs concepts développés dans le cadre théorique, des concepts qui se sont avérés porteurs pour l'analyse et qui n'ont pas été nécessairement les mêmes pour chaque thème : une conceptualisation par les circonstances (et les manières de faire) dans le cas du symbolisme; une entrée par les *accounts* dans le cas du contexte; une entrée par l'indexicalité dans le cas des fonctions et des modes de représentation.

Les niveaux d'analyse

Le corpus de données associé à chacun des thèmes (formé des différents épisodes) a fait l'objet de plusieurs niveaux d'analyse. La particularité des analyses pour chacun des thèmes est présentée dans les chapitres suivants (chapitre IV à chapitre VI, chacun associé à l'analyse des données sur un thème), les entrées dans l'analyse ayant été, comme mentionné, quelque peu différentes d'un thème à l'autre. Dans ce qui suit, je présente ce qui leur est commun : un premier niveau d'analyse basé sur la restitution de ce dont les enseignants attestent, un deuxième niveau cherchant à particulariser ce qui ressort du premier niveau à chacun des ordres; un troisième niveau d'analyse qui propose une lecture en termes de distinction (transition) et finalement, un prolongement vers la perspective d'harmonisation.

Le premier niveau d'analyse est guidé par la question « qu'est-ce que m'apprennent les enseignants de tel ordre en lien avec leurs manières de faire ? » Il s'agit donc, dans cette première phase d'analyse, de rendre compte de la voix des acteurs « telle qu'ils la livrent » (Demazière et Dubar, 1997). Comme le mentionne Desgagné (2007*a*), lorsqu'un chercheur adopte une posture restitutive, c'est qu'il postule que la parole parle pour elle-même. Un discours interprétatif et théorisant viendrait s'interposer entre l'auteur de cette parole et son auditoire, ce qui contribuerait à lui faire perdre une part de son effet communicationnel. Le rôle du chercheur consiste plutôt à se faire le porte-parole de l'enseignant, à mettre en valeur sa voix, sans interpréter. Des pans importants de ce travail sont exposés à titre illustratif dans les chapitres suivants IV, V, et VI, mais pour la présentation de ces analyses, j'ai procédé à des résumés de ce qui ressortait à chacun des ordres. Il est de mise de mentionner aussi que les concepts ethnométhodologiques ont permis d'entrer dans une conceptualisation des ethnométhodes dans les analyses. En effet, ils ont permis d'entrer dans les manières de faire des enseignants avec une façon ethnométhodologique d'en rendre compte.

À un deuxième et troisième niveau, j'essaie de comprendre ce qui ressort du premier niveau d'abord à chacun des ordres (particularités), et ensuite en termes de transition (distinctions). Ce troisième niveau se fait par l'entremise d'une part d'une lecture en parallèle des deux ordres (deuxième niveau), mais aussi par l'entrée dans la culture (au sens de Hall). Dans ce deuxième niveau, j'adopte une posture analytique (voir Desgagné, 2007*a*), posture dans laquelle le chercheur considère qu'il y a un intérêt à proposer une interprétation du premier niveau d'analyse. Évidemment, dans le cas de cette recherche, l'interprétation se fait dans l'idée d'aller plus loin sur la compréhension de la transition. Dans cette posture, la chercheuse, seule avec la restitution et les autres documents complémentaires (reconstruction des rencontres), vise à poursuivre l'analyse, à proposer une nouvelle version de la restitution (Desgagné, 2007*a*), ici liée aux questions de transition.

Finalement, pour chaque thème, je prolonge l'analyse vers la perspective d'harmonisation, avec comme matériel les données des rencontres de l'activité réflexive. Autrement dit, je poursuis l'interprétation du deuxième niveau d'analyse en termes d'harmonisation, en puisant à des moments clés d'harmonisation des rencontres.

3.5 Critères de rigueur

Les critères de rigueur de la recherche collaborative témoignent d'un souci de l'autre qui doit être présent à toutes les étapes (Gohier, 2004) comme le montre le tableau 3.3. Je rappelle que le critère de *double vraisemblance* (Dubet, 1994) renvoie à l'idée que la vraisemblance a une double exigence, celle d'être conforme aux normes du métier de chercheur et celle d'être crédible pour les enseignants, qui sont compétents et qui « savent » ce qu'ils font.

Tableau 3.3

Respect du critère de double vraisemblance à chaque étape de la démarche

Co-situation	**Double pertinence sociale :** Problématisation qui prend appui sur des considérations pratiques et sur un questionnement de recherche. Un objet co-situé qui rejoint à la fois les intérêts de la pratique et de la recherche. Une perspective d'harmonisation qui justifie le choix de considérer les enseignants et qui est porteur pour la pratique et la recherche.
Co-opération	**Double rigueur méthodologique :** Une activité réflexive qui sert en même temps de collecte de données mais aussi de questionnement pratique. Élaboration des situations servant de base de discussion dans l'activité réflexive selon un examen théorique et des observations sur le terrain. Des situations familières : des enseignants qui sont là comme praticiens pour eux-mêmes (aspect pratique); des situations dans lesquelles les enseignants vont être à même de livrer un « code » de significations partagé, les ethnométhodes (aspect recherche).
Co-production	**Double fécondité des résultats :** Une idée de fécondité des résultats pour la recherche (éclairer la transition du point du vue des ethnométhodes) mais aussi pour la pratique (des enseignants qui ont mieux compris leurs propres manières de faire, celles de l'autre ordre et qui ont avancé sur de nouvelles avenues).

La recherche collaborative vise un rapprochement entre la recherche et la pratique et doit donc réponde à un critère d'*interfécondation.* Ce critère s'assure que ce qui est produit est un co-construit par le chercheur et les praticiens. Il n'aurait pu être produit par le chercheur seul (les MFM sont explicitées par les enseignants, précisées par eux), ni par les enseignants seuls (le chercheur joue un rôle clé dans l'explicitation des MFM et l'avancée vers de nouvelles avenues). Il est le résultat du maillage entre les compréhensions des uns et des autres (Desgagné et Bednarz, 2005). Au cœur de la perspective d'harmonisation siège ce critère d'interfécondité.

CHAPITRE IV

MANIÈRES DE FAIRE DES MATHÉMATIQUES COMME ENSEIGNANTS DU SECONDAIRE ET DU COLLÉGIAL EN CE QUI A TRAIT AU SYMBOLISME ET À SON UTILISATION

Je m'intéresse, dans ce chapitre, aux ethnométhodes mathématiques qui sont, je le rappelle, des procédures mobilisées par les enseignants dans leur activité professionnelle quotidienne. Ces ethnométhodes, partagées par les enseignants d'un ordre donné, prennent ici la forme de MFM mises en avant dans certaines circonstances. Ces circonstances sont rendues explicites par les enseignants lors des rencontres de l'activité réflexive, notamment dans les échanges avec les enseignants de l'autre ordre qui ne se reconnaissent pas nécessairement dans les mêmes MFM. Lorsqu'il s'agit d'ethnométhode mathématique, il est aussi question de certaines raisons qui donnent sens aux MFM dans certaines circonstances.

Pour ce qui est de l'agencement de ce chapitre, je présente d'abord (1) un premier registre d'analyse axé sur les manières familières de faire des mathématiques pour des enseignants d'un ordre donné. Ce premier registre en est donc un de repérage des manières de symboliser et d'utiliser le symbolisme. Je le présente à partir de deux exemples (la fonction exponentielle puis celui de fonction) et ensuite, (2) je décris plus généralement les MFM des enseignants en termes d'ethnométhodes mathématiques en prenant appui sur les circonstances dans lesquelles elles prennent sens, et sur des raisons qui s'explicitent. (3) Je propose finalement, en regardant ces résultats à un niveau méta, de revenir sur ceux-ci en termes de transition. Ils sont discutés et interprétés au regard d'une certaine culture mathématique qui se constitue de part et d'autre. (4) Cette discussion débouche alors sur des enjeux d'harmonisation sur lesquels je reviens à partir d'une analyse d'un extrait particulier.

Pour illustrer le premier niveau d'analyse et la manière d'entrer dans le codage, je présente le travail réalisé à partir de données provenant de transcriptions portant sur les fonctions (séance 1, 14 janvier 2011). Un découpage m'a conduite à isoler, dans ces transcriptions, les épisodes où il est question de symbolisation. Dans les échanges entre les enseignants, je procède à un repérage des MFM autour du symbolisme lors du travail sur les fonctions, MFM dans lesquelles les enseignants d'un ordre donné se reconnaissent comme membres (au sens ethnométhodologique). Ce codage, même s'il est guidé par de grandes catégories (MFM, circonstances, rationnels) issues du cadre de référence ethnométhodologique, n'est donc pas donné d'avance. Il permet de (re)constituer les ethnométhodes mathématiques des enseignants à chacun des ordres. Je reviens, dans un deuxième temps sur ce qui se dégage globalement pour chaque ordre à partir du codage réalisé à l'aide du logiciel N-vivo, en mettant en évidence les différentes catégories.

4.1 Une illustration d'une voie d'accès aux ethnométhodes mathématiques, avec leurs différentes composantes

De manière à bien faire sentir la construction émergente de l'analyse ayant conduit à mettre en évidence les ethnométhodes mathématiques à chacun des ordres, je reviens ici sur un exemple permettant d'illustrer et de comprendre comment s'est fait le repérage.

4.1.1 La tâche proposée : des manières de symboliser la fonction exponentielle

L'exemple gravite autour de l'utilisation du symbolisme dans le travail portant sur la fonction exponentielle. Dans le cadre de la première rencontre avec les enseignants, des extraits de manuels présentant la manière de symboliser la fonction exponentielle ont été proposés aux enseignants. L'extrait du manuel du secondaire a été distribué aux enseignants du collégial et l'extrait du manuel du collégial (Appendice E pour les extraits) aux enseignants du secondaire. J'ai demandé aux enseignants d'abord, de discuter entre eux par ordre, et ensuite, des discussions en grand groupe ont eu lieu. La question posée était ouverte : « qu'est-ce que vous en pensez ? »

Le choix de cette situation n'est pas anodin. Sa familiarité pour les enseignants avait été pensée. Le travail sur la fonction exponentielle, à l'étude au secondaire et au collégial, rejoint en effet les enseignants des deux ordres. Le questionnement place ainsi d'emblée les enseignants dans leur pratique, des extraits de manuels qu'ils utilisent servent de base de discussion. En même temps, cette tâche avait été conçue dans l'idée de confronter les enseignants d'un ordre à la manière de symboliser dans les manuels de l'autre ordre. Elle s'inspire en ce sens du *breaching*[68] (Garfinkel, 1963), dont il a déjà été question, propice à faire émerger les MFM familières.

L'analyse des échanges autour de cette tâche a l'avantage de bien mettre en évidence les interactions entre les enseignants des deux ordres autour d'un même objet (ici la fonction exponentielle) et de ne pas perdre de vue cette dimension de *breaching* de la situation. La reconstitution qui suit permet donc de dégager des MFM familières pour des enseignants d'un ordre donné, autour de la symbolisation et de l'utilisation du symbolisme en mathématiques.

En partant avec cet exemple, il devient aussi possible, par l'entreprise analytique, de distinguer « manières de faire des mathématiques comme enseignant » et « stratégies » ou « pratiques d'enseignement ». Au fil du texte, l'ajout de quelques encarts mettra en évidence ce qui précise les MFM par rapport à des stratégies d'enseignement, par exemple. D'emblée, il est possible de préciser que « symboliser » et « utiliser un symbolisme » en mathématiques font partie de ce que constitue « faire des mathématiques ». Peu importe qui fait des mathématiques, le mathématicien, le professionnel qui utilise les mathématiques, les élèves, etc., symboliser et utiliser des symboles est nécessaire (Bednarz *et al.*, 1993). Évidemment, ce travail de symbolisation prend différentes significations selon le contexte dans lequel il

[68] Bri intentionnel de la familiarité pour déséquilibrer et faire ressortir l' « arrière-plan » implicite.

prend place. En contexte d'enseignement, la manière de symboliser et d'utiliser des symboles est certainement imprégnée du projet d'enseigner. Les MFM sont évidemment fortement imbriquées au contexte d'enseignement auxquelles elles sont indexées[69]. Dans l'analyse qui suit, l'intérêt ne réside pas dans les tâches que les enseignants donnent aux élèves par exemple, mais plutôt dans ce que les enseignants font quand ils symbolisent, comment ils le font, dans quelles circonstances, à ce que cela induit au niveau de la signification et de l'utilisation du symbolisme (à quel sens est indexé le processus de symbolisation ou le symbole lui-même). Le symbolisme dans ce qui suit n'est pas l'objet d'enseignement explicite, ce dernier étant plutôt la fonction exponentielle au secondaire, et au collégial les règles de dérivations des fonctions exponentielles. Or, pour travailler cela, les enseignants ont besoin de symboliser d'une quelconque façon et c'est ce qui est l'objet d'intérêt ici, ces façons de s'y prendre pour travailler avec le symbolisme dans leurs activités professionnelles.

4.1.2 Analyse des échanges entre les enseignants autour des manières de symboliser la fonction exponentielle

Voici les premiers échanges[70] suscités par cette tâche. Les enseignants s'engagent dans une discussion sur une certaine façon de symboliser la fonction exponentielle au secondaire ($f(x) = ac^{b(x-h)} + k$), une symbolisation à laquelle les enseignants du collégial vont réagir, comme en témoigne l'extrait ci-dessous.

1. Colin	Est-ce que vraiment vous la présentez comme ça [sous-entendu l'écriture de cette fonction au secondaire] ? Vraiment, vraiment, vraiment ?
2. Corinne	[S'adressant à son collègue Colin] T'aimes pas ça ? Cette écriture-là ? [Silence] C'est lourd, hein ? Moi aussi, je trouve ça lourd.
3. Colin	Ah, très lourd.
4. Serge	Mais on en vient vite à la forme réduite.
5. Colin	Ouais mais même là, pourquoi c'est ça ? Ils [les élèves] ont peut-être peur en partant [en pointant du doigt la symbolisation], ils vont avoir peur.

[69] L'indexicalité, concept ethnométhodologique, a été développé au chapitre II (voir §2.2.6).

[70] Pour faciliter le repérage des enseignants des ordres secondaire et collégial, j'ai introduit un code de couleurs : blanc, pour les enseignants du collégial et gris, pour les enseignants du secondaire.

[Sandra, Sam et Serge parlent en même temps].

6. Sam	Ouais c'est parce qu'il y a les quatre paramètres...
7. Sandra	Il y a une base...
8. Serge	Les élèves sont déjà des pros rendus là [sous-entendu là où ils en sont quand nous abordons l'exponentielle]. Non, c'est vrai, ils sont déjà très à l'aise avec ça.

À travers ces échanges, il apparaît clairement que, pour les enseignants du collégial, l'utilisation des paramètres (a, b, h et k) tels que présentés dans le manuel du secondaire ($f(x) = ac^{b(x-h)} + k$) pour symboliser la fonction exponentielle n'est pas une MFM familière. Ces enseignants du collégial, manifestement, ne se reconnaissent pas dans cette manière de symboliser, comme le montrent leurs réactions (« Vous la présentez comme ça ? Vraiment ? »; « C'est lourd, hein ? Moi aussi, je trouve ça lourd. »; « Pourquoi c'est ça ? »). Cet extrait met par ailleurs en évidence que les enseignants du secondaire, au contraire, se reconnaissent dans cette manière de symboliser. Ils ne voient aucunement dans cette écriture une lourdeur, mais lui associent plutôt une aisance qu'ont les élèves à travailler avec celle-ci (« Rendus là, ils sont déjà très à l'aise avec ça »).

L'idée que les enseignants du collégial trouvent cette écriture lourde donne à voir, par ailleurs, une certaine facette du symbolisme qu'ils proposent dans leur action quotidienne, guidant sans doute les choix qui sont faits (un symbolisme pas trop lourd, un symbolisme comme moyen d'alléger l'écriture).

Il se dégage déjà, à travers ce qui précède, une certaine MFM au sujet du symbolisme en mathématiques partagée par les enseignants du secondaire : **une manière de symboliser la fonction exponentielle** (avec des paramètres), **dans laquelle toute l'information est présente**[71] (les quatre paramètres sont inclus dans l'écriture même). Par contraste, cette manière de symboliser la fonction ne semble pas être celle des enseignants du collégial. Mais quelle est alors cette MFM au collégial ? J'y reviens plus loin.

---

[71] Dans le texte qui suit, les catégories qui émergent de ce premier niveau de repérage ont été mises en gras.

Bien que les enseignants du collégial manifestent quelques réticences quant à ce choix d'écriture, notamment au regard de sa lourdeur, dans l'extrait qui fait suite à l'extrait précédent, les enseignants des deux ordres donnent l'impression de se rejoindre par ailleurs sur certains aspects. Les enseignants du secondaire discutent ici de l'écriture de la fonction exponentielle présentée dans le manuel du collégial ($f(x) = b^x$) :

6. Sam	[Cette écriture] au collégial [sous-entendue l'écriture utilisée $f(x) = b^x$], c'est dans mes notes de cours que je donne [au secondaire]. Pratiquement telle quelle.
7. Scott	[Il regarde la feuille] hum… ouais.
8. Chercheuse	C'est b à la x (b^x) ?
9. Sam	Bien je commence avec b à la x [b^x], on finit par voir les quatre paramètres, mais après ça [sous-entendu plus tard], où x est plus grand que zéro, est différent de 1, ça je l'amène c'est évident. Après ça, on se donne des exemples puis on voit [que] des fois c'est croissant, des fois c'est décroissant. Puis les trois points remarquables embarquent…
10. Corinne	Donc ça ne part pas tout de suite comme ça ? [Elle montre la fonction avec les quatre paramètres, l'écriture discutée dans l'extrait précédent].
11. Serge	Non…
12. Sam	Non, non, non, on part toujours avec la fonction de base, tout le temps. Là on voit les propriétés de la fonction de base, deux ou trois affaires, puis on finit toujours par dire : « Bon bien maintenant on la transforme ? » Là on rentre les paramètres là-dedans, on la dessine, puis quand elle est dessinée, [on dit] : « Bon bien qu'est-ce qu'il y a d'intéressant là-dedans ? » Il y a le zéro. Là on rentre les équations avec le zéro comme ça. En tous cas, moi c'est de même. [Sam regarde les autres enseignants du secondaire. Scott et Sandra acquiescent en faisant « oui » de la tête, Serge aussi].
13. Colin	[…] Bien moi je pensais que c'était écrit de même en partant [l'écriture avec les quatre paramètres]…
14. Corinne	Moi aussi.
15. Colin	[En poursuivant l'idée de la ligne 13] « On étudie aujourd'hui cette fonction » !

Dans l'extrait précédent, les enseignants du secondaire (Sam et Scott) se reconnaissent dans une façon de symboliser la fonction exponentielle utilisée au collégial (« c'est dans mes notes de cours »). Toutefois, les échanges vont révéler que cette manière d'écrire apparaît comme un point de départ à un travail conduisant graduellement à l'écriture avec les quatre paramètres discutée au départ (voir le premier extrait, p. 116-117). Les échanges vont ainsi permettre non seulement de préciser cette MFM mise en évidence précédemment **(une**

manière d'écrire comme point de départ qui, graduellement, se complexifie), mais aussi les circonstances actualisant cette MFM.

Les explications de Sam, fournies en réponse à la question de la chercheuse (« c'est b^x ? ») illustrent en effet ces circonstances, dans ce cas la progression suivie dans le travail sur la fonction exponentielle : **l'écriture de base pour voir les propriétés de la fonction et l'écriture avec les quatre paramètres pour voir les transformations dans le graphique.** Cette MFM est ainsi fortement imbriquée au contexte d'enseignement. Cette écriture avec les paramètres est familière aux enseignants du secondaire et elle arrive progressivement : les enseignants du secondaire s'entendent sur le fait qu'on passe par la fonction symbolisée sous sa forme de base pour accéder ensuite à une écriture avec les paramètres.

Ce qui précède est une excellente occasion de distinguer les MFM autour de l'utilisation du symbolisme des pratiques ou stratégies d'enseignement. Si les pratiques d'enseignement de Sam représentaient l'intérêt, je lui aurais posé des questions différentes : par exemple, je l'aurais interrogé à propos des questions qu'il pose aux élèves, de la manière dont il commence l'étude de la fonction exponentielle avec la fonction de base, des contextes utilisés, etc.). Dans le cadre d'une recherche à propos des pratiques d'enseignement, de ces extraits et de la manière dont l'enseignant décrit ses actions, j'aurais probablement dégagé que l'enseignant questionne les élèves, qu'il explore les propriétés de la fonction de base, qu'il introduit — en interaction avec les élèves — les paramètres, qu'il traite le zéro, les points remarquables, et ensuite, donne quelques exemples (numériques, je suppose). Il aurait indiqué à la fois sa progression, la manière dont il aborde le sujet, les questions qu'il pose, etc.

Dans une recherche sur les MFM, l'analyse n'est pas du même ordre. À l'avant plan, une certaine manière de symboliser, un certain jeu graduel sur le symbolisme. Des circonstances actualisent ces MFM, un rationnel leur donne sens et les rend cohérentes.

Les réactions partagées des enseignants du collégial indiquent qu'ils ne se reconnaissent pas dans les circonstances décrites par Sam et cette manière de symboliser la fonction. Leurs réactions semblent plutôt montrer qu'ils indexent cette façon de symboliser à une autre MFM, toute autre, autour du symbolisme : **donner la fonction symbolisée** (dans ce cas avec les quatre paramètres) **en partant** (« Bien moi je pensais que c'était écrit de même en partant », « Moi aussi », « On étudie aujourd'hui cette fonction ! »). Autrement dit, ils perçoivent dans la symbolisation de l'autre ordre une certaine MFM, comme si les enseignants du secondaire introduisaient la fonction exponentielle directement avec le symbolisme impliquant les quatre paramètres. L'explicitation des circonstances et de cette MFM au secondaire révèle donc en même temps, par contraste, celles des enseignants du collégial. (À cette étape, il ne s'agit que d'une interprétation des MFM des enseignants du secondaire par ceux du collégial, mais ceci sera plus explicite avec l'analyse de toutes les séances relatives au symbolisme).

Dans ce que dit Sam s'explicite aussi une autre MFM par rapport au symbolisme. Cette « progression » dans l'écriture de la fonction se fait, en effet, en s'arrimant au graphique (« Bon bien maintenant on la transforme ? Là, on rentre les paramètres là-dedans, on la dessine [i.e. on trace le graphique], puis quand elle est dessinée [on dit] : Bon bien qu'est-ce qu'il y a d'intéressant là-dedans ? »). Il ressort de ces propos (et des réactions des enseignants du secondaire, qui acquiescent lorsque Sam décrit ce qu'il fait) une idée d'aménager l'écriture en ajoutant les paramètres et de voir ce qui se passe au niveau graphique. **Une certaine MFM par rapport à l'utilisation du symbolisme mettant en jeu un arrimage entre le registre algébrique et le registre graphique** (comme le confirmeront d'autres extraits à propos d'autres fonctions). Cette MFM induit (implicitement) que des liens sont établis entre la symbolisation de la règle d'une fonction et son graphique.

En plus de l'étonnement que manifestent les enseignants du collégial face à l'écriture utilisée au secondaire pour représenter la fonction exponentielle, on constate que les enseignants du collégial ne se reconnaissent pas dans cette **utilisation systématique des mêmes symboles pour chacun des quatre paramètres** (chaque paramètre correspond à une transformation précise dans le graphique et à un symbole particulier), une « cohérence » qui leur pose problème, comme ces enseignants l'explique dans la suite.

Corinne	...parce que moi je n'ai pas appris le « *h* » et le « *k* », mais quand je leur parle de déplacement, pour moi, c'est toujours un déplacement de *h* unités [qu'il soit horizontal ou vertical – elle fait des gestes horizontaux et verticaux], et là ils [les étudiants] me disent: « ben non c'est *k* ».
Colin	Ah oui ! Ah oui !
[Les enseignants du collégial font des signes d'accord de la tête.]	
Corinne	Vous voulez un *k*, je vais vous mettre *k* mais tu sais, je ... [rires] mais c'est ça, c'est l'association quasiment ... religieuse [rires]... le *k* tu ne peux pas le prendre, [tu utilises] le *h* en cas d'un déplacement [horizontal].

Corinne met ici en évidence **une limite, vécue au collégial, de cette façon de faire** au secondaire. Un peu plus tard dans la discussion, dans l'idée de contraster le jeu sur les paramètres au secondaire et la manière de symboliser au collégial, la chercheuse ouvre sur une interprétation de la façon dont est présentée la fonction exponentielle au collégial :

Chercheuse	*Mais est-ce que je rêve, c'est un peu mon impression... au collégial x ça peut être n'importe quoi ?*
Corinne	Ça peut être moins zéro virgule 2 *t* [-0,2*t*], ça peut [signe d'acquiescement].
Chercheuse	*Est-ce que c'est évident pour les étudiants que x devienne quelque chose de plus complexe ? x, c'est x pour les étudiants ?*
Colin	Mais on voit au début que *x* ça peut s'appeler *x* + delta, 5+*h*, ils l'ont vu, ça, au début.

Dans cet extrait, Corinne et Colin mettent en évidence que dans le contexte de la symbolisation d'une fonction, *x* (ou toute autre lettre, comme le *h* invoqué par Corinne précédemment) porte en lui-même plusieurs possibilités. Autrement dit, dans ce contexte, les enseignants du collégial utilisent **un symbolisme condensé, porteur de plusieurs possibilités**. Cela rejoint d'ailleurs ce qu'ils disent à propos du symbolisme utilisé au secondaire; ils le trouvent lourd. En effet, lorsqu'un symbole peut représenter des expressions plus complexes, cela allège l'écriture, rend le symbolisme moins lourd. Corinne explique :

Corinne Je te dis ça sous toutes réserves, mais c'est ça qui nous intéresse. On met b à la x [b^x], c'est un rappel rapide, ça ressemble à ça. On va travailler avec tout le long, quand on donne la dérivée et qu'on démontre tout ça. Et ensuite tu peux avoir a à la quelque chose, c'est pas nécessairement juste x. On peut jouer avec lui, on peut mettre a à la sin de x [a^{sinx}].

Cette réaction fait ressortir, par contraste avec la manière d'utiliser les symboles associés aux paramètres au secondaire, une MFM au collégial (cette MFM est partagée, elle est appuyée par Colin), celle de **jouer avec le symbolisme** : « on peut jouer avec ce symbolisme », celui-ci n'est nullement figé, c'est au contraire une flexibilité dans l'utilisation de ce symbolisme qui est recherchée, comme le suggère les propos « c'est ça qui nous intéresse ». Dans cet extrait, Corinne met par ailleurs en évidence les circonstances dans lesquelles elle utilise cette manière de symboliser : **b^x pour le rappel, pour présenter la dérivée d'une fonction exponentielle, pour faire les démonstrations associées, mais après, dans les applications, elle fait varier le symbolisme, a^{sinx} par exemple.** Il y a donc un arrière-plan comme quoi on va délibérément jouer avec l'écriture, ne pas l'associer à une attribution précise (comme c'est le cas au secondaire) mais la faire varier (« x peut s'appeler x + *delta*, 5 + h » ou peut devenir *sin x* »).

Cette façon de jouer avec le symbolisme a d'ailleurs été remise en question par les enseignants de l'autre ordre. En effet, le groupe s'est demandé si une expression du type $f(x) = b^{g(x)}$ n'était pas plus appropriée pour mener le travail comme on l'envisage au collégial. La réaction de deux enseignants du secondaire à cette proposition est intéressante. Lorsque Corinne annonce qu'elle a déjà vu cette écriture[72], un des enseignants du secondaire dit « c'est bien plus logique » (Serge) et un autre ajoute « t'as pas le choix [sous-entendu d'utiliser cette écriture] » (Scott). Ces réactions mettent en évidence que les enseignants du

---

[72] Certaines collection du collégial présentent systématiquement les règles de dérivation sous une forme apparentée à ce que propose Serge. Autrement dit, ils intègrent la règle de dérivation en chaîne à chacune des formules de dérivation, et donneront par exemple la règle de dérivation du sinus sous la forme [sin(g(x))]' = cos(g(x)) × g'(x).

secondaire ne se reconnaissent pas dans cette façon de faire varier le symbolisme (que x puisse représenter une expression plus complexe), mais qu'ils recherchent au contraire à rendre visible cette information (une expression complexe peut se retrouver en exposant).

Ces réactions conduisent à une explicitation de quelques limites reliées à cette MFM (jouer avec le symbolisme). Dans le cours de calcul différentiel, les enseignants présentent les règles de dérivation des fonctions de « base » (polynomiales, exponentielles, logarithmiques, trigonométriques, etc.). Ainsi, lorsque les enseignants du secondaire réagissent positivement à la façon d'écrire $f(x) = b^{g(x)}$, Corinne répond :

Corinne	Oui mais fonction exponentielle, est-ce qu'on peut dire que ce n'est pas une fonction exponentielle, si on a 2 à la racine de x [$2^{\sqrt{x}}$] ?
[...]	
Chercheuse	*Mais est-ce que a à la f(x) [$a^{f(x)}$] ce serait plus logique ? C'est ça la question...*
Corinne	Mais si t'as le graphique de a à la *f(x)* [$a^{f(x)}$], tu ne peux pas faire un graphique général.

Corinne, dans ce qui précède, met en évidence une limite d'ordre mathématique dans ce jeu sur le symbolisme. Cette manière de symboliser ($f(x) = b^{g(x)}$) est-elle appropriée pour représenter une fonction exponentielle ? Comme mentionné, lorsqu'elle présente les règles de dérivation, elle le fait pour la fonction exponentielle et elle se demande si une fonction du type $f(x) = b^{g(x)}$ peut encore être appelée une fonction *exponentielle.* Elle pointe également la limite dans la construction du graphique d'une telle fonction.

À travers cette illustration, des **MFM** apparaissant familières ont été dégagées des propos des enseignants, autour de l'utilisation du symbolisme. De plus, par contraste (la situation de *breaching* force en quelque sorte une explicitation de ce qui est familier pour les membres), les enseignants ont aussi mis en évidence d'autres éléments importants autour de leurs manières d'utiliser le symbolisme. Ces éléments permettent de dégager une cohérence par les **circonstances** entourant ces MFM (par exemple, b^x pour le rappel, les démonstrations mais dans les applications, un symbolisme qui varie), par la mise en évidence de certaines **limites** (par exemple, remettre en question l'utilisation de $f(x) = b^{g(x)}$ lorsqu'on veut parler de fonctions exponentielles), ainsi qu'à travers un **rationnel** (par exemple dans les propos suivants « les élèves sont à l'aise avec ça [sous-entendu avec cette écriture] », Serge met en évidence l'idée d'une sensibilité aux élèves qui justifie sa façon de faire). Peu à peu émergent de l'analyse des manières de symboliser et d'utiliser le symbolisme à propos de la fonction exponentielle; des MFM familières pour les enseignants du groupe à un ordre donné. Avant d'aller plus loin dans cette compréhension, le tableau 4.1 présente le résumé des MFM qui ont été actualisées jusqu'à maintenant par les enseignants impliqués dans cette recherche.

Tableau 4.1

Des MFM, des circonstances et un rationnel autour de l'utilisation du symbolisme en contexte de fonction exponentielle

MFM actualisées par les enseignants du secondaire	**MFM actualisées par les enseignants du collégial**
• Une manière de symboliser la fonction exponentielle, avec les 4 paramètres, dans laquelle toute l'information est en quelque sorte présente. • Une certaine manière d'utiliser le symbolisme mettant en jeu un arrimage entre le registre algébrique et le registre graphique : une écriture de base pour explorer l'allure de la fonction (et les propriétés) et une écriture avec les 4 paramètres qui correspondent à un effet sur le graphique de la fonction de base. • Une manière de symboliser qui apparaît comme point de départ vers un travail conduisant graduellement à l'écriture avec les 4 paramètres : l'écriture de base pour voir les propriétés de la fonction et l'écriture avec les quatre paramètres pour voir les transformations dans le graphique. • Utiliser toujours le même symbole pour chacun des 4 paramètres. Prise en compte des élèves qui sont à l'aise avec cette manière de symboliser la fonction exponentielle.	• Utiliser un symbolisme condensé, porteur de plusieurs possibilités. • Une manière d'introduire le symbolisme : le donner « en partant ». • Jouer avec le symbolisme : une façon de symboliser la fonction exponentielle dans les démonstrations, une autre façon de symboliser dans les applications. Limite : une façon de symboliser la fonction rejetée ($f(x) = b^{g(x)}$) pour des considérations mathématiques et les difficultés de représentation graphique d'une telle fonction.

4.1.3 Poursuite de l'illustration : de la fonction exponentielle aux fonctions en général

En passant d'une analyse autour de la fonction exponentielle à une analyse relative aux fonctions en général, d'autres éléments ont pu être dégagés. C'est le cas de rationnels qui donnent sens aux MFM. Par exemple, à la suite d'une discussion autour du fait que les mêmes lettres (a, b, h et k) sont toujours utilisées pour représenter les paramètres au secondaire, la chercheuse demande :

Chercheuse	*[Elle regarde Sam et Sandra.] Je pense que ça reste ce qui est utilisé [a, b, h et k] ? [Sam et Sandra acquiescent, Scott acquiesce aussi].*
Serge	Bien dans les manuels, c'est ce qu'on retrouve. Je pense qu'on retrouve seulement que ça.
Sam	Oh oui ! Quand une dizaine [de manuels] dit que le sommet de la quadratique c'est (h, k) [haussement des épaules en signe d'évidence].

[Sandra acquiesce en faisant oui avec la tête.]

On comprend, à la suite de cet extrait, un rationnel qui va dans le sens d'une utilisation d'un même symbolisme précis associé à ces quatre paramètres. Il s'agit **d'une manière de symboliser institutionnalisée, liée dans ce cas à une utilisation des manuels**. Après cette discussion, les enseignants du secondaire enchaînent en faisant référence par ailleurs à un souci de **cohérence dans la notation en lien avec certaines difficultés** rencontrées par les élèves (un autre rationnel), notamment dues à la manière de symboliser la fonction affine : $f(x) = ax + b$.

Serge	Ils [les élèves] ont commencé à avoir moins d'incohérences lorsqu'ils ont commencé à utiliser $ax + k$. Les fonctions affines avant c'était $ax + b$ ...
Chercheuse	*Ah oui, moins d'incohérences ?*

[Les enseignants du secondaire font signe en accord].

Serge	Le b, il y avait une confusion avec le b qui est utilisé pour les autres fonctions.
Chercheuse	*Et il a été changé [sous-entendu le « b »] ?*
Serge	Oui, il me semble que je l'ai vu à une place, je me rappelle pas où, je ne suis pas sûr là.
Colette	Mais de toute façon, ils vont avoir la confusion en statistiques avec $k + bx$ sur la calculatrice.

Ici, l'enseignant du secondaire met en avant **un rationnel lié aux élèves : être constant dans l'écriture produit moins d'incohérences chez les élèves.** Ce rationnel justifie (et rend visible) une certaine MFM autour de l'utilisation du symbolisme en contexte de fonction au secondaire : utiliser les mêmes lettres pour représenter les mêmes paramètres (additif sur la variable indépendante : paramètre *h*; multiplicatif sur la variable indépendante : paramètre *b*; additif sur la variable dépendante : paramètre *k*; multiplicatif sur la variable dépendante : paramètre *a*). La réaction de l'enseignante du collégial à ce qui est fait au secondaire et au rationnel mis en avant (un souci de constance dans l'utilisation des lettres pour représenter les mêmes paramètres, pour éviter des difficultés chez les élèves) laisse entrevoir un autre rationnel au collégial qui concerne les étudiants (qui seront tôt ou tard confrontés à d'autres façon de symboliser une droite) et qui va dans le sens de leur MFM (jouer avec le symbolisme) : **un rationnel qui va dans le sens de préparer les étudiants à affronter ce à quoi ils seront confrontés.** Elle rend compte d'une utilisation différente de l'écriture d'une droite, en statistique, sur la calculatrice.

Ainsi, en ouvrant l'analyse aux fonctions en général, des MFM se précisent autour de rationnels. Les tableaux 4.2 et 4.3 illustrent respectivement une ethnométhode mathématique (MFM, circonstances, rationnels) du secondaire et du collégial.

Tableau 4.2

Exemple d'utilisation du symbolisme en termes d'ethnométhodes mathématiques au secondaire

MFM	Circonstance	Rationnel
Fixer le symbolisme.	• En contexte de fonction, utiliser chaque fois la même lettre pour représenter chacun des quatre paramètres.	• Contrainte institutionnelle : prise en compte de l'écriture qu'on retrouve dans les manuels; • Souci de cohérence sur le long terme; • Prise en compte des élèves : une prise en compte des difficultés, en évitant les incohérences.

Le tableau 4.2 représente, en termes d'ethnométhodes mathématiques, une utilisation du symbolisme en contexte de fonction, dans lesquelles les enseignants du secondaire se reconnaissent. Le tableau 4.3 représente un exemple de ce qui ressort au collégial.

Tableau 4.3

Exemple d'utilisation du symbolisme en termes d'ethnométhodes mathématiques au collégial

MFM	Circonstance	Rationnel
Jouer avec le symbolisme.	• Pour représenter une fonction, utiliser un symbolisme pour les rappels, pour les démonstrations. • Dans les applications, faire varier le symbolisme.	• Prise en compte des élèves et contrainte institutionnelle : préparer les étudiants à affronter le symbolisme auquel ils seront confrontés par la suite (études subséquentes).

La même analyse a été reprise sur tous les épisodes (essentiellement liées à la séance 1, 14 janvier 2011, et à la séance 5, 25 octobre 2011) où il est question de symbolisation. Ce qui suit concerne donc maintenant ce qui se dégage de l'analyse des transcriptions en lien avec l'ensemble du travail sur le symbolisme.

4.2 Manières de symboliser et d'utiliser le symbolisme en mathématiques comme enseignants du secondaire

L'analyse met en évidence que les ethnométhodes mathématiques relatives au symbolisme des enseignants du secondaire impliqués dans cette recherche collaborative se constituent en un « territoire »[73] cohérent à travers des MFM prenant place dans certaines circonstances et à travers un rationnel qui les compose. La constitution de ce territoire dont parlent les enseignants[74] amène à voir la symbolisation et l'utilisation du symbolisme selon trois aspects caractéristiques de ce que veut dire pour eux « faire des mathématiques avec un symbolisme » : un symbolisme processus, un symbolisme transparent et un symbolisme choisi.

---

[73] Le territoire est une métaphore parlante pour signifier l'idée d'une « terre » qu'on organise, qu'on aménage pour y « vivre » (Raffestin, 1981). C'est un espace en continuelle organisation. Autrement dit, les enseignants organisent, de manière cohérente, un territoire familier à propos du symbolisme, dans lequel ils se reconnaissent comme membres. Le « voyageur » étranger ne s'y reconnaîtra pas nécessairement.

[74] Pour alléger la rédaction, lorsqu'il est question des enseignants du secondaire ou du collégial dans la thèse, nous référons uniquement aux enseignants impliqués dans cette recherche.

4.2.1 Un symbolisme processus

Un des aspects de ce territoire constitué par les enseignants du secondaire impliqués dans cette recherche collaborative est cette idée d'une symbolisation progressive, qui apparaît graduellement, en passant parfois par des notations intermédiaires.

Partir d'un symbolisme de base ou connu et le transformer. Les enseignants[75] disent partir d'un symbolisme simple et connu pour éventuellement le transformer. Par exemple, tel qu'il a été vu, en contexte de fonctions, les enseignants du secondaire partent de l'écriture d'une fonction de base (la fonction exponentielle, la fonction linéaire, etc.) pour en étudier les propriétés et ensuite, la transforment pour y introduire les paramètres (voir §4.1). Cette écriture avec les paramètres est familière pour les enseignants du secondaire et elle arrive progressivement : les enseignants du secondaire s'entendent sur le fait qu'ils passent par une fonction écrite sous sa forme de base (par exemple $f(x) = x^2$) et ensuite, à une écriture avec quatre paramètres $f(x) = a(bx - h)^2 + k$.

Cette MFM apparaît aussi dans d'autres contextes. Par exemple, les enseignants du secondaire utilisent une écriture en mots du type « rapport de la mesure du côté opposé sur la mesure de l'hypoténuse », une écriture mixte sous forme de fraction par exemple « $\frac{\text{mesure du côté opposé}}{\text{mesure hypoténuse}}$ », ou toute autre écriture intermédiaire (des symboles, un tableau, etc.) lorsqu'ils introduisent les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle et introduisent le symbole « *sin* » (et le terme sinus) lorsqu'ils doivent opérer sur ce symbole. Entre les deux manières de symboliser, ils préfèrent utiliser la notation intermédiaire (dans ce cas une notation en mots $\frac{\text{mesure du côté opposé}}{\text{mesure hypoténuse}}$ ou en symboles $\frac{\mathrm{m}\overline{AB}}{\mathrm{m}\overline{BC}}$). On retrouve là une autre MFM, cohérente avec cette idée d'une symbolisation processus.

---

[75] Lorsqu'il est question « des enseignants », du secondaire ou du collégial, cela fait référence aux enseignants impliqués dans cette recherche.

Introduire et maintenir des notations intermédiaires. Les enseignants du secondaire disent éviter les pertes de sens en maintenant des notations intermédiaires. Par exemple, ils préfèrent ne pas symboliser (et nommer) les rapports trigonométriques dans les triangles rectangles tant que c'est possible de le faire. On associe d'ailleurs le symbolisme mathématique dans ce contexte à une perte de sens. Les enseignants du secondaire s'entendent sur le fait qu'ils introduisent le plus tard possible le terme sinus et le symbole « *sin* » :

[Les enseignants ont discuté en sous-groupe des cours d'introduction à de nouveaux concepts en mathématiques. Sam présentait sa façon d'introduire les rapports trigonométriques, notamment, l'introduction à « sinus ». Il explique aux enseignants du collégial qu'il attend le plus tard possible pour introduire le terme « sinus » et le symbole « sin ». Dans la discussion en grand groupe, il réitère :]

Sam	… Et même essayer d'introduire « sin » le plus tard possible. Ce que je remarque, c'est que dès qu'on embarque le sinus, c'est comme si tout ce qu'on avait fait avant, que c'est un rapport entre deux mesures, [pour les élèves] ça vient de disparaître. « sin » c'est plus important que l'idée que c'est le rapport entre deux côtés, et que ce rapport-là est constant quand il y a un angle…
Serge	Je me souviens d'avoir déjà essayé de rester longtemps, on parle de quelques semaines sur une table [de rapports], dans laquelle les mots sinus, cosinus et tangente n'apparaissaient pas. C'était mesure du côté opposé, mesure de l'hypoténuse, etc. Donc là, les élèves reconnaissaient vraiment [le rapport], et ça marchait assez bien. Mais il y a comme une petite rupture. Veux, veux pas, un jour il faut que tu arrives au nom de ce rapport-là. C'est une forme d'écriture sur laquelle on opère.

Dans ce qui précède, les enseignants se reconnaissent dans une même MFM. Ils mettent en avant qu'ils ont des façons intermédiaires de représenter l'objet « sinus ». Ils utilisent des mots (mesure du côté opposé sur mesure de l'hypoténuse) ou un tableau de rapports par exemple. Serge met aussi en évidence une *limite* de cette MFM sur le plan conceptuel. D'un point de vue mathématique, il y a nécessité de passer au symbole (et au nom qui lui est associé) pour calculer, opérer avec ce symbole.

Également, les enseignants du secondaire choisissent de ne pas introduire la définition en symboles lorsqu'il est question de croissance et décroissance[76]. En effet, lorsqu'ils parlent de

---

[76] Évidemment, le symbolisme et le formalisme sont étroitement liés et cette façon de faire aurait pu être formulée comme « ne pas introduire de formalisme mathématique ». Or, bien que dans les discussions entre les

croissance et décroissance en contexte de fonction, ils le font sur la base de l'intuition, sans besoin de représenter sa définition en symboles mathématiques. Ils mentionnent qu'ils abordent ce concept à travers un contexte (par exemple, « plus le temps passe et plus il y a des bactéries ») notamment à la mi-secondaire et pendant l'étude des fonctions, c'est dans le langage courant et en lien avec le graphique que le concept est présenté : « ça monte, ça descend ». Ce qui précède montre que les enseignants passent par des formes intermédiaires (en mots ici, indexés à un contexte, au graphique). Ne pas utiliser de langage formel, c'est aussi ne pas utiliser de symbolisme.

Le tableau 4.4 présente les ethnométhodes relatives au symbolisme processus telles qu'elles se dégagent de notre analyse de l'ensemble des épisodes.

enseignants, il a brièvement été question de formalisme (très peu), on ne le distingue pas clairement du symbolisme. Ainsi, ce thème sera abordé dans la discussion (§4.3).

Tableau 4.4

Ethnométhodes mathématiques relatives au symbolisme processus

MFM	Circonstances	Rationnel
Partir d'un symbolisme de base ou connu et le transformer.	• En contexte de fonction, un symbolisme de base pour introduire une nouvelle fonction et un symbolisme plus élaboré pour l'arrimer au graphique et pour représenter toute la « famille » de fonctions. • En contexte de trigonométrie (du triangle), un symbolisme connu mais non conventionnel pour introduire un nouvel objet et un symbolisme conventionnel pour opérer sur cet objet.	• Prise en compte des élèves : une reconnaissance de leur aisance avec cette façon de faire et la symbolisation à laquelle on arrive.
Introduire et maintenir des notations intermédiaires.	• Introduire un nouvel objet avec des mots (cas des rapports trigonométriques), passer graduellement des notations intermédiaires (écriture en mots, tableaux) à une notation conventionnelle.	• Prise en comptes des élèves : éviter les pertes de sens.

4.2.2 Un symbolisme transparent

Les enseignants du secondaire choisissent de symboliser de façon à ce que le sens soit facilement accessible, l'information visible. Cet aspect du territoire est notable en particulier lorsque les enseignants choisissent de ne pas formaliser ou symboliser, ou attendent pour introduire le symbolisme quand il leur paraît trop opaque, mais aussi dans d'autres circonstances (voir tableau 4.5).

Fixer le symbolisme choisi. Les enseignants du secondaire sont cohérents dans l'utilisation de certains symboles ou dans le symbolisme choisi. Ils utilisent chaque fois la même lettre pour représenter chacun des paramètres dans toutes les fonctions à l'étude en quatrième et cinquième secondaires (*a*, *b*, *h* et *k*). Chaque paramètre est d'ailleurs associé à un effet, une transformation dans le graphique (par rapport au graphique de la fonction de base). Les paramètres multiplicatifs a et b sont respectivement des dilatations ou contractions verticale et horizontale alors que les paramètres additifs h et k sont respectivement des translations horizontale et verticale. En même temps, cette recherche de sens et de cohérence dans l'utilisation systématique des mêmes lettres pour représenter les paramètres est, selon les enseignants, « dangereuse » (Serge). En effet, les enseignants sont conscients des **limites** de cette façon de faire : **les élèves ont tendance à associer les lettres utilisées pour les paramètres à leur transformation dans le graphique dans d'autres contextes pour lesquels ça n'est pas le cas.** On comprend aussi, comme mentionné (voir extrait p. 125), le rationnel derrière l'utilisation d'un symbolisme précis associé à ces quatre paramètres tel que repris par les enseignants. Ce rationnel est lié, dans ce cas, à une utilisation des manuels qui reprennent, pour l'ensemble d'entre eux, ce symbolisme : « Bien dans les manuels, c'est ce qu'on retrouve... Je pense qu'on retrouve seulement que ça. » (Serge). Quand une dizaine [de manuels] dit que le sommet de la quadratique c'est (h, k) [haussement des épaules en signe d'évidence] » (Sam). Cependant, bien que les enseignants soulèvent cette limite, ils sont aussi conscients que cette MFM évite des difficultés aux élèves, voire même que « les élèves sont très à l'aise » (Serge) avec cette façon de faire.

Arrimer le symbolisme au registre graphique. Dans ce qui est dit par les enseignants du secondaire s'explicite une autre MFM par rapport au symbolisme. Cette « progression » dans l'écriture de la fonction se fait, en effet, en s'arrimant au graphique (« Bon bien maintenant on la transforme ? Là, on rentre les paramètres là-dedans, on la dessine [i.e. on trace le graphique], puis quand elle est dessinée [on dit] : Bon bien qu'est-ce qu'il y a d'intéressant là-dedans ?). Il ressort des propos de Sam (et des réactions des enseignants du secondaire, qui acquiescent lorsque Sam décrit ce qu'il fait) une idée d'aménager l'écriture en ajoutant les paramètres et de voir ce qui se passe au niveau graphique. Une certaine MFM par rapport à l'utilisation du symbolisme mettant en jeu un arrimage entre le registre algébrique et le registre graphique (comme le confirment d'autres extraits à propos d'autres fonctions). Cette MFM induit (implicitement) que des liens sont établis entre l'écriture de la règle d'une fonction et son graphique. Serge confirmera par ailleurs que c'est l'écriture canonique qui est privilégiée lors de l'étude des fonctions :

Serge	Le travail principal se fait sous la forme canonique. C'est ce qu'on nous demande de faire en fait, ce n'est pas le choix individuel de chacun mais c'est l'approche qui est employée. C'est comme ça.

Bien que ce choix ait été institutionnalisé au secondaire, il demeure que les élèves sont confrontés à une manière particulière de symboliser la fonction. Cette manière de symboliser est fortement liée au registre graphique. Il semble que le graphique joue un rôle de support au symbolisme. Les enseignants du secondaire s'entendent sur le fait que la représentation graphique est celle avec laquelle les élèves sont le plus familiers pour travailler avec les fonctions.

Choisir un symbolisme qui s'arrime aux contextes. Les enseignants du secondaire ont une certaine façon de choisir le symbolisme, lorsqu'ils sont en contexte ou lorsqu'ils travaillent un concept de manière plus générale. Par exemple, dans leurs échanges, les enseignants du secondaire racontent comment ils symbolisent le « nom » d'une fonction (f ou g par exemple) et celui d'une variable lorsqu'ils travaillent la fonction en contexte ou en général. Les enseignants du secondaire utilisent usuellement $f(x)$ et $g(x)$ pour représenter une fonction quelconque. Lorsqu'il est question de fonction en situation (en contexte), les enseignants choisissent des lettres qui évoquent le contexte. Ainsi, Sam explique, à la suite d'une discussion autour de l'utilisation de la lettre d dans toutes sortes de contexte d'enseignement, qu'en contexte de fonction, il choisit des lettres qui s'arriment au contexte.

Sam	Si j'ai une situation par exemple, là je vais faire attention pour aller chercher des lettres qui sont associées à la situation. Si on parle de hauteur ça va être $h(x)$. Si je parle d'une fonction quelconque ça va être $f(x)$ et $g(x)$. Si je parle d'une variable qui est la distance là je vais avoir un petit d pour rappeler la situation.

La MFM **choisir un symbolisme qui s'arrime aux contextes** est, sur la base des dialogues des enseignants du secondaire, une façon de rappeler la situation aux élèves, d'attacher un sens aux symboles. Une insistance sur le sens est souvent mise en avant par les enseignants du secondaire. On veut que les élèves puissent se raccrocher à la situation à travers le symbolisme. Cette idée de maintenir le sens est présente chez les enseignants du secondaire à bien des égards, dans de multiples circonstances, et s'arrime ainsi à d'autres MFM (maintenir une notation intermédiaire, maintenir la cohérence dans le choix des symboles, arrimer le registre algébrique et le registre graphique).

Tableau 4.5

Un symbolisme transparent

MFM	Circonstance	Rationnel
Choisir un symbolisme qui s'arrime aux contextes.	• Un certain symbolisme pour travailler en contexte (*h* pour hauteur, *d* pour distance, etc.). • Un certain symbolisme pour un concept en général (ex. $f(x)$ pour une fonction en général).	• Préoccupation pédagogique : rendre toute l'information visible dans le symbolisme. • Prise en compte des élèves : donner sens au symbolisme. • Rappeler le contexte à travers le symbolisme, maintenir le sens.
Maintenir des notations intermédiaires.	• Introduire un symbolisme intermédiaire lorsque le symbolisme conventionnel est trop opaque (ex. *sin*). • Introduire une description en mots en contexte (ex. croissance, décroissance).	• Prise en compte des élèves : éviter les pertes de sens.
Fixer le symbolisme.	• En contexte de fonction, utiliser partout la même lettre pour représenter chacun des quatre paramètres. • Des limites perçues : utilisation de ces lettres de façon abusive dans d'autres contextes où elles ne sont pas appropriées.	• Prise en compte des élèves : un souci de cohérence pour éviter les difficultés des élèves. • Contrainte institutionnelle : s'arrimer au symbolisme utilisé dans les manuels
Arrimer le symbolisme au registre graphique.	• En contexte de fonction, on utilise un symbolisme qui a une signification dans le graphique.	• Préoccupation pédagogique : rendre toute l'information visible dans le symbolisme. • Prise en compte des élèves : donner sens au symbolisme. • Contrainte institutionnelle : écriture canonique; travail sur les paramètres (programme).

4.2.3 Un symbolisme choisi

Il se dégage aussi de notre analyse l'idée que le symbolisme est choisi par les enseignants. Par exemple, les enseignants se donnent la liberté de ne pas introduire de définition symbolique formelle de croissance et décroissance en contexte de fonction. Ils choisissent de passer par des notations intermédiaires (par exemple le tableau des rapports ou une écriture en mots) avant de présenter un symbolisme imposé comme « sin ». En contexte de fonction, bien que tous les manuels utilisent un symbolisme utilisant les quatre paramètres, cette façon de symboliser n'est pas celle utilisée par les mathématiciens, ou dans d'autres disciplines. Il s'agit d'une façon de symboliser, comme il a été vu, qui est propre au secondaire. De plus, lorsque les enseignants travaillent les fonctions en contexte, ils choisissent des lettres qui évoquent le contexte (voir tableau 4.6).

Tableau 4.6

Un symbolisme choisi

MFM	Circonstance	Rationnel
Choisir un symbolisme qui s'arrime aux contextes.	• Un certain symbolisme pour travailler en contexte (h pour hauteur, d pour distance, etc.). • Un certain symbolisme pour un concept en général (ex. $f(x)$ pour une fonction en général).	• Prise en compte des élèves : donner sens au symbolisme. • Préoccupation pédagogique : rendre toute l'information visible dans le symbolisme.
Maintenir des notations intermédiaires. Choisir de ne pas symboliser dans certains cas.	• Introduire un symbolisme non conventionnel lorsque le symbolisme conventionnel est trop opaque. • Introduire une description en contexte, en mots (ex. croissance, décroissance).	• Prise en compte des élèves : donner sens au symbolisme. • Éviter les pertes de sens.

En somme, les MFM sont liées à des circonstances et un rationnel familiers pour les enseignants du secondaire impliqués dans cette recherche. C'est en ce sens qu'il est question d'un « territoire » d'ethnométhodes partagées.

4.3 Manières de symboliser et d'utiliser le symbolisme en mathématiques comme enseignants du collégial

De la même manière, l'analyse des transcriptions des rencontres permet d'expliciter un territoire familier d'ethnométhodes mathématiques relativement au symbolisme pour les enseignants du collégial : un symbolisme explicité, un symbolisme déterminé et extérieur, et un symbolisme compact.

4.3.1 Un symbolisme explicité

Pour les enseignants, trois MFM se retrouvent sous cette étiquette : traduire en symbolisme et traduire le symbolisme, expliciter/préciser ce que représentent les symboles et « faire parler » le symbolisme (voir tableau 4.7).

Traduire en langage symbolique et traduire le langage symbolique. Les échanges autour de croissance et décroissance en contexte de fonctions font ressortir que les enseignants du collégial ont le souci de symboliser les définitions mathématiquement. Corinne explique :

[La chercheuse demande aux enseignants comment ils « parlent » de croissance et de décroissance. Sam répond « quand ça monte, quand ça descend » et Serge enchaîne en mentionnant qu'ils le font aussi en contexte. À la suite de cela, Corinne réagit.]

Corinne	Par exemple, la croissance, ça monte [elle regarde Sam] mais comment on l'écrit en symboles ? J'essaie de, de les amener à ça [les étudiants]. Il faut que, quand ça monte, bien il faut que tu te promènes de gauche à droite. Tu sais j'insiste sur tous les petits bouts de la définition... Je pense qu'ils ne sont pas habitués à cette traduction-là, comment écrire les choses... Donc calcul différentiel c'est le cours dans lequel on devrait vraiment introduire ça tranquillement parce qu'en calcul intégral, on utilise des théorèmes.

Les enseignants parlent de « traduction », de « comment écrire les choses en symboles ». Lorsqu'il est question de symboliser les définitions, les enseignants du collégial en parlent comme de quelque chose de donné *a priori*, c'est-à-dire que les définitions ont déjà été symbolisées (notamment dans les livres) et c'est à cette écriture qu'on introduit les étudiants. Des MFM individuelles ressortent de cette traduction, certains préfèrent écrire en symbolisme mathématique et le « faire parler », en explicitant la signification de tous les

« petits bouts de la définition » (cf. Corinne). Colin va préférer écrire en langage courant et traduire par des symboles mathématiques ensuite. Peu importe le choix, l'idée de traduction, de passage à un langage symbolique (mathématique) à apprendre est présente. Les enseignants insistent sur cette traduction puisqu'ils considèrent que les étudiants ne sont pas familiers avec celle-ci.

Rappelons toutefois que la façon de prendre en compte cette difficulté est différente pour les enseignants du secondaire. Ces derniers sont dans un processus de symbolisation, sur des notations intermédiaires; dans le choix de ne pas introduire de définition en langage symbolique pour éviter les pertes de sens. Pour les enseignants du collégial, l'idée est de préciser, expliciter ce que le symbolisme représente, celui-ci est donné *a priori*. Le rationnel qui guide leurs MFM en lien avec le symbolisme est fortement lié à une idée de préparation. Pour les enseignants du collégial, les étudiants qu'ils ont en classe iront en sciences pures à l'université. Corinne, Colin et Colette considèrent ainsi qu'ils ont le rôle de les préparer. Préparer à l'université, c'est entre autres utiliser ce symbolisme mathématique. Voici, ci-dessous, les explications de Corinne.

[À la suite de ce que Corinne affirme, les enseignants du secondaire réagissent en affirmant qu'au secondaire, il n'y a pas assez de formalisme. À cette réaction, la chercheuse demande à Corinne :]

Chercheuse	*Mais est-ce qu'on en fait trop au collégial ? Vous avez l'air de dire que c'est bien compris informellement [croissance et décroissance]. Est-ce nécessaire d'être aussi formel au collégial ?*
Corinne	Je me suis déjà posée la question. Je me suis dit, ceux qui rentrent en sciences, ils s'en vont où ? Je me dis qu'il y en a sûrement une partie qui vont aller en sciences pures… en chimie… Mon rôle c'est de les préparer à l'université. Ils s'en vont à l'université après… C'est là que je me dis qu'à l'université, c'est encore assez formel. […] Je pense qu'ils ne sont pas habitués à cette traduction-là, comment écrire les choses. Donc calcul différentiel, c'est le cours dans lequel on devrait vraiment introduire ça tranquillement parce qu'en calcul intégral on utilise des théorèmes, puis des… Puis j'imagine qu'en algèbre linéaire on utilise encore plus [regarde Colette].

Expliciter/préciser ce que signifient les symboles. Les enseignants du collégial parlent d'introduire de nouveaux objets mathématiques par leur symbole; ou encore, introduisent un symbolisme en précisant ce qu'il représente (ex. soient u et v deux fonctions). Par exemple lorsqu'il est question de matrices : « après quelques exemples, je définis la matrice, c'est un tableau rectangulaire de nombres réels. J'introduis ensuite une notation, lettre majuscule pour les matrices, minuscule pour éléments » (Colette). Cette MFM s'explicite donc à travers **deux types de circonstances : lorsque les enseignants introduisent les objets manipulés dans les définitions, théorèmes, démonstrations et lorsque les enseignants introduisent les nouveaux objets à l'étude.** Dans le cas de la première circonstance, les enseignants envisagent cette façon de faire puisque c'est ça le jeu ou la tradition mathématique : on tente autant que possible de tout symboliser. Corinne justifie :

Corinne	Sais-tu ce que je dis aux étudiants. Les mathématiciens sont paresseux. Ils essaient toujours de tout symboliser. Ils étaient tannés d'écrire... Mais c'est vrai parce qu'eux autres aussi sont mêlés : est-ce que c'est des constantes ? Ce sont des variables ? Là je dis non, on a défini u et v comme deux fonctions. Quand je les mets les règles de dérivation je les mets u et v sont deux fonctions. C'est un peu ça partout, A et B, il faut définir que ce sont des points d'un plan cartésien...

Faire parler le symbolisme. Cette MFM est intimement liée à la précédente. Par exemple, en contexte d'introduction à la limite, on donne quelques exemples, on introduit de manière plutôt intuitive la notion de limite et ensuite on présente la notation qu'on fait « parler » :

Corinne	Bien quand on veut parler de ça [sous-entendu la limite], qu'on s'approche d'une valeur sans jamais y toucher, on s'approche aussi près qu'on veut... Là je suis en train de donner le cours [rires]...
Colin	Oui, c'est ça...
Corinne	Là j'introduis la notation.
Colin	C'est ça.
Corinne	La limite lorsque x tend vers 2 [$\lim_{x \to 2}$]. Là je le répète, pas à deux, quand on s'approche de 2. C'est comme ça que j'introduis la notation.

Corinne et Colin connaissent les difficultés des étudiants autour du concept de limite (par exemple les étudiants calculent la valeur de la fonction en $x = 2$ pour évaluer la limite) et ainsi, elle **fait « parler » le symbolisme pour minimiser cette difficulté.**

Tableau 4.7

Un symbolisme explicité

MFM	Circonstance	Rationnel
Traduire en langage symbolique et traduire le langage symbolique.	• Lorsqu'on définit des concepts, on donne la définition en langage courant, celle-ci est traduite en symbolisme (ex croissance, décroissance). Lorsqu'une définition est donnée formellement, on la traduit en langage courant.	• Prise en compte des étudiants : habituer les étudiants à cette traduction. • Prise en compte des étudiants et contrainte institutionnelle : préparer les étudiants à utiliser ce langage symbolique (à l'université).
Expliciter/préciser ce que représente le symbolisme.	• Lorsqu'on introduit les objets manipulés dans les définitions, théorèmes, démonstrations, on présente l'objet par le symbole en spécifiant sa nature (ex. Soit A, une matrice; soient u et v, des fonctions). • Lorsqu'on introduit de nouveaux objets à l'étude, on le fait par le symbolisme en précisant ce qu'il représente.	• Prise en compte des étudiants et contrainte institutionnelle : préparer les étudiants à utiliser ce langage symbolique (à l'université). • Vision de ce que c'est faire des mathématiques : faire entrer les étudiants dans le jeu symbolique.
Faire « parler » le symbolisme.	• Lorsqu'on introduit un nouvel objet mathématique par sa notation (ex. limite), on explicite sa signification dès le départ.	• Prise en compte des étudiants : prévenir des erreurs courantes d'étudiants.

4.3.2 Un symbolisme déterminé et extérieur

Les enseignants du collégial utilisent un symbolisme conventionnel, c'est-à-dire reconnu par une communauté scientifique. Ils mettent en évidence que ce symbolisme peut être arbitraire mais en général, ils ne le choisissent pas (tableau 4.8).

Utiliser un symbolisme donné a priori. Dans leurs interactions avec les enseignants du secondaire, les enseignants du collégial parlent de leurs manières de symboliser en termes d'un symbolisme qui leur est extérieur, conventionnel, et qui est donné *a priori*. Par exemple, lorsqu'il est question de matrices, Colin met en avant certaines difficultés d'étudiants liées à l'utilisation des doubles indices, mais laisse entrevoir que l'écriture utilisée est une écriture donnée *a priori* :

Colin	Au début c'est vrai qu'ils voient douze [12, plutôt que les indices 1 et 2]. D'ailleurs, c'est niaiseux, mais c'est comme ça, c'est pas nous autres qui l'a inventé, ils auraient dû inventer autre chose. Mais c'est vrai que ça [cette écriture] leur cause des petits problèmes.

Il semble que l'utilisation d'un symbolisme donné *a priori* se manifeste dans les propos des enseignants du collégial de plusieurs façons. D'abord, dans certaines circonstances, les enseignants étiquettent et nomment *a priori* ce qui sera manipulé dans les démonstrations ou les propriétés, par exemple. Ils diront alors « dans ce qui suit, tel symbole est tel objet ». Ce sera le cas aussi lorsque les symboles utilisés varieront dans les applications, par rapport à ce qu'ils utilisent comme écriture dans les définitions (« Mais on voit au début que x ça peut s'appeler x + delta, $5 + h$ »). Aussi, lorsque les enseignants du collégial présentent les règles de dérivation avec la notation de Leibniz, ils utilisent des lettres minuscules u et v pour représenter des fonctions. Dans l'extrait suivant, les enseignants discutent de l'égalité $\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$.

Chercheuse	*[Dans l'égalité, les lettres] ce sont des nombres ? C'est quoi le d, c'est quoi le x, c'est quoi le u et le v ?*
Corinne	C'est parce que le u et le v peuvent être des fonctions. Quand on utilise cette notation-là, tu dis u et v sont des fonctions, $u = f(x)$ et $v = g(x)$...
Colin	C'est ça.
[...]	
Chercheuse	*Pourquoi on ne met pas « de x », u(x) ou v(x) ?*

[Colette et Corinne essaient d'expliquer à la chercheuse que u et v sont des fonctions. Elles ne voient pas ce que la chercheuse veut dire par u « de x »]

Chercheuse	*Mais pourquoi on ne met pas le « de x » si c'est une fonction.*
Colette	Ok.
Colin	Parce que c'est défini... on va dire soient u et v deux fonctions de x... puis là on part.

Dans ce qui précède, les enseignants mettent en avant que le symbolisme qu'ils manipulent dans les règles de dérivation est donné, nommé, précisé avant les manipulations. Ainsi, dans l'égalité $\frac{d}{dx}(u+v)=\frac{du}{dx}+\frac{dv}{dx}$, les symboles *u* et *v* sont indexés à des fonctions. D'ailleurs, la réaction de Colette et Corinne à la question de la chercheuse met en évidence que pour elles, cette écriture va de soi. En effet, alors que la chercheuse leur demande pourquoi ce n'est pas $u(x)$ et $v(x)$ puisque ce sont des fonctions, pour Corinne et Colette il est si clair que *u* et *v* sont des fonctions qu'elles ne comprennent pas la question. Or, lorsqu'il est question de limite, ce sont plutôt les lettres *f* et *g* qui sont utilisées pour symboliser les fonctions. Ainsi, à travers les usages, les enseignants font varier le symbolisme utilisé. (J'y reviendrai).

Cette façon de faire des enseignants du collégial est aussi visible par leurs réactions partagées vis-à-vis des circonstances décrites par les enseignants du secondaire. À la vue des fonctions symbolisées avec les quatre paramètres, les enseignants du secondaire expliquent la progression entre le symbolisme de base et celui avec les quatre paramètres. Comme il a été mentionné, les réactions des enseignants du collégial montrent qu'ils partagent une autre MFM autour du symbolisme : une écriture donnée en partant (« Bien moi je pensais que c'était écrit de même en partant », Colin; « Moi aussi », Corinne; « On étudie aujourd'hui cette fonction ! », Colin).

Tableau 4.8

Un symbolisme déterminé et extérieur

MFM	Circonstance	Rationnel
Utiliser un symbolisme donné *a priori*.	• Lorsqu'on introduit un nouveau concept, on le fait par un symbolisme conventionnel. • En contexte de démonstration, on définit, *a priori*, le symbolisme utilisé. • Dans les applications, on utilise un symbolisme scientifique donné.	• Prise en compte des étudiants : préparer les étudiants à utiliser ce langage symbolique (à l'université). • Contrainte institutionnelle : s'arrimer au symbolisme utilisé dans les manuels, dans les autres cours de mathématiques et en sciences.

4.3.3 Un symbolisme général et compact

Une des qualités du symbolisme pour les enseignants du collégial est qu'il n'apporte pas de lourdeur. En ce sens, ceux-ci utiliseront un symbolisme très général (voir tableau 4.9). Par exemple, ils représentent toute la famille des fonctions exponentielles par la forme de base $f(x) = b^x$.

Utiliser un symbolisme qui varie selon les circonstances de son utilisation. Au fil de leur utilisation, les symboles associés à des concepts mathématiques peuvent varier. Par exemple, les enseignants du collégial vont utiliser $f(x)$, $g(x)$ ou encore $h(x)$ pour représenter une fonction avec sa règle (ex. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$). Lorsqu'il est question de fonctions en situation, pour les enseignants du collégial les lettres utilisées sont celles données par la situation, celles qu'on utilise en sciences. Par exemple, Colin affirme que dans des problèmes d'application, les lettres utilisées ne sont pas toujours les mêmes (il donne l'exemple de l'utilisation de $v(t)$ dans un problème où l'on s'intéresse à la vitesse en fonction du temps). Colin parle d'un symbolisme proposé qui s'arrime au symbolisme utilisé dans les domaines scientifiques (par exemple, celui de la physique).

Aussi, lorsque les enseignants parlent de limites et introduisent les propriétés des limites, ils utilisent f et g pour représenter les fonctions. Pour énoncer les propriétés des dérivées ou pour calculer, avec le symbolisme différentiel de Leibniz, ils utilisent plutôt u et v pour représenter les fonctions, alors qu'ils vont utiliser f et g avec la notation des « primes » pour les dérivées. Les enseignants utilisent ces façons de symboliser puisque ce sont celles qui sont présentées dans les manuels.

Jouer avec le symbolisme. Comme il a été vu, en contexte de fonctions, les enseignants du collégial utilisent un symbolisme compact pour définir, démontrer et présenter les théorèmes. Dans les applications, ils jouent avec ce symbolisme et alors, ce qui était représenté par un seul symbole peut devenir une expression plus complexe. Ce jeu est important pour les enseignants dans la mesure où ils s'attendent à une certaine flexibilité de la part de leurs étudiants.

Tableau 4.9

Un symbolisme général et compact

MFM	Circonstance	Rationnel
Jouer avec le symbolisme.	• Dans les théorèmes et démonstrations, on utilise un symbolisme compact (comme x) dans une fonction (ex. b^x qui représente une famille de fonctions exponentielles) mais il peut devenir plus complexe en application (b^{sinx}).	• Contrainte institutionnelle : s'arrimer au symbolisme utilisé dans les manuels, dans les autres cours de mathématiques et en sciences.
Utiliser un symbolisme qui varie selon les circonstances de son utilisation.	• Sur le long terme, faire varier la façon de représenter un concept (ex., pour exprimer la règle d'une fonction, on utilise $f(x)$. Dans les propriétés des limites lorsqu'on opère sur la fonction, on la symbolise par f ou g. Dans les propriétés des dérivées exprimées avec le symbolisme de Leibniz, on la symbolise par u ou v).	• Contrainte institutionnelle : s'arrimer au symbolisme utilisé dans les manuels, dans les autres cours de mathématiques et en science. • Prise en compte des étudiants : préparer les étudiants à utiliser ce langage symbolique (à l'université).

Les enseignants du collégial donnent eux aussi à voir un territoire partagé en train de se constituer, avec des MFM actualisées dans certaines circonstances et justifiées par un rationnel.

Évidemment, les discussions ont permis de voir un territoire d'ethnométhodes mathématiques se constituer par les enseignants du secondaire et ceux du collégial à propos du symbolisme en mathématiques, mais aussi, les échanges ont permis d'aller plus loin et d'explorer à ce sujet la perspective d'harmonisation (il en sera question plus loin, §4.5.2).

4.4 Un changement d'échelle : ce que révèlent ces ethnométhodes mathématiques lorsque considérées en parallèle

Dans l'analyse qui précède, j'ai repéré et (re)constitué ce que les enseignants font autour de l'utilisation du symbolisme en contexte de fonction, en mettant bien en évidence les différentes possibilités et leur imbrication : des MFM, des circonstances dans lesquelles ces MFM s'actualisent, des raisons qui s'explicitent et qui donnent sens à celles-ci. Certaines de ces MFM relèvent davantage du territoire du secondaire alors que d'autres relèvent davantage de celui du collégial.

Cette analyse en termes de territoires d'ethnométhodes se situe à une échelle particulière : elle reconstitue, de manière fine, dans leur dynamique de fonctionnement, ces ethnométhodes partagées par les membres à propos du symbolisme et de l'utilisation du symbolisme. En effet, je me suis arrêtée à ce qui était de l'ordre du familier pour les enseignants d'un même ordre. Évidemment, à une échelle plus rapprochée, ces MFM dégagées au niveau précédent se raffineraient, menant probablement à des MFM individuelles. À une échelle plus éloignée, je m'attarde maintenant à ce qui ressort de l'analyse précédente en considérant simultanément les deux ordres. Autrement dit, à cette étape, je fais un changement d'échelle en m'éloignant d'une focalisation sur chacun des ordres pour les regarder ensemble, et les mettre en parallèle.

Un tel changement d'échelle me conduit à entrer sur une première interprétation de ces différentes manières d'utiliser le symbolisme à chacun des ordres, c'est-à-dire à repenser, dans cette mise en parallèle, ces territoires qui se constituent de part et d'autre, de manière à aller plus loin, notamment sur les enjeux de transition qu'ils mettent en évidence.

4.4.1. Donner forme à un symbolisme versus agir sur un symbolisme existant

En regardant les MFM de part et d'autre, celles des enseignants du secondaire ont été formulées par des expressions qui suggèrent de donner forme, graduellement ou non, à un symbolisme en construction alors que celles du collégial ont été formulées en termes d'actions exercées sur un symbolisme existant *a priori,* comme le montre le tableau 4.10.

Tableau 4.10

Des formulations différentes (en gras) pour rendre compte de MFM de part et d'autre

Manières de faire explicitées par les enseignants du secondaire	**Manières de faire explicitées par les enseignants du collégial**
• **Partir** d'un symbolisme de base ou connu et le **transformer**. • **Introduire** des notations intermédiaires • **Fixer** le symbolisme choisi. • **Arrimer** le symbolisme au registre graphique. • **Choisir** un symbolisme qui s'arrime au contexte.	• **Donner** le symbolisme *a priori.* • **Traduire** en/le langage symbolique donné *a priori.* • **Expliciter/préciser** ce que signifie le symbolisme. • **Faire parler** le symbolisme donné. • **Jouer** avec le symbolisme. • **Utiliser** un symbolisme qui varie selon les circonstances d'utilisation.

Dans un cas, *donner forme à un symbolisme en construction* renvoie davantage, comme l'indiquent bien les expressions utilisées, à l'idée d'un processus : empreint de choix effectués à un moment ou l'autre du processus (fixer; introduire), d'adaptations (choisir en fonction du contexte; arrimer), de transformations (partir et transformer). Dans l'autre cas, *agir sur un symbolisme* renvoie davantage à un symbolisme, celui de la communauté scientifique, qu'on adopte (donner le symbolisme), précise (traduire; faire parler), utilise (utiliser, jouer avec). Dans certains cas, il est possible de penser que les enseignants des deux ordres se rejoignent sous certaines MFM (voir par exemple le tableau 4.11).

Tableau 4.11

Varier le symbolisme selon les circonstances

• **Choisir** un symbolisme qui s'arrime aux contextes, par exemple *t* pour le temps, *d* pour distance, etc. ; choisir $f(x)$ quand on parle d'une fonction en général.	• **Utiliser** un symbolisme qui varie selon les circonstances d'utilisation, par exemple, utiliser le symbolisme proposé en physique dans des problèmes de vitesse : $v(t)$ pour la vitesse en fonction du temps.

Ainsi, lorsque les enseignants parlent des façons qu'ils ont de faire varier le symbolisme, il semble là y avoir un pont possible entre les ordres. Toutefois, l'analyse montre qu'ils en parlent différemment, et les expressions que j'ai choisies pour en rendre compte traduisent cela : *choisir un symbolisme qui s'arrime aux contextes* pour le secondaire et *utiliser un* *symbolisme qui varie selon les circonstances d'utilisation* au collégial. Ces MFM semblent proches, mais sont pourtant différentes.

Dans un cas, le processus est au premier plan : *choisir un symbolisme qui s'arrime aux contextes* ne perd pas de vue l'idée d'un symbolisme en construction et d'un sens à maintenir. Dans l'autre cas, c'est le symbolisme qui est à l'avant plan : il s'agit de l'adapter aux circonstances de son utilisation en l'élargissant alors aux besoins. Les enseignants des deux ordres racontent ainsi, par exemple, qu'ils *utilisent toutes sortes de façons de symboliser* le « nom » de la fonction et la variable : Sam dira qu'il fait attention pour choisir des lettres qui sont associées à la situation, par exemple $h(x)$ lorsqu'il est question de hauteur, pour rappeler la situation aux élèves. Le choix des lettres est le sien, il se veut proche de la situation pour garder le sens du phénomène en jeu. Colin lui dira plutôt que dans des problèmes « concrets », les lettres utilisées ne sont pas toujours les mêmes, il donnera l'exemple de l'utilisation de $v(t)$ dans un problème de vitesse, reprenant la notation scientifique. Le symbolisme s'adapte aux problèmes proposés, issus des sciences (par ex. de la physique).

Les manières de symboliser et d'utiliser le symbolisme lorsqu'on les met en parallèle, font ainsi ressortir des différences importantes : entre « donner forme à un symbolisme en construction » et « agir sur un symbolisme existant ». Cette mise en parallèle et ce changement d'échelle sur les ethnométhodes mathématiques font par ailleurs ressortir d'autres aspects abordés à l'instant (4.4.2, 4.4.3 et 4.4.4).

4.4.2 Un symbolisme parlant versus un symbolisme parlé

La « transparence » du symbolisme pour ceux qui en font usage, les enseignants des deux ordres, ne s'exprime pas de la même façon. Les enseignants du secondaire et du collégial s'entendent sur le fait que les élèves et les étudiants ont de la difficulté avec le symbolisme. Les MFM sont toutefois différentes.

D'un côté, les enseignants du secondaire choisissent un symbolisme parlant et transparent (choisir un symbolisme qui rappelle le contexte, maintenir des notations intermédiaires, fixer le symbolisme par souci de cohérence, etc.). Pour ces enseignants, pour que le symbolisme ait un certain sens, il faut le choisir en conséquence, utiliser un symbolisme intermédiaire ou ne pas symboliser du tout. Par exemple, la façon de symboliser les fonctions avec les quatre paramètres est fortement associée à l'idée d'une part, de **rendre visibles par l'écriture** (transparence) non seulement tous les cas possibles des fonctions, mais aussi leurs **graphiques et les transformations sur ces graphiques** (sans nécessairement devoir les tracer). Autrement dit, les enseignants du secondaire utilisent **une écriture qui peut être « parlée » en termes « graphiques »**. Par exemple, Sam mentionne que dans la quadratique, le sommet est (h, k); dans la fonction sinusoïdale, on parle de période déterminée par le paramètre b, d'une amplitude de a, etc. Ce sont donc tous **des repères visibles dans la manière d'écrire** : une manière de symboliser imbriquant fortement registre symbolique et registre graphique.

De l'autre côté, les enseignants du collégial font « parler » le symbolisme en tentant de le rendre transparent (faire parler le symbolisme, le traduire, le donner *a priori* et le préciser, expliciter ce qu'il signifie, etc.). Le fait que, dans une fonction, x puisse devenir plus complexe dans les problèmes d'application n'est pas visible en soi dans la manière de symboliser. Ainsi, les enseignants vont l'expliciter en le disant eux-mêmes aux étudiants. De la même façon, puisque le symbolisme varie selon les circonstances de son utilisation, avant d'entreprendre une démonstration, on « définit » le symbolisme manipulé. Puisqu'il n'est pas porteur d'une signification en lui-même, il faut donc la lui attribuer *a priori*.

En somme, chez les enseignants du secondaire, la transparence se veut présente dans l'écriture même choisie. Les enseignants cherchent à maintenir le sens (idée de notations intermédiaires, de rappel du contexte, etc.). Chez ceux du collégial, on constate plutôt que cette « transparence » ne fait pas partie de la manière d'utiliser le symbolisme, mais s'obtient en le faisant « parler ». Comme les enseignants l'ont mentionné, ils traduisent le langage symbolique en langage courant et vice versa.

4.4.3 Une certaine généralisation versus une généralité certaine

L'introduction d'un symbolisme condensé et général par les enseignants du collégial mène au thème de la généralité. Quel sens prend cette généralité chez les enseignants de chaque ordre ? Le sens autour de la généralité émerge au moment où les enseignants *font* des mathématiques : par leurs actions, les enseignants « créent » une certaine généralité. Par exemple, $f(x) = b^x$ n'est pas plus général ou plus particulier que $f(x) = ac^{b(x-h)} + k$, tout dépend de ce qui en est fait. Ainsi, comprendre le sens entourant la généralité du symbolisme pour chacun revient à comprendre les manières dont on utilise le symbolisme et les circonstances dans lesquelles elles prennent place. La généralité concerne aussi le caractère indexical du symbolisme dont le sens peut être complété selon ce à quoi il réfère.

La MFM, passer d'une écriture de base à une écriture transformée, chez les enseignants du secondaire, confère à cette transformation une certaine idée d'expansion, d'élargissement : il s'agit de mettre la lumière sur tous les cas possibles à l'intérieur d'une famille donnée de fonctions, en faisant apparaître les paramètres. Autrement dit, en introduisant graduellement les paramètres dans le but d'atteindre, d'expliciter tous les « éléments » de la famille des fonctions exponentielles par exemple, les enseignants rendent visible cette expansion. Il s'agit en quelque sorte d'un processus de généralisation abordé implicitement. En effet, les enseignants ne cherchent pas à mettre l'accent sur le processus de généralisation lui-même, c'est plutôt la famille (des exponentielles) comme un tout, qui est en avant-plan, mais le symbolisme n'est pas déconnecté du travail sur la famille lorsqu'on cherche à l'étendre : par exemple, atteindre tous les éléments de la famille des fonctions exponentielles s'accompagne d'un élargissement du point de vue du symbolisme. Ce processus est aussi supporté par le graphique, ce qui confère un sens au symbolisme avec une idée de voir les transformations dans le graphique : effet du a, du b, du h et du k dont il a déjà été question.

Également, lorsque les enseignants introduisent graduellement le symbolisme lors de l'étude des fonctions, ils induisent un sens aux symboles (et créent une certaine généralité) associée aux expressions. Dans le contexte de fonctions, les enseignants partent d'une écriture de base (sans les paramètres) et la « complexifient » ou la « transforment » en introduisant les paramètres. Cette manière de présenter la fonction (avec les paramètres) induit implicitement que la fonction présentée sous la forme $f(x) = c^x$ est la fonction de base (dont on connait le graphique) et que celle sous la forme $f(x) = ac^{b(x-h)} + k$ peut représenter tous les éléments possibles de la famille de fonctions, toutes les variations possibles. Cette deuxième façon de présenter la fonction est donc, du point de vue de cette manière de symboliser au secondaire, plus « générale » que la première. Aussi, cela induit un certain sens attaché aux symboles : les lettres représentent ici des nombres et, pour les paramètres, des transformations dans le graphique (un nombre opérateur qui induit certains effets graphiques).

Contrairement à ce qui se dégage des MFM des enseignants du secondaire, au collégial, dans le contexte de la représentation d'une fonction, la lettre x (ou toute autre lettre) porte en elle-même toutes les possibilités. Il y a déjà ici une idée de généralité, lorsque les enseignants disent que x, ça peut être x + delta, $5 + h$ (ils ont alors bien sûr l'expression formelle de la dérivée comme limite en tête), mais ce sont bien de nouvelles variables à chaque fois et donc quelque chose qui représente un nombre. Ils disent qu'ensuite, ils vont jouer avec ça et c'est seulement là qu'ils invoquent que x pourrait devenir $\sin x$, c'est dans le travail subséquent, quand on cherche des limites, qu'on dérive, qu'on applique, qu'on joue et calcule avec les expressions et le symbolisme. Ainsi, « x va éventuellement pouvoir être remplacé par $\sin x$ quand on va se mettre à jouer avec les fonctions » [et les considérer dans toutes sortes de combinaisons]. Ainsi, cette façon d'écrire la fonction $f(x) = c^x$ inclut en quelque sorte toute la famille des fonctions exponentielles et va même au-delà. En plus de représenter toute la famille des fonctions du type $f(x) = ac^{b(x+h)} + k$ (dans laquelle les lettres représentent des nombres), elle peut aussi être combinée et ouvrir plus largement sur d'autres fonctions qui ne sont pas des exponentielles, comme $f(x) = c^{\sin x}$. Du point de vue du jeu des combinaisons, elle ouvre à plus de possibilités.

Enfin, alors qu'au secondaire l'écriture et le graphique d'une fonction sont intimement liés, dans ce cas-ci, le lien est moins direct. D'un côté, l'expression de base est associée à la courbe de base, comme au secondaire, mais la manière de complexifier l'écriture ensuite exige d'élargir la signification de la lettre. Alors qu'au secondaire la « transformation » se fait dans les deux registres simultanément, les paramètres permettant de savoir où se situe la courbe (à peu près la même que celle de la fonction de base) dans le graphique, au collégial, la généralité de la lettre fait en sorte qu'il n'y a plus de repère graphique possible[77]. Ceci met en évidence que la généralité s'exprime par l'écriture symbolique et non pas dans le graphique. Dans l'écriture utilisée au collégial, il y a cette idée de représenter quelque chose de très général puisque x peut être n'importe quoi, mais en même temps, d'une signification très précise lorsqu'il est question de tracer le graphique. Ceci diffère notablement du secondaire où le graphique « supporte » en quelque sorte le processus de généralisation (idée de famille de fonctions, d'effets dans le graphique).

4.4.4 Éviter le formalisme et inviter au formalisme

Dans ce chapitre, il a été question de symbolisme. Souvent, dans les propos d'enseignants du collégial, ce qui était développé faisait aussi référence au formalisme. Il n'est pas facile de distinguer nettement *symbolisation* et *formalisation* à travers les propos des enseignants. Lorsque les enseignants du secondaire disent ne pas entrer dans les définitions symboliques de croissance et décroissance, il est question de (ne pas introduire de) formalisme[78]. L'emploi du mot « traduction » (notamment par Corinne et Colin) ouvre davantage sur l'idée de passer à un autre « langage », avec notamment ses symboles, mais aussi des règles. Lorsque Corinne explicite qu'elle doit passer de « ça monte » à[79]

- *« quand je me déplace de gauche à droite sur le graphique, ça monte », à*
- *« en suivant le graphique, à un déplacement gauche-droite sur l'axe des abscisses correspond un déplacement bas-haut sur l'axe des ordonnées », à*

---

[77] C'est d'ailleurs pour cette raison que des outils (comme la dérivée) sont notamment introduits. Ils permettent de mieux comprendre le comportement d'une fonction.

[78] Terme utilisé par les enseignants eux-mêmes.

[79] Les interventions en italique sont tirées des propos de Corinne alors que ceux en caractères droits sont des ajouts.

- « à un accroissement positif de la variable indépendante correspond un accroissement positif de la variable dépendante », à
- « à chaque fois qu'une valeur de la variable indépendante est plus grande qu'une autre (dans l'intervalle [*a*, *b*]), alors son image par la fonction sera plus grande que l'image de cette autre par la fonction », et finalement à
- « $\forall\, x_1, x_2 \in [a, b], x_2 \geq x_1 \Rightarrow f(x_2) \geq f(x_1)$ », *la définition* [formalisée] *de la croissance*,

elle a probablement en tête quelque chose de plus que la simple introduction de symboles (d'autant que presque tous les symboles sont ici connus des élèves du secondaire), mais à de véritables traductions, avec à chaque fois *de nouveaux mots* et en bout de ligne, *dans un nouveau langage*. C'est en ce sens qu'il est aussi question de formalisation.

Lorsque les enseignants du secondaire disent que la croissance est travaillée en contexte ou par les caractéristiques graphiques (ça monte), ils abordent la croissance de façon intuitive. Or, lorsque les enseignants du collégial passent à une définition formelle de croissance, il est question de formalisme, cela ne concerne pas nécessairement que le symbolisme.

En fait, au fil des discussions, alors que chez les enseignants du secondaire, on se situe davantage dans une symbolisation, chez les enseignants du collégial, on semble être à la fois sur une utilisation de symboles, mais aussi sur une utilisation d'un langage plus formel. Cependant, tout n'est pas une question de formalisme au collégial. Par exemple, dans le cas de la limite (introduite par Corinne), il s'agit bien d'une symbolisation, c'est-à-dire de l'introduction d'une notation (symbolique) mais qui n'est pas une formalisation (et en particulier qui ne permet pas de faire des preuves ou des calculs formels sur les limites, qui laisse la notion à un niveau purement intuitif). Tant qu'il n'y a pas de formalisation, on ne peut rien faire d'autre, sinon que rester dans un discours à propos des symboles de l'ordre de « plus je m'approche de 2, plus ça s'approche de... ».

La question du formalisme est embryonnaire dans les propos des enseignants du collégial, probablement parce que les tâches proposées n'allaient pas dans le sens de travailler cet aspect des mathématiques. Effectivement, dans notre étude de maîtrise, le passage au formalisme marquait d'une certaine façon un point d'achoppement important. Mais lorsque les enseignants ont argumenté sur d'autres thèmes, on le voit implicitement apparaître. Toutefois, il est difficile d'aller plus loin, dans cette recherche, sur le formalisme à partir des propos des enseignants.

Ceci dit, voilà un trait de la recherche collaborative : nous avions négocié ensemble d'aborder des thèmes communs aux enseignants des deux ordres. Or, le formalisme ne touche pas les enseignants des deux ordres. Certains diront qu'il devrait y avoir plus de formalisme au secondaire, d'autres interrogent le fait qu'il y en ait tant au collégial. Or, là n'est pas la question. Dans le cadre de la recherche, les thèmes qui ont retenu l'attention des enseignants des deux ordres étaient ceux choisis pour l'analyse. En ce sens, le symbolisme a clairement concerné les enseignants des deux ordres, mais pas le formalisme (ce qui est en soi révélateur).

Que peut-on dégager globalement de cette lecture en parallèle ? D'abord, elle met en relief que les MFM des enseignants du secondaire (symboliser et utiliser le symbolisme) sont de l'ordre du processus alors que celles du collégial apparaissent quant à elles comme liées à un symbolisme achevé. Ensuite, le symbolisme lui-même est conçu différemment. Une certaine marge de manœuvre ou un droit de regard vis-à-vis du symbolisme est mis en avant chez les enseignants du secondaire, alors que chez ceux du collégial, le symbolisme est clairement extérieur et donné *a priori*. De plus, l'entrée par les MFM reliées au symbolisme permet d'ouvrir sur d'autres aspects de la transition par extension : une « transparence » de ce symbolisme pensée différemment, des manières différentes de concevoir la généralité, un passage à un langage formel.

4.5 Discussion

Les analyses précédentes laissent entrevoir deux cultures mathématiques différentes dont font part les enseignants impliqués dans cette recherche en ce qui a trait au symbolisme et à son utilisation. En effet, à travers leurs manières de faire des mathématiques, de symboliser et d'utiliser le symbolisme dans leur activité quotidienne (en lien avec les contenus qu'ils traitent aux deux ordres), à travers les circonstances dans lesquelles de telles MFM sont actualisées, ou encore dans le rationnel s'y rattachant, une cohérence de l'ordre de ce que Hall (1959) appelle *une culture* se dégage. Rappelons d'abord que pour Hall, la culture s'organise et fonctionne de manière cohérente autour de trois plans (voir §2.1.1) : le plan *formel* (de l'ordre des convictions, des valeurs, des conventions, etc.); le plan *informel* (de l'ordre des manières de faire implicites); et le plan *technique* (de l'ordre de ce qui est institutionnalisé et supporté par une logique explicitée).

Plus précisément, les analyses précédentes font entrer dans ce que Hall nomme le plan *informel* de cette culture, dans ses dimensions implicites : symboliser et utiliser le symbolisme fait en effet partie de ce que l'enseignant fait au quotidien, sans nécessairement pour autant que ce soit mis au premier plan ni explicité. Pour l'étranger qui essaierait de comprendre les us et coutumes de cette culture (par exemple les enseignants de l'autre ordre confrontés à des MFM non familières, ou les élèves lorsqu'ils passent d'un ordre à l'autre), ces manières de faire relèvent de ce qui est tacite. Le symbolisme est plutôt amené et travaillé à travers les contenus qui sont eux au premier plan (les fonctions, la trigonométrie, les dérivées, les matrices, etc.).

Rappelons que l'accent mis dans cette recherche sur ces MFM trouve justement un de ces ancrages dans la comparaison faite par Artigue entre les cultures mathématiques du secondaire et du postsecondaire. Or, selon Hall, les plus grandes différences interculturelles résident dans le plan *informel* de ces cultures.

Les recherches menées sur la transition secondaire postsecondaire en mathématiques n'ont jamais abordé cette dimension. La majorité des travaux, menés dans une perspective institutionnelle, viennent en effet éclairer le plan *technique* de ces cultures mathématiques aux deux ordres, leur dimension explicite reposant sur un ensemble de justifications elles aussi explicites. En s'appuyant sur la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1992; 1999), elles contribuent en effet à éclaircir, via l'analyse des tâches proposées à chacun des ordres, les techniques, les technologies et les théories qui appuient et justifient la résolution de telles tâches; bref elles mettent en lumière les organisations mathématiques à chacun des ordres (par exemple Bosch *et al.*, 2004; Gueudet, 2004; Winsløw, 2007).

De plus, les recherches sur la transition n'ont pour ainsi dire pas abordé le thème de la symbolisation. Ceux qui s'en approchent étudient les difficultés des étudiants au postsecondaire en lien avec le passage au formalisme, que ce soit dans un domaine mathématique particulier (comme l'Analyse, par ex. Bridoux, 2006) ou encore avec l'appropriation et la manipulation des quantificateurs (par ex. Chellougui, 2006). Ils se situent à l'ordre postsecondaire puisque le passage au formalisme caractérise en quelque sorte l'entrée à cet ordre. Les recherches susmentionnées qui se sont intéressées à la transition du point de vue des institutions n'ont pas fait du symbolisme un thème central de leurs travaux, travaux habituellement menés autour d'un contenu particulier. La contribution de notre recherche au regard des travaux précédents est donc double : elle permet, d'une part, d'éclairer un enjeu clé de transition jusqu'alors peu abordé, celui du symbolisme et de l'utilisation du symbolisme en mathématiques; mais aussi par ce biais, le plan *informel* de la culture mathématique aux deux ordres. Que peut-on dire de cette culture à chacun des ordres à partir des analyses précédentes ?

4.5.1 Le point de vue de la culture

Alors que je pensais caractériser ce plan *informel* d'une certaine culture du symbolisme à chacun des ordres, je me suis rendue compte que d'autres plans de cette culture apparaissaient, de manière imbriquée, dans les propos des enseignants. Le territoire des ethnométhodes a permis d'entrer sur le plan *informel* de cette culture du symbolisme aux deux ordres. Mais des éléments qui relèvent du plan *formel* sont aussi en arrière-plan, venant structurer ces MFM. Il en sera question un peu plus bas : le plan *formel* de la culture[80], à

[80] Rappelons que le plan *formel* est la base de la culture et a un rôle analogue à l'instinct ou à ce qui est inné. Le plan *formel* est de nature bipolaire (oui/non) et il correspond à ce qui n'est pas contesté ni remis en cause : il est de l'ordre des convictions, des valeurs, des allants-de-soi qui ne se justifient pas, mais qui sont intériorisés au quotidien et sont caractéristiques d'une culture (voir à ce sujet le chapitre 2).

l'arrière-plan, paraît ici jouer un rôle structurant (au sens de Lave, 1988) en organisant l'avant-plan, le plan *informel*, celui des manières de faire.

Au sens de Lave (1988), le concept de « ressource structurante » n'est pas à interpréter comme une structure *a priori*. Dans l'accomplissement d'une certaine pratique, des ressources de différents ordres (des actions, des échanges, des connaissances, des croyances, des valeurs, des artefacts, etc.) viennent structurer une certaine pratique sociale et les actions au quotidien. Elles balisent en quelque sorte les actions des acteurs *in situ* — qui viennent par ailleurs elles aussi, en retour, structurer les ressources mobilisées. C'est en ce sens que Lave (1988) parle de *ressources structurantes*. Dans le cadre de cette recherche, tout se passe comme si le plan *formel* (celui des convictions, des allants-de-soi, des valeurs) agissait comme une ressource structurante pour les MFM comme enseignants, de symboliser et d'utiliser le symbolisme (plan *informel*), dans leur cadre professionnel d'enseignement. Dans ce qui suit, cette culture du symbolisme chez les enseignants du collégial et celle des enseignants du secondaire sont abordées de ce point de vue.

4.5.1.1 Culture du symbolisme chez les enseignants du collégial

Les ressources structurantes, celles de l'ordre du plan *formel* de la culture, se déclinent chez les enseignants du collégial en un ensemble de convictions partagées à propos des mathématiques et d'« évidences partagées » (d'où le terme d'allant de soi utilisé) à propos du symbolisme en usage.

Un symbolisme pris comme allant de soi

Pour les enseignants du collégial qui ont participé à la recherche, le symbolisme ne se questionne pas, il est « un donné » (extérieur) et, dans leur activité professionnelle, ils ont à travailler avec celui-ci : faire des mathématiques (et faire faire des mathématiques aux élèves) passe par l'utilisation de ce symbolisme. Il est en ce sens traité et vu comme un allant de soi, on pourrait dire « naturalisé » (il relève de ce qui est naturel dans cette culture sans que ceci soit pour autant problématisé). De plus, et en cohérence avec ce qui précède[81], il ne s'agit pas de n'importe quel symbolisme : ce « donné », c'est celui utilisé par la communauté scientifique (par exemple, on utilise la notation de Leibniz et les notations introduites en sciences). Autrement dit, utiliser ce symbolisme fait partie des « évidences partagées » par ces enseignants (on n'envisage pas qu'on puisse utiliser d'autres façons de symboliser). Cet arrière-plan va agir comme ressource structurante des MFM : en effet puisque ce symbolisme est pris comme un *a priori*, il va falloir qu'il soit parlant pour les étudiants qui auront à l'utiliser, à opérer dessus, à devenir habiles avec celui-ci. Comme enseignants, on reconnait en effet que ce symbolisme ne va pas de soi pour les étudiants, alors on le fait « parler », on le traduit, on initie les étudiants à ce nouveau langage symbolique (formalisé), on joue avec. Ceci illustre ce qui a été dit plus haut, les plans *informel* et *formel* sont imbriqués et se tiennent du point de vue de la cohérence d'une certaine culture.

Des convictions à propos des mathématiques

Le symbolisme auquel ont recours les enseignants est un symbolisme qui se veut général. Cette généralité constitue un point central et l'essence même des mathématiques (et du symbolisme utilisé) dans cette communauté scientifique à laquelle ils se réfèrent. Cette essence du symbolisme est perçue dans son caractère général, abstrait et opératoire. Pour les enseignants, ceci se traduit en une utilisation d'un symbolisme efficace, pas trop lourd, général, sur lequel on peut jouer ou avec lequel on peut démontrer, opérer (formalisme). Ce jeu sur le symbolisme, cette variation sur le symbolisme en fonction des circonstances d'utilisation, dont parlent les enseignants, est façonné par cette conviction que le symbolisme doit être général, puisque l'idée est de l'appliquer à travers une grande variété de situations, d'opérer sur celui-ci pour démontrer, etc. Encore une fois, cette conviction à l'égard des mathématiques et du symbolisme agit comme ressource structurante des MFM des enseignants du collégial.

---

[81] Il y a, comme le montrent nos résultats, un rationnel qui donne sens à ces manières de faire, celui entre autres de préparer les étudiants aux études subséquentes, ou encore la nécessité de prendre en compte les manuels utilisés (contrainte institutionnelle).

4.5.1.2 Culture du symbolisme chez les enseignants du secondaire

Le plan formel qui structure les MFM des enseignants du secondaire est d'un tout autre ordre que celui du collégial, il renvoie à des valeurs partagées dans leur métier d'enseignants : celles d'un symbolisme signifiant (pour les élèves) et de son rôle dans l'enseignement, un symbolisme *support*.

Un symbolisme signifiant

De ce côté, l'arrière-plan en est un de symbolisme signifiant pour les élèves (une valeur qui fonde en quelque sorte leurs MFM), c'est-à-dire un symbolisme basé sur une construction progressive, qui graduellement lui donne sens (du point de vue des symboles utilisés, de leur référence aux phénomènes, aux notions mathématiques). Cet arrière-plan, de l'ordre des valeurs de l'enseignant (plan *formel*), est cohérent avec les MFM (plan *informel*) : c'est ce qui fait qu'on évite le symbolisme qui n'est pas d'emblée signifiant, qu'on entre dans un symbolisme processus pour lui donner sens, en passant par des notations intermédiaires signifiantes, qu'on évite dans certains cas de symboliser si on sent qu'il y a un risque de perte de sens (ex. de « sin »). Bref, on cherche à rendre le symbolisme parlant.

Un symbolisme support

Comme il a été présenté plus haut (§4.4.3), le symbolisme rend possible une représentation en extension d'une famille de fonctions. Le symbolisme permet donc de représenter tous les éléments de la famille à la fois et sert de support à cette représentation. De la même manière, l'idée de transparence véhiculée dans les propos des enseignants du secondaire en ce qui a trait au symbolisme (rendre visible tous les cas possibles, voir dans le symbolisme les effets graphiques) est aussi appuyé par cette idée de symbolisme comme support (à la projection dans le graphique des transformations). Encore une fois, cette façon de voir le symbolisme (à travers ici son rôle) relève davantage de valeurs d'enseignants.

Ce qui se dégage

Le plan *formel* chez les enseignants du secondaire (renvoyant à des valeurs partagées vis-à-vis du symbolisme dans leur métier d'enseignants de mathématiques) n'est donc pas du tout du même ordre que celui des enseignants du collégial (renvoyant à des convictions partagées à propos des mathématiques/du symbolisme, et des allants de soi a propos du symbolisme). Dans les deux cas, ce plan formel est tout aussi structurant du plan informel de la culture. Ce qui se dégage du collégial comme plan *formel* ne signifie pas que les enseignants du collégial font fi de l'enseignement. Ceci signifie plutôt que chez les enseignants du collégial, ce sont des allants-de-soi et des convictions *mathématiques* qui structurent leurs MFM comme enseignants. Cet arrière-plan d'ordre mathématique, pour qu'il soit mis en œuvre, est pensé en termes d'enseignement (par exemple, pour que ce symbolisme soit parlant pour les élèves, les enseignants vont le faire « parler »).

4.5.2 Sur la perspective d'harmonisation : une problématisation du symbolisme du collégial

La discussion précédente fait apparaître deux cultures mathématiques du symbolisme et de l'utilisation du symbolisme à chacun des ordres. En se situant dans une perspective d'harmonisation, la question qui se pose est alors la suivante : quel sens peut prendre l'harmonisation entre ces deux cultures ? Pour aborder cette question, il est intéressant de retourner aux échanges entre les enseignants autour du symbolisme. Que peuvent révéler ces échanges en termes d'harmonisation ? Je propose, dans ce qui suit, un bref retour sur une analyse de transcriptions pour mieux comprendre.

L'harmonisation a été travaillée plus ou moins explicitement pendant les rencontres. Les enseignants avaient été invités à participer à une recherche à propos de la transition dans une perspective d'harmonisation. Dès les premiers échanges, ils ont adopté une posture d'échange et de partage et chacun des énoncés portait en lui-même un potentiel d'harmonisation. On retrouve une telle posture dans l'extrait qui suit.

Les enseignants avaient reçu une feuille sur laquelle figuraient toutes sortes d'égalités (voir Appendice F). Après les avoir regardées succinctement, nous en avons discuté en grand groupe. Dans le court extrait analysé ci-dessous, les enseignants et moi discutons autour de l'égalité suivante :

$$\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}.$$

Avant de s'intéresser à ce que ces échanges révèlent sur le plan de l'harmonisation, nous présentons une reconstitution de la trajectoire de ces échanges pour ensuite mettre en évidence ce que cela indique[82].

4.5.2.1 Reconstitution de la trajectoire

D'abord, il est intéressant de constater qu'au départ, l'égalité présentée ne pose pas de problème. Colin confirme : « cette égalité, ça va », « Nous [au collégial] il n'y a pas de problème ». Or, à la fin de la discussion, il semble qu'il y ait un problème, une impression de ne pas être cohérente pour Corinne, une mise en évidence de difficultés chez les étudiants pour Colin. Que s'est-il passé dans le fil des discussions pour que ce changement s'opère ? Dans ce qui suit, je présente la trajectoire en cinq moments.

Moment 1 de la trajectoire : une situation de breaching

Dès les premiers échanges, la chercheuse remet en question l'idée que cette égalité « puisse aller » en demandant de clarifier le sens des lettres (ligne 2) : « C'est quoi les lettres ? Ce sont des nombres ? » Demander si les lettres sont des nombres sert ici d'élément perturbateur, de *breaching*. La chercheuse propose une autre possibilité à laquelle les enseignants du collégial ne pensent pas.

Moment 2 de la trajectoire : une situation de breaching actualisant des MFM usuelles

Les enseignants du collégial répondent selon leurs MFM usuelles (donner le symbolisme *a priori*, préciser le symbolisme manipulé). Colette dit : « le *u* et le *v* peuvent être des

---

[82] La transcription des échanges est disponible à l'Appendice G.

fonctions. Quand on utilise cette notation-là, tu dis u et v sont des fonctions, $u = f(x)$ *et* $v = g(x)$. » Colin confirme : « *C'est ça* ». Or Scott, du secondaire, interprète ce symbolisme selon les MFM du collégial (**une entrée sur les MFM de l'autre ordre,** jouer avec le symbolisme) : « quand on prend la petite minuscule, ouais, c'est une variable, mais ça peut représenter une expression algébrique aussi » et enchaîne en interrogeant cette MFM en termes de ce qui est fait au secondaire (rendre visible toute l'information) : « Mais pourquoi on mettrait une minuscule si c'est une expression ? » Lorsque les enseignants du secondaire et du collégial interprètent ce qui est en jeu dans la discussion selon leurs MFM respectives, l'égalité ne pose pas problème. Cependant, **une entrée sur la MFM de l'autre ordre provoque une remise en question.** Par exemple, Scott revient sur le fait que la lettre minuscule est utilisée, alors qu'on parle d'une expression plus complexe, d'une fonction. Or, Colin réitère : « mais on le dit (sous-entendu que ce sont des fonctions) », une MFM dont il a déjà été question : préciser le symbolisme manipulé.

Moment 3 de la trajectoire : un changement dans la façon d'envisager le symbolisme

Puis vient la question de la chercheuse : « Pourquoi ce n'est pas grave si on ne met pas « de x »... $u(x)$ ou $v(x)$? » Celle-ci met en évidence que parfois, on utilise l'écriture $u(x)$, d'autres fois, seulement u. Bien que les enseignantes du collégial expliquent à la chercheuse que u et v sont des fonctions et qu'elles le disent dès le départ, la chercheuse reprend autrement : « Mais pourquoi on ne met pas le « de x » si c'est une fonction ? » Autrement dit, pourquoi ne pas mettre directement dans l'égalité $f(x)$ ou $u(x)$ pour marquer qu'il s'agit d'une fonction. Colette voit maintenant la question autrement (« ok... ») et elle semble vouloir **s'engager dans une interprétation de cette manière de symboliser la fonction dans l'égalité.** Scott met en évidence une interprétation possible du u : « Le petit u minuscule pourrait être une variable. » Que signifie alors ce u ou plutôt, pourquoi représente-t-on ici la fonction par u ? D'une égalité qui ne pose pas problème, on entre maintenant dans une exploration de ce que signifient les symboles utilisés. Dans une première phase d'exploration, la signification des symboles est exprimée : « u et v sont des fonctions ». Localement, u et v sont des fonctions. Dans une deuxième phase d'exploration, cette signification est explorée sur le long terme.

Dans ce qui suit, une explication apparaît, une proposition qui reformule ou recrée l'observation de l'égalité. Les enseignants du collégial qui expliquaient leur MFM en termes d'un symbolisme donné *a priori* changent graduellement leur manière d'aborder la signification de la lettre *u*, cette fois-ci en terme de cohérence selon une perspective à plus long terme, une MFM qu'on retrouve plutôt au secondaire (fixer le symbolisme choisi[83] est une façon d'envisager le symbolisme sur le long terme, passer par des notations intermédiaires avant les notations conventionnelles).

Moment 4 de la trajectoire : une exploration de la signification des symboles

Colette se lance dans une explication, elle réfléchit à voix haute en essayant de donner sens à l'utilisation du *u* (selon un rationnel typique du secondaire, celui de donner sens aux symboles) : « u peut être égal à x^2, v peut être égal à $3x + 5x + \ldots$ C'est comme un y. Ça pourrait être comme un y. Ça pourrait être un $f(x)$. » La chercheuse reprend : « u c'est comme y ? ». Colin reste sur sa manière usuelle de composer avec le symbolisme : « C'est parce que c'est comme une définition qu'on leur donne en disant que u et v sont des fonctions de x ». Corinne poursuit la réflexion de Colette, elle est maintenant dans une réflexion plus générale (que locale) : « On peut écrire une fonction $f(x)$ =, bien on l'écrit aussi y =. » La chercheuse réitère : « Alors u serait du même type que y ? » Colin fait le passage d'une réflexion locale de la signification de la lettre u à une réflexion générale, sur la cohérence à long terme : « Oui c'est ça. »

Les enseignants du secondaire rigolent. Le fait que les enseignants du secondaire rigolent (lorsque les enseignants du collégial passent à une réflexion différente et découvrent, en même temps que tous les autres, que u peut être vu comme un y) indique quelque chose. « Mais pourquoi pas y alors ? » demande la chercheuse. Les réactions des enseignants du secondaire sont intéressantes ici. Le sens émerge de l'interaction, cette idée de u vu comme un y n'est pas une idée longuement mûrie de la part des enseignants du collégial. Cette idée est plutôt amenée au groupe concerné, les enseignants des deux ordres et la chercheuse, et

---

[83] Garder les mêmes symboles autant que possible.

tous ont un regard sur cette interprétation du u. Ainsi, les réactions des enseignants du secondaire laissent voir que cette idée de u comme un y est plutôt incohérente. La réaction de Scott montre bien qu'il essaie cependant d'atténuer l'incohérence « si u c'est comme un y alors pourquoi ne pas prendre y » ? Scott : « Ils ont oublié la petite patte [du y... pour passer de u à y] ».

Moment 5 de la trajectoire : une interrogation sur la cohérence de la symbolisation sur le long terme

Ici, on entre dans une réflexion sur la cohérence de la symbolisation d'une fonction à plus long terme. Colette interprète autrement, u est maintenant vu comme le nom de la fonction (plus comme un f dans $f(x)$) : « On va aussi écrire $u = u(x)$ ou $v = v(x)$. » La réaction de Sam (« Puis $\mu + y$ [$mu + y$]... ha ha ha ! ») est intéressante parce qu'elle met en évidence d'une part, qu'il y a d'autres possibilités pour représenter la fonction (par exemple avec des lettres grecques) et d'autre part, que l'interprétation invoquée par Colette ne le satisfait pas.

Ce qui était non problématique au départ, à la suite du questionnement de la chercheuse et des réactions des enseignants, devient objet de réflexion : « Je comprends ta question parce que c'est vrai que c'est de la confusion » (Colette). Comment gérer ce problème ? Corinne le fait, elle renvoie à des MFM dont il a déjà été question : on définit u et v comme des fonctions, c'est le jeu mathématique.

Colette poursuit l'exploration. Elle affirme que u, c'est comme un f. Cependant, elle y voit une autre incohérence : « Ce qui est vraiment embêtant, ce qui est encore pire c'est qu'on va écrire $u = u(x)$, on va faire ça en physique aussi. Ou $u = u(t)$ pour désigner le fait que ça varie en fonction de t, mais jamais on va écrire $f = f(x)$ ». Les autres enseignants du collégial confirment et prennent conscience en même temps de ceci : « Non, non... c'est vrai hein ! », « Pourquoi on fait ça, hein !?! On n'est même pas cohérent. » Rires.

La chercheuse soulève alors un enjeu lié à l'apprentissage des étudiants. Ils ont à décoder la signification des lettres et ce n'est pas facile. Colin confirme. Corinne se rend compte qu'elle utilise des f et des g dans les propriétés des limites, mais des u et des v dans les propriétés des dérivées.

4.5.2.2 Qu'apporte cette reconstitution à propos de la perspective d'harmonisation

Il y a eu changement de point de vue dans la manière « d'enquêter » pour les enseignants du collégial sur le symbolisme au quotidien. Ceci rejoint la perspective ethnométhodologique, qui s'intéresse à ces « procédures interprétatives » que les individus utilisent afin de se comprendre entre eux et décider de leurs actions, pour analyser les circonstances de leur action. Ces procédures interprétatives, Garfinkel (1967) les considère comme des instructions réflexives que les membres se donnent entre eux afin de pouvoir se comprendre (dans notre cas, sur la manière d'utiliser un symbolisme). Ces procédures interprétatives leur permettent à la fois d'accomplir leurs actions et de leur donner sens. Ce travail d'interprétation est par exemple à l'œuvre, dans ce qui précède, lorsque Colette amorce une analyse, pour donner sens à ce que signifie le u dans l'égalité, et à plus long terme.

D'une interprétation locale à une interprétation à plus long terme

D'abord, décoder la signification de la lettre peut se faire à deux niveaux : localement (par exemple u est une fonction) et sur le long terme (les significations de u sur le long terme, u est une variable, u est une fonction, $u(x)$ est une fonction, etc.). Être confronté au questionnement de la chercheuse et aux réactions des enseignants du secondaire, dans cet échange, a amené les enseignants du collégial à passer d'une interprétation locale du symbolisme à une interprétation sur le long terme. Dire que la lettre signifie une fonction localement était facilement acceptable pour les enseignants du collégial. Cela correspond aux MFM usuelles mises en évidence précédemment (un symbolisme extérieur, défini *a priori* en référence à la notation de Leibniz; un symbolisme qu'on explicite : « soient u et v deux fonctions »), et fait entrer dans le territoire familier d'ethnométhodes des enseignants du collégial.

Regarder la signification de la lettre du point de vue de la cohérence à plus long terme est différent, difficile et surtout met en évidence certaines « incohérences » selon les enseignants. Cette interprétation sur le long terme des façons de représenter la fonction s'est constituée dans la séance. Dans la séance, nous assistons donc à la constitution d'un nouveau sens au symbolisme, qui fait sortir les enseignants du collégial de leur territoire d'ethnométhodes usuelles, pour se rapprocher de celui du secondaire.

Sortir de son territoire d'ethnométhodes pour entrer dans celui de l'autre ordre

A priori, les enseignants du collégial se sont positionnés dans leurs MFM. L'insistance de la chercheuse et les remarques des enseignants du secondaire ont permis un mouvement entre des MFM usuelles (écriture donnée *a priori*, symbolisme extérieur, défini *a priori*, un symbolisme qu'on fait parler, qu'on explicite, qu'on traduit) et des MFM non usuelles, qui ressemblent plus à celles du secondaire : une cohérence sur le long terme que l'on retrouve par exemple dans l'idée de fixer un symbolisme, de le garder tout au long. Toutefois, ils entrent sur cette cohérence sans adopter pour autant cette MFM des enseignants du secondaire, soit celle de fixer le symbolisme.

De la même fâçon, on assiste à une entrée dans le monde de l'autre pour les enseignants du secondaire : par exemple Scott se place du point de vue du collégial lorsqu'il interprète l'égalité selon la manière de symboliser du collégial (*u* peut représenter une expression plus complexe) tout en prenant le point de vue du secondaire pour soulever un questionnement (mais *u* pourrait être une variable). Cette intervention, guidée par l'idée d'une cohérence à plus long terme, met en évidence qu'on n'est pas dans le territoire du secondaire.

Du point de vue de la culture : d'un symbolisme comme allant de soi à un symbolisme problématisé

Du point de vue de la culture, les enseignants du collégial semblent prendre une distance pour une première fois vis-à-vis un des éléments du plan *formel* que nous avons mis en évidence précédemment : un symbolisme « donné », extérieur, pris comme allant-de-soi. Alors que leurs premières réactions mettent en évidence que ce symbolisme (celui utilisé par la communauté scientifique) est, en quelque sorte, « naturalisé », c'est-à-dire pris comme une évidence, accepté comme non problématique, ils entrent ensuite dans une problématisation de celui-ci. Autrement dit, ils remettent en question ce qui va de soi habituellement : ce symbolisme et son utilisation sont problématisés. Dans l'extrait (comme dans la séance d'ailleurs), nous ne sommes pas allés jusqu'à introduire de nouvelles façons de symboliser. Mais pour les enseignants du collégial, une nouvelle manière de donner sens au symbolisme (pour eux, comme enseignants) est apparue.

Le rationnel mis en avant par les enseignants du secondaire a joué un certain rôle : leur idée de cohérence à plus long terme a été réinvestie. Ainsi, les enseignants du secondaire et du collégial se sont autorisés un certain droit de regard sur le symbolisme achevé ou conventionnel. Ils ont donc problématisé leur façon de symboliser. Cette problématisation guidée par le projet d'enseignement (ici la cohérence sur le long terme) se constitue dans la séance, elle ouvre sur un certain sens possible à ce que peut vouloir dire harmoniser des MFM.

CHAPITRE V

MANIÈRES DE FAIRE DES MATHÉMATIQUES COMME ENSEIGNANTS DU SECONDAIRE ET DU COLLÉGIAL EN CE QUI A TRAIT À L'UTILISATION DE CONTEXTES

Plusieurs « contextes » sont impliqués et imbriqués dans cette recherche : je m'intéresse aux manières de faire les mathématiques dans un contexte d'enseignement, au contexte particulier du secondaire, à celui du collégial, à l'utilisation de contextes par les enseignants, etc. Dans cette section, c'est de ce dernier sens de contexte qu'il est question. En revanche, l'angle d'analyse va être orienté par la position théorique de l'ethnométhodologie renvoyant au premier sens de contexte, soit cette idée de MFM situées dans l'activité quotidienne de l'enseignant. Avant d'aborder l'analyse des MFM autour de *contextualiser et utiliser des contextes* comme enseignants du secondaire ou du collégial, une brève réflexion sur le concept de contexte est utile.

Cicourel distingue deux sens imbriqués à la notion de contexte en ethnométhodologie : « Une première acception de ce terme renvoie au cadrage institutionnel des activités [...]. C'est à l'intérieur de ce contexte institutionnel qu'apparaissent des processus verbaux émergents qui permettent de définir le « contexte » au sens plus étroit d'interaction localement organisée et négociée » (Cicourel, 2002, p. 119). Par ailleurs, une relation lie le contexte et l'action et cette relation est réflexive : le contexte n'est pas considéré comme un apport d'information mais comme un élément actif et constitutif de l'organisation sociale. En ethnométhodologie, on s'intéresse au contexte visible à travers les échanges et les actions. Dans le cadre des rencontres de l'activité réflexive, les enseignants ont actualisé des MFM avec des contextes et en même temps, ont constitué le sens qu'ils donnent à contextualiser et utiliser des contextes. Ce faisant, les enseignants ont attesté des MFM situées, ancrées dans leur contexte d'enseignement particulier. L'analyse se centre sur celles-ci.

Avant d'annoncer le découpage de ce chapitre, je reviens d'abord sur une discussion entre les enseignants des deux ordres qui servira de base de réflexion pour amorcer la présentation de l'analyse.

5.1 Un premier repérage comme base de réflexion

Dans ce qui suit, je présente un premier repérage de la manière dont les enseignants du secondaire et du collégial parlent de contextes. Il s'agit d'une discussion qui a eu lieu à la fin de la première séance (14 janvier 2011) alors que les enseignants et moi revoyons ensemble quelques idées discutées dans la journée. Nous abordons le thème de l'utilisation de contextes et les enseignants évoquent leurs différentes façons de considérer celle-ci. Nous tentons de comprendre ces différences et je questionne les enseignants. Je leur demande si les concepts sont travaillés en contexte : « est-ce qu'ils [les concepts] sont travaillés, parlés dans le contexte » ? Corinne répond :

1. Corinne	J'avoue qu'il y a de la résolution de problèmes, etc., mais on passe beaucoup plus par toute la théorie pour arriver à appliquer après... Des fois je sors un problème, tu sais, j'essaie. Des fois je me dis, « j'en ai pas fait assez », mais j'aime ça partir du général. C'est peut-être moi le problème, mais je me dis, [petite pause] je partirai pas du contexte.

En répondant, Corinne attribue un certain sens à ce que signifie « contexte ». Elle l'associe à la résolution de problèmes. Aussi, elle met en évidence une première MFM : **passer par la théorie et l'appliquer en contexte.**

2. Sam	C'est tout le programme du secondaire (partir du contexte).
3. Corinne	C'est ça, parce que tout est contexte. L'affaire, c'est que moi je veux leur montrer comment évaluer une limite, comment arriver à la dérivée. Je démontre toutes les règles de dérivées, j'fais vraiment toutes les démonstrations, pas avec epsilon delta, mais on part avec la définition de la pente pour arriver à démontrer la dérivée donc... j'ai beaucoup de théorie à passer, donc je manque de temps à partir du contexte. Mon contexte va être en application après. Puis là, il y en a des livres avec un paquet de problèmes, on en manque pas de problèmes [contextualisés].
4. Chercheuse	*Mais, si on résout le problème... [en suspens]*
5. Corinne	Je ne peux pas le résoudre si je n'ai pas les outils...

Sam réagit brièvement en mentionnant que, partir du contexte, c'est ce qu'on fait au secondaire : « c'est tout le secondaire ». À la suite de l'intervention de Sam, Corinne poursuit en précisant sa position. En d'autres termes, elle expose les circonstances de sa MFM : passer par la théorie et l'appliquer en contexte; **une théorie qui s'actualise dans des définitions, des démonstrations; un contexte qui s'actualise dans des problèmes d'application.** Dans cet extrait, elle présente également deux justifications (le rationnel) qui actualisent cette MFM. D'abord, il est question d'un contenu théorique chargé et un temps limité (contrainte institutionnelle). Ensuite, il y a une idée liée à la nécessité d'avoir les outils pour résoudre des problèmes (une conception de la résolution de problèmes) Ce rationnel ouvre sur une deuxième MFM actualisée par Corinne : **présenter des outils qui peuvent être appliqués ensuite en contexte**.

La manière dont Corinne parle des problèmes met au jour une autre **circonstance**. Elle dit : « Mon contexte va être en application après [...] il y en a des livres avec un paquet de problèmes, on n'en manque pas de problèmes ». Les circonstances explicitées entourant cette MFM (présenter des outils qui peuvent être appliqués en contexte) montrent qu'elle puise dans les ressources institutionnelles disponibles. Autrement dit, pour faire fonctionner les outils, elle choisit des problèmes issus des manuels.

En bref, dans les propos de Corinne, le contexte est intimement lié à la résolution de problèmes et à l'application (d'une certaine théorie dans des problèmes). En plus de ce qui précède, de manière implicite dans ses propos, Corinne semble distinguer ce qui relève de la théorie, de l'ordre du général, et l'application en contexte (i.e. dans des problèmes), plutôt de nature locale et spécifique. Des circonstances sont associées au travail théorique, plus général, qui se fait avant (théorèmes et démonstration, définitions) et au travail appliqué, associé aux contextes, qui se fait après la théorie (résolution de problèmes).

6. Chercheuse	[tente de récapituler selon ce qu'elle a entendu dans l'ensemble de la séance.] *C'est ça, vous avez les outils, il y a un contexte, mais on résout en math, on ne résout pas en contexte ? À la fin j'ai une réponse que je peux remettre en contexte. Mais lorsqu'on parle de développer les mathématiques en contexte, le contexte n'a pas le même rôle* [sous-entendu ce qu'on fait au secondaire] *?*
7. Corinne	Non, moi il est en application.
8. Chercheuse	*Est-il accessoire ?*
9. Corinne	... oui.
10. Chercheuse	*Parce que la résolution se fait mathématiquement ?*
11. Corinne	Oui [signe de la tête].

À la ligne 6, je synthétise selon ma compréhension de ce qui s'est dit à propos du collégial et du secondaire. Ainsi, lorsque je parle de développer les mathématiques en contexte, je fais référence ici au secondaire. De plus, mon questionnement me permet de confirmer ma compréhension de ce que les enseignants mettent en avant. La discussion entre Corinne et moi (lignes 10 et 11) vient clarifier une nouvelle MFM : **résoudre les problèmes d'application sans le support du contexte (accessoire).** On comprend ici que le contexte vient après la théorie, en application pour résoudre les problèmes, et la résolution se fait mathématiquement, sans référence au contexte, à l'aide d'outils mathématiques.

12. Sandra	C'est jusque, en même temps, je me dis, si on regarde l'exemple 5[84], au secondaire, il y a quand même... On parle de croissance et de décroissance, il n'y a pas de contexte. Il y a quand même un langage... [elle cherche ses mots] plus d'application.
13. Serge	Ce n'est pas exclusivement en contexte, c'est que nos explications sont souvent contextualisées. Puis on amène le sujet par un contexte.
14. Corinne	Je suis d'accord, c'est ça.
15. Serge	Puis ça, l'exercice 5, ça arrive souvent après.
16. Corinne	Nous, on fait ça [référence à l'exercice 5], et puis après on va travailler dans un contexte.
17. Colin	Mais c'est ça qu'on se faisait dire... que. Mais on n'est pas surpris d'entendre ça.
18. Sandra	Non...
19. Corinne	Mais ça fait peur aux étudiants.

[84] Voir Appendice H.

D'autres MFM reliées aux contextes, celles du secondaire, s'explicitent dans cet extrait. D'abord, Sandra tente de nuancer ce qui a été dit jusqu'alors à propos du secondaire. On a dit du secondaire que « tout [y] est contexte ». Sandra rectifie. Ce faisant, elle vient donner sens à ce que signifie « contexte » en mettant en évidence ce qu'il n'est pas. Un certain sens est mis en avant par la négative : l'exercice 5 n'est pas vu comme un contexte mais est plus proche pour elle d'un langage d'application (d'un langage décontextualisé). L'intervention de Sandra amène Serge à préciser les circonstances d'un travail en contexte, qui vient avant, alors qu'un travail sans contexte se fait après (il rejoint Sam qui affirme qu'au secondaire, on part du contexte). Il expose aussi alors des MFM du secondaire : **amener le sujet par un contexte** et **expliquer en contexte**. La façon qu'a Serge de rendre compte de ces MFM révèle une familiarité. Il ne parle pas de sa pratique personnelle mais se fait porte-parole du secondaire (« nos explications », « on [au sens de nous] amène le sujet par le contexte »).

En somme, l'intervention de Serge vient spécifier un autre sens implicite de contexte au secondaire : il fait référence à un contexte qui vient façonner les manières d'introduire et d'expliquer, si bien que le contexte prend le sens de mise en situation et de contextualisation.

Compte tenu de ce qui précède, il s'avère que les enseignants ne parlent pas de contextes de la même façon. Dans les échanges, il se dégage des sens associés à contexte et à contextualiser : lié à l'application, à la résolution de problèmes, à un caractère spécifique au collégial; à une idée d'explications contextualisées et d'introduction en contexte au secondaire. De plus, Colin et ses collègues, Serge et ses collègues, sont peu surpris de ces discussions et des différences soulevées. Il semble ainsi que ce contraste soit évident pour les enseignants des deux ordres et que de surcroît, les enseignants cherchent même à se différencier.

À un pôle, il y aurait donc une tradition dans laquelle faire des mathématiques consiste à se donner des outils par des processus rigoureux (définitions, théorèmes, démonstrations) qui permettent ensuite de résoudre des problèmes en contexte. À l'autre, il y aurait un usage du contexte pour introduire et développer les mathématiques, les expliquer, passant par la suite à des mathématiques sans contextes (par ex. l'exercice 5). Ces deux façons de voir ouvrent alors sur une idée d'« avant-après ». C'est-à-dire que les enseignants semblent se reconnaître dans leurs différences par rapport au contexte essentiellement dans cette idée d'avant-après. Pourtant, ces grandes tendances, bien connues comme le rappelle Colin, cachent peut-être une réalité plus complexe. En contexte de transition, il se révèle important de nuancer cet *a priori* et de chercher à mieux comprendre les spécificités de chacun des ordres. C'est à travers les propos des enseignants du secondaire et du collégial, leurs contributions de part et d'autre, que nous comprendrons ces différences.

5.2 Présentation de l'analyse liée à la contextualisation et à l'utilisation de contexte : une entrée via les "*accounts*"

La discussion ci-dessus, qui a pris place à la première séance, amène au départ à percevoir un peu ce que « tout le monde » sait et dit à propos de l'utilisation de contextes au secondaire et au collégial. Or, l'idée ici est de nuancer ces affirmations au fil des argumentations. Il s'agit de raffiner ce premier repérage en tentant de comprendre les MFM des enseignants autour de l'application, la résolution de problèmes, la mise en situation et la contextualisation. Comme le dit Ogien (2007), en ethnométhodologie, on cherche à faire dire aux gens ce qu'ils ne savent pas qu'ils savent et à écarter les questions dont on a déjà les réponses.

Après avoir retracé toutes les transcriptions relatives au contexte, ont été regroupées toutes celles dans lesquelles il est question du secondaire et toutes celles à propos du collégial. Le sens qui se constitue autour des MFM reliées au contexte émerge à travers différents types d'*accounts*, différentes activités de production de sens. Dans le cadre des rencontres de l'activité réflexive, les MFM et le sens de contexte se racontent 1) à travers l' « action » (accomplir une tâche en contexte), 2) par l'entremise de récits de pratique (raconter comment on fait des mathématiques avec les contextes en classe), 3) en commentant une tâche en contexte (raconter comment on l'exploiterait par exemple) et 4) en discutant du contexte de manière plus générale. Ces quatre entrées permettent de rendre observables (*accountable*) des MFM, de les commenter, de les décrire, de leur donner sens et de les justifier. Dans ce qui suit, je présente d'abord l'analyse selon les quatre différents *accounts*. Dans un deuxième temps, je fais ressortir ce qui se dégage de l'ensemble des *accounts* pour chacun des ordres.

5.3 Premier type d'*accounts* : accomplir une tâche en contexte

Dans cette première partie, j'entreprends l'analyse des interactions pour en faire émerger des MFM en contexte lorsque les enseignants s'engagent dans la résolution d'une tâche. Lors de la deuxième séance (le 14 mars 2011), une tâche de manuel a été soumise aux enseignants et a été spontanément explorée par eux (voir §5.2.1). Ils ont abordé la tâche par équipes de deux enseignants du même ordre[85]. Dans ce qui suit, je présente les échanges dans chacune des équipes : d'abord chez les enseignants du secondaire et ensuite chez les enseignantes du collégial. Les transcriptions sont encadrées et l'analyse est présentée au fur et à mesure. Mais voici d'abord la tâche soumise aux enseignants.

5.3.1 Décrire le comportement de l'eau : la tâche proposée

La tâche proposée aux enseignants est disponible à l'Appendice I. Le choix de leur proposer cette tâche est dû à deux éléments importants. D'abord, à la séance 1, les discussions autour de contexte montraient qu'il s'agissait d'un enjeu important pour les enseignants. Je voulais donc y revenir au fil des autres rencontres. Dans cette tâche, on trouve l'idée d'une situation de familiarité pour les deux ordres : au secondaire l'idée d'un phénomène à interpréter; et au collégial, une idée de comportement limite. Il s'agit aussi d'une situation de *breaching* dans la mesure où on doit concilier deux modèles pour interpréter le comportement. De plus, j'avais noté dans mon journal de bord dès la première rencontre qu'au secondaire, on modélise des phénomènes dont le modèle est une fonction à l'étude, ce qui n'est pas le cas ici. Finalement, il était en quelque sorte question de limite dans cette tâche or, au collégial, l'approche intuitive de la limite se fait numériquement (selon les enseignants) et non en contexte.

[85] À la deuxième séance, deux enseignants (un du secondaire et un du collégial) étaient absents.

5.3.2 Réaliser une tâche en contexte : des MFM familières pour Serge et Scott

Serge et Scott s'engagent dans la tâche avec facilité. Ils semblent à l'aise avec ce qui leur est demandé. Scott engage la conversation[86].

1. Scott	C'est à 4 degré Celsius, l'eau des océans... 4 degrés Celsius c'est l'endroit où c'est égal à 1, que la densité de l'eau est égale à 1.
2. Serge	Ouais...
3. Scott	Je ne me rappelle plus exactement. Dans les lacs au Québec, ceux qui sont profonds, si on dépasse 15 pieds, même si c'est au mois de juillet, la température est toujours 10-15 degrés plus basse. Il y a une espèce de barrière, elle change de température à 15 pieds ? Peut-être que ça varie un petit peu.

L'entrée dans la tâche paraît simple pour Scott et Serge. L'aisance qu'ils ont à travailler autour de cette tâche montre d'ailleurs, tout au long des échanges, que celle-ci s'avère familière, au sens ethnométhodologique, qu'ils se reconnaissent à titre de membre dans ce travail d'interprétation en contexte. Aucun questionnement autour de ce qu'il faut faire n'émerge, comme si la tâche était « transparente » pour les enseignants.

Une première MFM s'actualise lorsque Scott **repère un point remarquable** du graphique, le point (4, 1), **dont il parle dans les mots du phénomène** (et non dans les termes liés au graphique, par exemple). Aussi, dans son travail d'interprétation, il (se) formule un contexte dans lequel il associe un sens à ce qui lui est proposé. Dans le cadre de la tâche, on ne présente que le graphique d'un phénomène qui met en relation le volume de l'eau et sa température et non tous les détails d'un phénomène dans un certain contexte. Scott étend son interprétation à un contexte plus large. En d'autres termes, il met en évidence une deuxième MFM en contexte : **raccrocher un sens au travail d'interprétation qui va au-delà du phénomène présenté par le modèle.**

À la ligne 3, Scott évoque d'autres détails contextuels en dehors de ce qui est explicitement présenté par la situation. Il poursuit sa mise en situation. Il évoque des images dans lesquelles l'eau a un comportement étrange. De ce bref extrait de trois échanges, plusieurs MFM (qui

---

[86] Aucun échange n'a été coupé de sorte que le lecteur puisse faire une lecture ininterrompue des échanges.

reviendront tout au long de leur travail) se dégagent naturellement : **parler dans les termes du contexte, donner sens au travail d'interprétation par des éléments du phénomène qui vont au-delà de l'information donnée, évoquer des images, s'approprier la situation.**

4. Serge	Autour de zéro, la courbe est comme ça… [à propos de la figure 2.7]
5. Scott	Attends, ça, ça peut aider [à propos de la figure 2.8]… La température est constante. La chaleur fournie augmente, mais la température ne bouge pas.
6. Serge	Ok.

Lorsque que Serge s'intéresse au graphique autour de zéro degré, Scott suggère d'interpréter le deuxième graphique pour aider à la compréhension. Il s'intéresse au premier plateau, autour de zéro degré. Il **verbalise le modèle en contexte**, dans les termes du phénomène modélisé : « La chaleur fournie augmente, mais la température ne bouge pas ». Cette MFM, c'est-à-dire cette façon qu'a Scott de verbaliser en contexte le modèle semble compréhensible (et familière) pour Serge. En fait, jusqu'à présent, Scott a pris en charge les explications, mais Serge le suit avec aisance.

7. Scott	Donc le volume diminue, la glace fond… donc le volume change, la température ne change pas.
8. Serge	Oui, il y a un point critique là [à zéro]. On faisait ça dans des expériences. La température ne varie pas mais l'eau bout.

Rapidement, Scott établit le lien entre les deux situations modélisées graphiquement. « Donc le volume diminue, la glace fond… donc le volume change, la température ne change pas ». Il **fait des liens en contexte entre les deux modèles** (complémentaires). L'interprétation de Scott est juste par rapport aux graphiques. Dans les deux graphiques proposés, il n'est pas question de temps. Scott met en relation le volume et la température. Il rappelle que la glace fond et donc que le volume change, mais l'interprétation ne se fait pas en incluant explicitement le temps. Encore une fois, par la manière de parler de Scott comme par l'aisance perçue dans les réactions de Serge aux propos de Scott, les enseignants apparaissent membres vis-à-vis cette manière de **verbaliser des modèles mathématiques en contexte.**

Travailler avec des situations issues de la physique dans lesquelles le temps n'est pas une grandeur impliquée fait-il partie des circonstances familières pour Serge et Scott ?

Aussi, comme Scott le faisait au départ, Serge s'approprie le phénomène en relatant un contexte familier (l'eau qui bout) pour donner sens à ce qu'ils viennent d'interpréter sur le graphique.

9. Scott	Quand elle arrive à zéro, la température reste fixe. Même si la chaleur fournie augmente.
10. Serge	C'est ça, il y a un changement de phase
11. Scott	... un changement d'état.
12. Scott	Une partie de la glace devient de l'eau, donc le volume diminue mais la température ne varie pas à ce moment-là.
13. Serge	C'est ça. Autour de zéro.
14. Scott	Et là, tant que la glace est pas toute fondue...
15. Serge	Tant qu'il n'y a pas un changement de phase... c'est ça.
16. Scott	La température reste constante. Dès que tout est transformé en eau, bien là c'est à ce moment-là que la température va commencer... heu, le volume va diminuer jusqu'à 4 degré Celsius, et après ça, ça va ré-augmenter... jusqu'à 8. Je serais curieux de voir ce que ça fait après... Ça doit être très difficile à prévoir.
17. Serge	Bien...

Cet extrait montre plus clairement l'aisance de Serge vis-à-vis des propos de Scott. En fait, dans cet extrait, l'un amorce l'interprétation, l'autre la poursuit ou réinterprète dans d'autres termes. L'évolution du discours montre bien la familiarité de ces MFM qui se développent dans l'action. Une manière de parler de la variation en contexte : « le volume va diminuer jusqu'à 4 degré Celsius, et après ça, ça va ré-augmenter... jusqu'à 8 ». Dans ce qui précède, Scott interprète à nouveau le phénomène présenté par le deuxième graphique. Serge et Scott nomment, en contexte, le phénomène interprété : c'est « un changement d'état ».

Aussi, Scott commence à s'intéresser à ce qui se passe entre zéro et huit et s'interroge sur ce que deviendra un tel comportement après 8 degrés. Il verbalise à l'aide des mots de la situation (température, volume, eau, jusqu'à 4 degrés Celsius...). Les enseignants interprètent le comportement du phénomène en contexte par rapport au modèle fourni (une MFM), ils anticipent même ce qui se passe après 8 sur le modèle (en dehors de ce qui est sur le graphique). Tout ce qui précède se fait en contexte.

18. Scott	Ça doit pas augmenter tant que ça.
19. Serge	Plus la température augmente... il me semble que c'est un phénomène qui est... Plus l'eau est chaude, plus il faut que tu fournisses de l'énergie pour chauffer encore... il me semble.
20. Scott	La température augmente de façon égale, selon ce graphique-là, la température augmente de façon égale avec la chaleur. Mais rendu à 100 par exemple, encore un phénomène de changement de phase.
21. Serge	C'est bizarre en tous cas. Ce serait pas linéaire comme explication.

Serge met au jour une certaine conception de la relation entre la chaleur fournie et la température de l'eau. Scott met en lien les explications de Serge et le graphique et remarque que l'explication du phénomène par Serge ne correspond pas à ce qui est représenté. Serge se rend compte que si ses explications étaient modélisées graphiquement, ce ne serait pas linéaire. Ceci constitue la **première référence à un modèle mathématique nommé (modèle linéaire).**

22. Scott	Le volume... La chaleur fournie et la température, ça a l'air d'être linéaire. Pas mal sûr que le volume par exemple, je serais curieux parce que là on l'a jusqu'à 8 degrés Celsius. On n'a pas après ça ce que devient le volume.
23. Serge	En tout cas on peut s'attendre à ce que... Il est revenu lui comme à zéro. C'est ça que ça veut dire, ça a l'air d'être symétrique, à 8 degrés, le volume est comme à zéro dans sa phase tout juste... Qu'est-ce que ça veut dire ça ?

Scott spécifie le modèle mathématique de la relation entre la chaleur fournie et la température : « ça a l'air d'être linéaire ». Il s'interroge aussi sur ce qui se passe après 8 degrés. Quand on parle de linéarité, on fait référence aux grandeurs et non à la courbe : « La chaleur fournie et la température, ça a l'air d'être linéaire. » **Le passage au modèle mathématique se fait en lien avec les grandeurs impliquées dans les termes de la situation** (et non dans des termes graphiques, « segment de droite » par exemple).

Serge poursuit le questionnement en faisant une interprétation du graphique 2.7 (Appendice I) entre zéro et huit degrés. Il se demande ce que signifie dans le phénomène le fait qu'à 8 degrés et à zéro degré, le volume soit le même. Autrement dit, il **analyse le modèle pour essayer de comprendre ce qui se passe en contexte** (MFM). Aussi, lorsqu'il remarque que la courbe semble symétrique, il explique cette symétrie dans les termes de la situation : « à 8 degrés, le volume est comme à zéro... ».

24. Scott	Après ça, on le sait pas. Il y a juste ce bout-là.
25. Serge	Puis on n'a pas ici non plus... comment ça se comporte dans les négatifs [en deçà de -3 degrés] ?
26. Scott	C'est bizarre ça.
27. Serge	La glace...
28. Scott	Quand la température devient de plus en plus froide, la glace se contracte... Ce bout-là. Je ne suis pas trop convaincu.
29. Serge	... mais, tout en restant au-dessus de celle de l'eau. Mais c'est ça, j'aimerais ça savoir avant.

Serge et Scott s'intéressent maintenant aux « extrémités » du graphique, et au phénomène en dehors des informations fournies par le modèle. Scott anticipe le comportement du modèle en contexte, **on s'intéresse à ce qui n'est pas sur le graphique, à la manière dont celui-ci pourrait se poursuivre, en contexte**, dans les mots du phénomène.

30. Scott	Avant et après.
31. Serge	La glace est toujours moins dense que l'eau... La glace flotte... C'est d'ailleurs la raison pour laquelle il y a de la vie sur la Terre. Parce la glace flotte. Si la glace calait, ça aurait tué la vie probablement.
32. Scott	Rires
33. Serge	Non mais c'est vrai... C'est une des raisons...
34. Scott	D'ailleurs l'eau c'est le seul liquide qui...
35. Serge	... qui a une densité moindre que dans sa phase liquide. Ça, ça veut dire que la densité est moindre. C'est ce que ça dit, je suis pas sûr mais...
36. Scott	Ça semble être linéaire, en tout cas jusqu'à -3.

Scott s'interroge sur le phénomène en dehors de ce qui est présenté par le modèle et Serge explique le phénomène en termes de densité, stipulant que la densité de la glace est inférieure à celle de l'eau. Encore une fois, il évoque un contexte plus large qui permet d'attacher un sens à l'interprétation du modèle. Ici, les enseignants introduisent une nouvelle grandeur, la densité.

37. Serge	C'est bizarre. Tu sais on dit parfois aux élèves qu'il y a des phénomènes de la vie modélisés par une fonction... Ici est-ce qu'on a une fonction, mais il y a d'autres variables.
38. Scott	C'est ça. C'est parce que... Je serais curieux...

L'intervention de Serge est intéressante puisqu'il s'agit d'une première allusion aux élèves et à ce qu'eux-mêmes font comme enseignants en classe. Ceci montre bien que dans ce qui précède, les enseignants actualisent en acte des MFM en contexte, distinctes clairement de stratégies d'enseignement. Parallèlement, cette réflexion montre bien l'imbrication de ces MFM à leur enseignement.

Tout au long de l'interprétation, les enseignants sont à l'aise, tentent de comprendre le phénomène. À plusieurs reprises, ils évoquent des situations, expériences ou phénomènes relatifs au comportement de l'eau plus larges, c'est-à-dire qui impliquent d'autres grandeurs et d'autres éléments contextuels que ce qui est représenté dans les deux modèles. Ainsi, pour rendre compte de ce phénomène, lui attribuer un certain sens, les enseignants font appel à des images, des contextes plus larges, impliquant d'autres grandeurs. Or, Serge affirme « on dit parfois aux élèves qu'il y a des phénomènes de la vie modélisés par une fonction... Ici est-ce qu'on a une fonction, mais il y a d'autres variables ». Autrement dit, puisque plusieurs autres grandeurs sont impliquées dans son interprétation du phénomène, il se demande s'il s'agit d'une fonction. Cette réaction met en évidence ce qui est moins familier avec cette tâche. Autrement dit, cela délimite le territoire (ce qui en fait partie, ce qui n'en fait pas partie). Pour interpréter le phénomène, les enseignants ont fait appel à d'autres grandeurs. Ainsi, cette réaction laisse entrevoir que dans leur pratique, les phénomènes pour lesquels on demande de tenir compte de plus de deux variables (avec le besoin de deux graphiques par exemple) n'est peut-être pas de l'ordre du familier.

39. Serge	Ici on a [Serge et Scott calculent mentalement], un, deux, trois, quatre
40. Scott	... 4, 9, 16... 0.00010 c'est 16*a*
41. Serge	C'est ça. Normalement c'est 1, 3, 5, 7... ça fait 16. S'il n'y avait pas de coefficient d'étirement vertical, ça devrait varier de 16... Mais ici ça varie de 0.00010. Donc c'est ça. Mais là est-ce que c'est vraiment quadratique ?
42. Scott	Impossible à savoir.
43. Serge	[À la chercheuse] J'avais des élèves qui le faisaient comme ça.

44. Scott	Oui, bien cette année en secondaire 4.	
45. Chercheuse	*Ah, oui !*	
46. Serge	Si tu dis que c'est quadratique, ils vont le faire exactement comme je l'ai fait. Tu dis, si sur une variation de quatre unités de x, je m'attendrais à une variation de 16 unités d'après mon modèle (x^2), mais là j'ai 10 000 fois moins que ça, donc mon coefficient c'est un dix-millième fois ça...	
[Pendant les explications, les enseignants pointent le graphique]		

Toute la discussion des enseignants s'est faite oralement. Aucune trace écrite des discussions n'a été produite par eux. Du point de vue des MFM, les enseignants **travaillent mentalement sur les modèles et ce, même pour trouver la règle.** En effet, à partir de l'intervention 39, les enseignants **sortent du contexte** et s'engagent dans des calculs (mentaux). Ils tentent de trouver la règle de la fonction modélisant le phénomène lorsque la température est au-dessus de zéro degré Celsius. Après avoir supposé qu'il s'agissait d'une quadratique, ils calculent à partir de la variation du modèle de base, $f(x) = x^2$, par rapport à la variation du modèle qu'ils étudient. À partir du modèle graphique, ils tentent de modéliser en ayant recours à un support en mots, un support graphique et des calculs mentaux.

Du point de vue des MFM, les enseignants utilisent un support, soit la fonction quadratique de base, pour trouver la règle du modèle. Ils utilisent une façon de faire proche de ce qu'on appelle « raisonnement par fausse position »[87] en arithmétique : si c'était un facteur de 1, on aurait une variation de 16 unités, mais ce n'est pas ça, la variation est de 0,00010 unité, donc le facteur sera 160 000 fois plus petit, soit 1/160 000. Cette façon de faire permet de calculer mentalement. Remarquons aussi que le passage à la règle s'arrime au graphique : les enseignants partent de la fonction de base pour passer à une fonction « transformée », ce qui rejoint dans une certaine mesure ce qui ressortait dans le chapitre à propos du symbolisme.

[87] « En arithmétique, des méthodes de résolution de problèmes comme la « règle de trois » ou le « raisonnement par fausse position » rassemblent en une seule démarche l'heuristique et la justification du résultat obtenu » (Arsac, 1996, en ligne).

En synthèse

En somme, les différentes MFM (familières, que partagent les membres) autour de cette résolution en contexte s'organisent comme suit (tableau 5.1) :

Tableau 5.1

Différentes MFM en action chez Scott et Serge

Un modèle parlé en contexte	S'approprier le phénomène en lien avec le modèle	Interpréter ce qui se passe en contexte à partir du modèle	Identifier le modèle mathématiquement
- Repérer un point, parlé dans les mots du phénomène. - Verbaliser en contexte le modèle. - Faire des liens entre les deux modèles en contexte. - Une variation parlée en contexte.	- Évoquer des images. - Recourir à des contextes autres, familiers (ex. l'eau qui bout). - Interpréter au-delà de ce qui se passe dans le modèle.	- Analyser le modèle pour essayer de comprendre ce qui se passe en contexte (ex. symétrie, plateau, etc.).	- Un passage qui se fait en lien avec les grandeurs impliquées dans les termes de la situation (ex. modèle linéaire parlé en contexte). - Délimiter le modèle en lien avec le contexte. - Un passage à la règle en sortant du contexte, qui se fait mentalement, arrimant le graphique et la règle.

On voit bien dans le tableau précédent que les enseignants vont d'une part analyser le modèle pour tenter de comprendre ce qui se passe en contexte (le point de coordonnées (4, 1), la symétrie, les plateaux, etc.). D'autre part, ils vont faire l'inverse, c'est-à-dire qu'ils vont tenter d'interpréter le modèle à partir d'éléments contextuels connus d'eux et qui ne font pas nécessairement partie du modèle. Ils vont aller au-delà du modèle pour s'aider à le comprendre et se l'approprier. Bref, ils donnent sens au contexte à l'aide du modèle, et donnent sens au modèle à l'aide du contexte.

Ils vont également identifier le modèle mathématique. Les premiers échanges en ce sens tournent autour du modèle linéaire parlé en contexte, connoté par le contexte (on parle dans les termes des grandeurs impliquées). Les deux enseignants délimitent le modèle lorsqu'ils se questionnent s'il s'agit ou non d'une fonction. Le seul endroit où ils sortent du contexte, c'est dans le passage à la règle. Ils arriment registre graphique et symbolique et jouent sur la fonction de base et la fonction transformée (ce qui rappelle les MFM par rapport au symbolisme). Alors que tout le reste est en contexte, ces derniers échanges sont en dehors du contexte.

5.3.3 Réaliser une tâche en contexte : Corinne et Colette à la recherche du familier

Les enseignantes du collégial s'engagent plus difficilement dans la tâche. Voici les premiers échanges :

1. Corinne	C'est drôle, je pensais que le volume [de l'eau] augmentait.
2. Colette	Elle est en glace j'imagine.
3. Corinne	[À la chercheuse] Chaleur... température... chaleur fournie, température... c'est qu'elle est stable ?
4. Chercheuse	*C'est que la chaleur fournie augmente mais la température va rester...*
5. Corinne	... un petit bout de temps constant ok. Mais le volume ? Il me semble, quand ça gèle, ça prend plus de place ?
6. Chercheuse	*Au début oui...* [elle pointe sur le graphique l'écart sur le graphique lorsque théoriquement l'eau gèle, à zéro].
7. Corinne	... ok et ça diminue après. Quand même ça prend plus de place quand... ok...

Les deux enseignantes s'intéressent d'abord au phénomène. Corinne remet en question sa conception de la variation du volume de l'eau lorsque la température, en dessous de zéro, diminue. À la ligne 3, elle essaie d'interpréter le graphique 2.8 (Appendice I). Elle s'adresse à la chercheuse, la questionne sur sa compréhension du phénomène modélisé par le graphique 2.8 (« C'est qu'elle est stable ? »). La chercheuse n'intervient pas vraiment sur la compréhension du phénomène (elle verbalise par rapport aux deux variables impliquées). Corinne l'interroge ensuite sur le graphique 2.7, à propos du comportement de l'eau en dessous de zéro : « Il me semble que quand ça gèle, ça prend plus de place ? » La chercheuse intervient encore, en pointant sur le graphique le phénomène décrit par Corinne « quand ça gèle, ça prend plus de place » (graphique 2.7). Corinne poursuit son interprétation du phénomène.

Ici, les enseignantes s'approprient (partiellement) le phénomène en ayant recours à un contexte familier (la glace qui prend plus de place). L'interprétation de celui-là ne semble pas aisée. Les enseignantes du collégial adoptent ici une posture particulière, elles semblent loin de leur posture d'enseignantes; elles abordent la tâche avec un certain inconfort. Cette réaction, et celles qui suivent, mettent en lumière que cette tâche ne fait pas partie du familier.

À la suite de cette première interprétation, les enseignantes regardent la tâche et les questions sans parler. Plus de deux minutes s'écoulent avant qu'une discussion ne reprenne :

[Silence de 1 minute 30 secondes environ]

8. Corinne	[En chuchotant] Je comprends pas trop la question « décrire le comportement de l'eau ».

[Silence de 30 secondes environ]

9. Colette	Il faut faire un tableau de variation ou… ?

Ces silences sont évocateurs. Les enseignantes cherchent d'abord ce qu'elles peuvent faire pour répondre à la question « décrire le comportement de l'eau » et ce qu'elles pourraient en faire au collégial. Colette s'interroge sur ce qu'elle doit faire pour décrire le comportement de l'eau. Autrement dit, les silences évoquent que les enseignantes partagent leur incompréhension de ce qui est demandé.

Colette interprète « décrire le comportement de l'eau » comme une tâche mathématique : « décrire mathématiquement le comportement de l'eau ». Cela pourrait signifier (c'est une proposition, elle n'est pas certaine) qu'elle doit faire un tableau de variations. Il est intéressant de remarquer que Colette ne propose pas de décrire le comportement de l'eau à l'aide d'un tableau de variation, mais elle tente d'interpréter ce que signifie « décrire le comportement de l'eau » en mathématique. Autrement dit, bien qu'elle n'associe aucune circonstance familière à « décrire le comportement de… », Colette met en évidence une MFM : **interpréter la tâche en termes mathématiques**. Elle essaie donc de raccrocher un outil mathématique à la tâche demandée et à ce moment, le contexte n'est pas exploité (cela rejoint ce qui se disait précédemment à propos d'un contexte accessoire à la page 170, aux lignes 8 et 9 des verbatims).

Elles s'adressent à la chercheuse :

10. Corinne	[À la chercheuse] Je ne suis pas sûre non plus de ce qu'il faut faire ?
11. Chercheuse	*Vous avez besoin de précisions ?*
12. Colette/Corinne	Oui...
13. Corinne	Qu'est-ce qu'on attend, décrire le comportement de l'eau... ?

À deux reprises les enseignantes parlent de la tâche en termes de « ce qu'il faut faire ». Cette étrangeté à laquelle les enseignantes font face actualise en quelque sorte une attente d'arrière-plan : elles ont une tâche à accomplir, avec une question où savoir ce qu'il faut faire devrait être évident. Autrement dit, elles devraient **reconnaître, par la question, une tâche mathématique précise à accomplir**. Ainsi, il n'y a pas de tâche mathématique explicite dans la formulation « décrire le comportement de l'eau ».

14. Corinne	[À la chercheuse]... Au début j'avais de la difficulté à le comprendre le graphique, mais en effet t'as raison quand ça gèle, je me disais, il me semble, quand tu fais tes pots de sauce, il faut que tu laisses un espace parce que ça prend plus de place et je voyais le contraire. Mais non ok, le volume d'eau est plus élevé quand c'est gelé. Mais ça ne doit pas diminuer constamment. Et là c'est la même chose... ça ne doit pas augmenter... tu sais, je trouve qu'il manque d'information. À 100, ça va diminuer sous forme de vapeur... Ça va diminuer jusqu'à...
15. Colette	... zéro.
16. Chercheuse	*Ici ça va jusqu'à 8.*
17. Colette	Ça augmente, c'est supposé commencer à augmenter...
18. Chercheuse	*Il n'y a pas d'information ni avant, ni après.*
19. Colette	Mais là il faut... qu'est-ce qu'on ferait dans une situation [comme celle-là] au collégial ?
20. Chercheuse	*Oui, et comment on décrirait le comportement de l'eau ?*

Corinne enchaîne en interprétant le phénomène modélisé par le graphique 2.7. Elle met au jour sa conception « quand ça gèle, ça prend plus de place », qu'elle revisite. Elle questionne le modèle par rapport à sa conception du phénomène : « ça ne doit pas diminuer constamment », « à 100, ça va diminuer sous forme de vapeur... Ça va diminuer jusqu'à...

[zéro] ». Elle **évoque une situation familière pour aider sa propre compréhension du phénomène** (les pots de sauce).

Les enseignantes questionnent le modèle mathématique par rapport à leur conception de la situation. Elles se questionnent sur ce qui se passe autour de zéro degré Celsius et interprètent le phénomène, en dessous de zéro. Ces échanges se font avec la chercheuse. En fait, dans ce segment, les enseignantes s'adressent à la chercheuse comme si elles cherchaient une confirmation de leur compréhension du phénomène.

À la ligne 19, Colette interroge la chercheuse sur ce qu'elle devrait faire. Cette tâche ne fait clairement pas partie du familier. En effet, les enseignantes ne se sont pas reconnues dans cette tâche jusqu'à présent. L'utilisation du conditionnel « ferait » par Colette met en évidence qu'un travail est nécessaire pour se ramener à quelque chose de familier.

21. Corinne	Il m'allume ça, ici là, c'est clair ! Il se passe quelque chose d'intéressant autour de zéro.
22. Colette	Ah...
23. Corinne	La limite à droite est pas la même que la limite à gauche.
24. Colette	Ah, on pourrait faire une fonction. Essayer de deviner la fonction par...
25. Corinne	Une fonction escalier ou par parties. À gauche, c'est vraiment une droite...
26. Colette	Une droite, intéressant.
27. Corinne	Celle-là ressemble à quelque chose de quadratique, mais entre les deux, qu'est-ce qui se passe, il y a une discontinuité.
28. Colette	C'est vrai. On peut voir que le sommet est comme à 4. Et c'est symétrique entre 0 et 8 à peu près. Bien oui, on pourrait faire une fonction par branches [sous-entendu deux branches]. On a même deux points pour la droite de gauche [sous-entendu « on peut repérer deux points et donc, obtenir l'équation de la droite »].

À partir de la ligne 21, les enseignantes entrent dans une certaine familiarité, ou du moins dans un travail où elles se reconnaissent davantage (« ça m'allume ici... »). Corinne voit un intérêt. Elle remarque qu'autour de zéro, la limite à gauche n'est pas égale à la limite à droite (ligne 23). Colette poursuit l'exploration de tâches possibles comme : « deviner » la règle de la fonction par branches. La MFM, **voir/chercher dans le modèle les mathématiques exploitables**, s'actualise à nouveau. Puisque les enseignantes n'ont pas pu interpréter la tâche mathématiquement, elles passent au modèle et cherchent, directement dans le modèle, les mathématiques exploitables. À ce moment, le phénomène est mis de côté, les enseignantes entrent plutôt dans une exploitation du modèle en termes de mathématiques utilisables : elles peuvent trouver la fonction (la faire trouver aux élèves), elles peuvent parler de limites, montrer que la limite à droite n'est pas la même que la limite à gauche autour de zéro, parler de discontinuité, du sommet, de symétrie, etc. Une deuxième MFM est mise en évidence dans cet extrait : **exploiter mathématiquement le graphique**. Par exemple, elles reconnaissent une droite, une quadratique et son sommet, une symétrie, une discontinuité et des limites.

En effet, elles reconnaissent alors un modèle linéaire en deçà de zéro et interprètent comme une quadratique ce qui est à droite. Ce qui détermine le choix des fonctions « choisies » est l'allure du graphique. Les enseignantes **parlent du modèle en termes mathématiques** : elles parlent de limites, de fonction, de droite, de quadratique, de discontinuité (au sens mathématique), de points. Le phénomène est évacué de l'interprétation (elles ne sont pas rentrées sur l'interprétation du phénomène comme le montre bien le début). Or, du point de vue du phénomène, sur le graphique, la relation entre le volume et la température est continue.

Colette s'assure qu'il est possible de trouver la règle des fonctions : elle prévoit utiliser deux points de la droite et elle identifie le sommet de la parabole. Elle s'apprête à entreprendre des calculs à la main.

29. Corinne	[poursuit son idée de la ligne 27]. Oui, c'est vrai, ils ne sont pas tout à fait... Mais c'est... En tous cas, je trouve ça particulier ce qui se passe autour de zéro.
30. Colette	Oui hein. C'est comme si aussitôt que ça fond, évidemment le volume chute, presque d'un trait, pouf...
31. Corinne	C'est $v(t)$, le volume en fonction du temps. Là on pourrait dire que $v(t)$ va être égal à une droite si t est inférieur à zéro.

Corinne revient sur ce qui se passe autour de zéro. Cette intervention ramène Corinne et Colette à une interprétation du phénomène. Il est intéressant de constater que c'est **un questionnement mathématique** « ce qui se passe autour de zéro » **qui les fait entrer sur une nouvelle interprétation du phénomène**. Ce retour au phénomène est très court, une seule intervention (ligne 30). De plus, l'interprétation qu'en fait Colette apparaît comme une lecture iconique du modèle : « le volume chute presque d'un trait, pouf... ». Colette inclut le temps dans son interprétation, comme si le phénomène était instantané. Ceci met en évidence que la lecture de graphique en contexte n'est pas une tâche familière pour ces enseignantes, du moins lorsque la tâche n'implique pas la grandeur « temps ».

À partir de la ligne 31, les enseignantes, crayon à la main, sont prêtes à s'engager dans des calculs pour trouver les règles de la fonction en branches. Ainsi, elles définissent les variables et entrent dans une mathématique écrite, sur un symbolisme (**un passage à la règle de la fonction prenant appui sur des mathématiques écrites et symbolisées**). Cette façon de faire rappelle celle qui ressortait de notre analyse à propos du symbolisme. Pour trouver la règle, elles identifient d'abord les variables. Corinne identifie *t*, comme le temps. Cette interprétation est peut-être due à l'intervention de Colette qui, dans son interprétation à la ligne 30, inclut le temps; ou encore, ceci pourrait être lié à une familiarité du symbole *t* dans leur pratique, comme référant au temps. Elle n'interprète plus en nommant les grandeurs, mais en utilisant les lettres.

32. Colette	Delta *y*, ah mon dieu, 0,002... ça c'est 3 ?
33. Corinne	Mais la température, est-ce que c'est la température environnante ou la température de l'eau ?
34. Colette	Je le sais pas... J'imagine que ça doit être la température du corps humain.
35. Corinne	Oui ça doit être la température du corps. Pourquoi on dit qu'elle est négative ?

Colette et Corinne s'engagent dans des calculs. Colette parle (et écrit) « delta *y* ». Or, dans la situation, il n'est pas question de « *y* ». *A priori*, il semble que les enseignantes s'interrogent sur la grandeur « température » qui revient dans les deux graphiques. Elles se demandent de quelle température il est question. Ce questionnement arrive au moment où elles tentent d'identifier les variables pour trouver la règle de la fonction. Ainsi, ce retour au phénomène et aux grandeurs est initié par un questionnement d'ordre mathématique. Les enseignantes s'intéressent aux variables.

36. Colette	Je comprends pas parce que c'est pas du tout la même... Température en fonction de la chaleur fournie. Je comprends pas pourquoi.
37. Corinne	Il y a une stabilisation qui se fait à zéro. Il doit se passer un phénomène et probablement semblable à 100 degrés. Tu vois que près de zéro, la température du

	liquide, glace-eau, reste stable pendant un bout de temps…
38. Colette	… tant que c'est pas devenu de l'eau…
39. Corinne	… donc t'as beau augmenter… c'est ça. On dirait que tant que ça se transforme de glace en eau, que ça change de forme, la température du milieu reste stable. C'est ça qui se produit.
40. Colette	Ça c'est la température fournie ? C'est quoi le *t* ?
41. Corinne	… c'est la température du liquide, de l'eau ou de la glace… Donc quand il y a ce pallier-là, j'ai l'impression que c'est ça qui se passe [elle pointe le palier du graphique 2.8 et le trait vertical du graphique 2.7].
42. Colette	Hum, hum, hum [oui].

Elles retournent au phénomène à partir du graphique 2.8 (Appendice I). Corinne **verbalise le phénomène partiellement en contexte** : « tant que ça se transforme de glace à eau, que ça change de forme, la température du milieu reste stable ». Autrement dit, il y a quelques bouts de verbalisation en contexte, mais les mathématiques reprennent vite le dessus. Elle n'interprète pas ce que le graphique signifie, c'est-à-dire en termes de chaleur fournie. Colette s'interroge sur la signification du *t* qu'elle semblait interpréter comme le temps dans l'extrait précédent. Corinne identifie la variable *t* comme la température (**identifier les variables, les symboles utilisés**).

43. Corinne	À zéro, ça bouge. Alors c'est vraiment sur zéro, donc c'est pas une fonction. C'est vraiment sur zéro, il se passe quelque chose, inférieur, plus grand, le volume change drastiquement.
44. Colette	C'est comme si tant qu'il fond, la température est… constante.
45. Corinne	C'est ça, le trait est vraiment sur l'axe, à zéro.
46. Colette	Oui.

Corinne et Colette se rendent compte que ce n'est pas le graphique d'une fonction puisqu'il y a plusieurs valeurs en zéro. Cette première interprétation du fait que ce n'est pas une fonction est mathématique. Colette interprète à la lumière du phénomène « C'est comme si tant qu'il fond, la température est… constante » mais sans parler du volume.

47. Corinne — Donc là $v(t) = mx + 1,09$… la pente…

Elles exécutent des calculs pendant environ une minute

48. Corinne — Je ne sais pas si j'ai fait une erreur de calcul

49. Colette Je ne sais même pas ce qu'on est supposé faire... rires.
50. Corinne Rires... je suis en train d'écrire la fonction...
51. Colette Ok moi aussi.
52. Corinne Sous forme de branches.
53. Colette Ok, moi j'ai la première branche aussi.
54. Corinne Ok, vois-tu moi je l'ai estimée à... La tienne est plus précise que la mienne. C'est une pente négative je pense à ça... non.
55. Colette Là il me reste juste le « *a* » ici. On fait la même chose ? Rires.
56. Corinne On fait la même chose. Rires.
57. Colette [À la chercheuse] Je ne pense pas que c'est ce qu'on est supposé faire ?
58. Chercheuse ?

Encore une fois, les enseignantes doutent de ce qu'elles sont en train de faire, c'est-à-dire trouver la règle de la fonction par parties. La complicité qu'elles ont dans cette incertitude, traduite par des rires, s'interprète, à notre avis, comme un sentiment partagé d'étrangeté face à ce type de tâches.

59. Corinne Parce que tu voulais savoir quelles tâches qu'on pourrait faire au Cégep. Moi, quand t'as dit qu'on pourrait trouver le graphique [la règle ?]... bien c'est une belle fonction en branches ça.
60. Colette Oui. Effectivement.
61. Corinne Deuxième question...
Elles calculent...
62. Corinne T'es vite sur le piton...
63. Colette J'ai mis le sommet à (4, 1) à zéro il faut que ça donne 1,00010. Il me restait que le « *a* » à trouver.
Elles calculent...

Corinne et Colette se verraient exploiter cette tâche pour faire trouver la règle de la fonction par parties aux étudiants. Elles terminent leurs calculs.

64. Corinne « Quelles sont les conséquences d'un tel comportement » ?
65. Colette Moi j'ai mis non continu, non dérivable en zéro.
66. Corinne Oui.
67. Colette Mais bon...
68. Corinne Mais c'est un bel exemple que ça se peut que ça soit discontinu dans la nature...
69. Colette C'est vrai, c'est intéressant.
70. Corinne Je savais pas ça moi...
71. Colette C'est vrai que c'est un excellent exemple. On est porté à toujours inventer des affaires saugrenues...

À la ligne 64, Corinne lit la deuxième question. La réponse de Colette (et l'approbation de Corinne) met en évidence que les enseignantes **interprètent la question en termes mathématiques**. Les conséquences du comportement sont, pour elles, « discontinuités » et « non dérivabilité ». Les derniers échanges mettent en lumière que ce qu'elles voient d'intéressant dans la tâche, c'est que ce soit un phénomène « naturel » pour lequel il y a discontinuité. Autrement dit, ce qu'elles apprécient, ce n'est pas le phénomène lui-même, mais l'idée d'un bon problème d'application pour illustrer une idée de discontinuité.

En synthèse

En somme, les différentes MFM (familières, que partagent les membres) autour de cette résolution en contexte s'organisent comme suit :

Tableau 5.2

Différentes MFM en action chez Colette et Corinne

Interpréter la tâche/le modèle en termes mathématiques	**Interroger le phénomène via le modèle**	**Trouver le modèle mathématique**	**S'approprier partiellement le phénomène (+/- familier)**
- Raccrocher à la tâche un outil (ex. tableau de variation). - Reconnaître, par la question, une tâche mathématique à accomplir. - Voir/chercher dans le modèle les mathématiques exploitables. - Interpréter mathématiquement le graphique. - Parler du modèle en termes mathématiques.	- Un questionnement mathématique qui fait entrer sur une interprétation du modèle (ex. identifier les variables).	- Utiliser le registre algébrique (mathématiques écrites et symbolisées pour trouver la règle. - Identifier (définir) les variables utilisées (leur symbole) *a priori*.	- Recourir à un contexte familier. - Verbaliser partiellement le phénomène en contexte.

Mentionnons que dans la dernière colonne du tableau, nous avons voulu mettre en évidence que ces MFM des enseignantes n'étaient pas familières. Les enseignantes rentrent par un questionnement mathématique pour interpréter le phénomène. On entre sur les mathématiques écrites et on commence en définissant les variables (ce qui rappelle les MFM à propos du symbolisme).

5.3.4 Ce qui se dégage

En résumé, les interactions entre Scott et Serge mettent en évidence que la tâche leur est familière. Un questionnement soulevé par un des enseignants est ensuite poursuivi par l'autre. L'interprétation se fait dans la situation, dans le phénomène. Les enseignants n'hésitent pas à sortir du phénomène modélisé pour entrer sur une interprétation plus large pour évoquer des images, donner sens à ce qu'ils interprètent. Décrire le comportement de l'eau est compris ici comme décrire oralement le phénomène en ouvrant plus largement. Les verbalisations se font à partir de chacun des graphiques pris indépendamment mais aussi, des liens entre les deux sont établis. Les enseignants s'intéressent d'abord à ce qui se passe autour de zéro mais rapidement s'intéressent aux extrémités, au modèle et à ce qui se passe en dehors de ce qui est présenté.

Plusieurs MFM ont été actualisées (voir tableau 5.1) et à travers elles, beaucoup d'éléments sont amenés par les enseignants pour enrichir la compréhension de la situation. Cette façon de faire semble ajouter à la compréhension du phénomène, lui donner sens.

Il est intéressant de constater ici que nous n'avions pas demandé aux enseignants de faire la tâche comme s'ils étaient en classe. Nous voulions qu'ils l'abordent et la fassent pour eux-mêmes et qu'ensuite, ils évaluent l'exploitation possible en classe. Ainsi, sans avoir accès aux données précédentes, il aurait été possible de penser que contextualiser, comme le font Serge et Scott, qu'expliciter le phénomène plus largement, constitue pour un enseignant des stratégies d'enseignement. On voit bien ici que ce n'en est pas une, mais bien une manière de faire des mathématiques. Or, il s'avère ici que les enseignants font des mathématiques en dehors du contexte d'enseignement. Évidemment, ce sont des enseignants — et non pas des mathématiciens ou des physiciens — qui font les mathématiques, ce qui colore certainement la façon d'entrer dans la tâche. Mais en même temps, nous nous rendons compte que la contextualisation est une manière de faire des mathématiques qui ne sert pas seulement lorsqu'on enseigne. Le faire peut permettre de s'approprier le problème. Dans le cadre d'une profession, la contextualisation est souvent nécessaire. Chez les infirmières, par exemple, un calcul de dose, bien qu'adéquat, devra être revu en fonction des caractéristiques du patient, de son âge, de son poids, de la maladie pour laquelle il doit être soigné, de son état, etc. (Noss *et al.*, 1998). C'est donc en ce sens que nous considérons ceci comme une manière de faire des mathématiques, ici actualisée par des enseignants (en train de faire des maths en contexte).

Du côté du collégial, il semble qu'il y ait une certaine distance entre cette tâche et les enseignantes. Cette tâche ne leur est pas familière. Elles s'interrogent à propos du phénomène, mais cherche à mettre la description du comportement au service des mathématiques. Elles cherchent dans le modèle les mathématiques exploitables sans égard au phénomène. Ainsi, contrairement à Scott et Serge qui s'intéressent aux extrémités du graphique et à ce qui peut se passer en dehors, elles apportent une attention soutenue à ce qui se passe autour de zéro puisqu'il y a « discontinuité ». Corinne y voit donc l'intérêt d'aborder le thème des limites. Pour elles, la tâche a servi en ce sens à justifier qu'il y a, dans la nature, des phénomènes qui se modélisent par une fonction discontinue et définie par parties.

Mise à part les premiers échanges, l'interprétation du phénomène se fait par les enseignantes à partir d'une exploration mathématique. Ainsi, elles se questionnent sur ce qui se passe autour de zéro à cause de l'inégalité des limites à gauche et à droite, et explorent le phénomène du point de vue des grandeurs impliquées lorsqu'elles cherchent à identifier les variables et à modéliser la règle de la fonction. Aussi, le graphique agit à titre d'élément central pour aborder certaines notions mathématiques. Dit autrement, c'est à travers le modèle (et non le phénomène) qu'elles voient des mathématiques.

Bien que la tâche leur soit peu familière, nous avons pu constater qu'elles ont une tendance à entrer dans la tâche via les mathématiques. Par exemple, lorsqu'elles ont décidé de trouver la règle pour exprimer la fonction en « branches », elles parlaient en termes mathématiques et tentaient d'identifier les variables puisque le traitement se fait à l'écrit, via les symboles. Plusieurs éléments peuvent être mis en contraste comme le montre le tableau 5.3.

Tableau 5.3

Quelques éléments de contrastes ressortant de l'analyse via l'*account* « accomplir une tâche »

Ce qui ressort au secondaire	Ce qui ressort au collégial	Éléments de contraste
Un modèle parlé en contexte	Interpréter la tâche/le modèle en termes mathématiques	Sam et Scott comprennent la tâche comme une interprétation du phénomène et utilise le modèle pour parler du phénomène dans les termes du phénomène. Colette et Corinne interprète plutôt la tâche comme si elle devait décrire le comportement de l'eau mathématiquement ou à l'aide d'outils mathématique. Aussi, lorsqu'on s'intéresse à des éléments du graphique, on en parle dans les termes du phénomène au secondaire.
S'approprier le phénomène en lien avec le modèle	S'approprier partiellement le phénomène (+/– familier)	Les deux groupes d'enseignants tentent de s'approprier le phénomène, d'y faire sens. Or, dans un cas, au secondaire, ceci semble familier et on semble le faire parce qu'il s'agit de la tâche. Au collégial, cette MFM paraît peu familière et le faire ne constitue pas la tâche.
Interpréter ce qui se passe en contexte à partir du modèle	Interroger le phénomène via le modèle	Les deux groupes d'enseignants s'intéressent au modèle et interrogent le phénomène par rapport à celui-là. Or, au secondaire, les enseignants se demandent ce que les aspects du modèle signifient contextuellement. Au collégial, on cherche plutôt à entrer sur une tâche mathématique (trouver la règle) et cette tâche demande à ce qu'on retourne au phénomène (pour identifier les variables par exemple). Alors que les enseignants du secondaire cherchent à comprendre ce que signifie le sommet de la parabole, la symétrie et les plateaux dans le phénomène, les enseignantes du collégial s'intéresse à la représentation graphique lorsqu'il est question de limite et de discontinuité.
Identifier le modèle mathématiquement	Trouver la règle mathématique	Le travail fait de part et d'autre pour trouver la règle est très différent. D'un côté, on le fait mentalement en utilisant le graphique comme base de réflexion (passage de la règle de base à la règle transformée). De l'autre, un travail numérique écrit dans lequel on utilise le graphique pour repérer des points à mettre au profit des calculs.

5.4 Deuxième type d'*accounts* : récits de pratique en lien avec l'utilisation de contexte

Dans les discussions, les enseignants ont partagé certains aspects de leur pratique en illustrant par le fait même des MFM comme enseignants, autour de contextes. À la suite d'un repérage des extraits dans lesquels les enseignants partagent leur pratique, j'ai procédé à une analyse par ordre d'enseignement et fait émerger les MFM. Dans ce qui suit, je présente dans un premier temps ce qui ressort lorsque ce sont Serge, Sam et Scott, enseignants du secondaire, qui partagent leur pratique et dans un deuxième temps, ce qui ressort de la pratique de Colin, Colette et Corinne, les enseignants du collégial.

5.4.1 Analyse de l'utilisation de contextes à partir des récits de Sam, Scott et Serge

Comme mentionné, à plusieurs reprises, pour illustrer leurs propos, les enseignants partagent des exemples de ce qu'ils font en classe. J'ai analysé ces récits pour voir ce qui se dégageait en termes de MFM. Voici le compte rendu de ce qui ressort du secondaire, appuyé d'exemples.

Imager les mathématiques. Dans certaines circonstances, particulièrement lorsque les enseignants discutent de l'introduction de nouveaux concepts mathématiques, ils mettent en évidence qu'ils cherchent à « orner » d'images ou de métaphores les mathématiques. Plusieurs extraits mettent en évidence cette MFM, nous retenons ici un échange entre Sam et Scott à propos de la fonction sinusoïdale. Cet échange a eu lieu au début de la quatrième séance (7 mai 2011) alors que j'avais remis une feuille aux enseignants sur laquelle j'avais écrit plusieurs sens donnés à contexte (7 mai 2012). Sam relate alors que, à la suite des rencontres, il s'est questionné autour de contexte :

Sam	Quand nous sommes sortis d'ici à la dernière rencontre, j'ai fait des contextes dans la classe et je me suis posé la question : « qu'est-ce que je fais là, pourquoi je fais ça ? » En lisant ça [le résumé], je pense qu'il y a quelque chose... [sous-entendu « qui manque »] En tous cas, je ne l'ai pas vu.

Des éléments reliés à contexte lui semblent manquants. Il tente de décrire son idée et propose l'exemple suivant autour de la fonction sinusoïdale :

Sam	… Un bateau qui suit une vague. Quand tu dis que le bateau suit une vague, l'élève sait ce que c'est un bateau, une vague. Elle monte et descend [mime le mouvement]. Tu n'as pas besoin d'expliquer davantage, c'est déjà dans la situation.
Scott	C'est ça, au lieu d' « une fonction sinus c'est quelque chose qui est périodique, avec un maximum et minimum » [il fait un visage d'incompréhension, en imitant un élève].

Dans ce qui précède, l'image de la vague est utilisée pour évoquer la fonction sinusoïdale. Il semble que l'image de la vague puisse être associée d'une part au phénomène (hauteur de la vague en fonction du temps), mais aussi associée au graphique, à l'aspect ondulatoire de celui-ci, rappelant, selon Sam, une vague. Imager les mathématiques demande aux enseignants de voir et faire apparaître, à travers des concepts mathématiques à enseigner, des images. Comme le mentionne Sam, pas besoin d'expliquer davantage puisque l'image parle d'elle-même. Ceci rappelle la manière de faire l'interprétation du comportement de l'eau par Serge et Scott. Ces derniers évoquaient des situations et des images pour donner sens au phénomène.

Il vaut certainement la peine ici aussi de revenir sur la distinction entre les stratégies d'enseignement et les MFM. On pourrait interpréter ici que les enseignants parlent de stratégies d'enseignants. Avoir recours à des images peut certainement apparaître ici comme une stratégie d'enseignement pour aider les élèves à comprendre. Or, imbriqué à cette stratégie, une MFM des enseignants ressort, soit celle d'imager les mathématiques. En effet, les enseignants tentent de voir, à travers des concepts ou des phénomènes, des images. On retrouve cette MFM ici, mais aussi dans l'*account* précédent lorsque Scott et Serge interprètent un certain phénomène pour eux-mêmes. C'est vrai qu'il s'agit d'une stratégie d'enseignement, mais ce n'est pas que ça.

Ce n'est pas nécessairement une image visuelle. Il s'agit plutôt d'évoquer et de faire apparaître un repère évocateur. L'intervention de Scott n'est pas sans rappeler les échanges entre Corinne et Colette dans la section précédente. Elle fait ressortir un contraste marqué entre les enseignantes du collégial qui cherchent, à travers le phénomène (du comportement de l'eau) les mathématiques exploitables, alors que Scott explicite comment il ne traiterait pas la fonction sinusoïdale.

Travailler les mathématiques dans le contexte. Dans leurs échanges, les enseignants relatent qu'ils travaillent les mathématiques en contexte. Par exemple, Sam et Scott actualisent tous les deux leur manière de travailler la fonction rationnelle. Ils l'introduisent par une situation de location d'autobus. Nous présentons ici la version de Sam. Cette discussion a eu lieu au début de la séance 3 (15 avril 2011). À travers les échanges autour de contexte, je repère des enjeux de transition en termes de MFM.

Chercheuse	[Aux enseignants du collégial] *Lié au contexte, dans vos propos, je sentais un enjeu de généralisation.* [Aux enseignants du secondaire] *Et je me demandais si au secondaire, lorsque vous dites que vous travaillez en contexte, est-ce que vous avez l'impression de travailler pour cet unique contexte ou si vous avez tout de même l'impression de toucher à une certaine forme de généralité mais à partir du contexte ? Est-ce que vous avez l'impression que vos élèves peuvent, dans les explications ou dans l'exploitation du contexte... Est-ce que vous parlez d'une façon plus générale ?*
Sam	C'est sûr que quand on commence un chapitre, quelque chose de nouveau, on a un contexte. On part de ce contexte et on va chercher la théorie.
Chercheuse	*À partir du contexte ?*
Sam	À partir du contexte, oui.
Chercheuse	[...] *Je me dis que ça vaut peut-être la peine d'avoir un exemple.* [S'adressant à Sam et Scott] *Si vous commencez l'étude d'une nouvelle fonction exponentielle ou rationnelle ou... Est-ce que vous en utilisez, un contexte ? Lequel ?*
Sam	[à propos de la fonction rationnelle] Bien moi, je m'en vais voir les Canadiens de Montréal contre Boston, à Boston. Je me loue un autobus qui me coûte 5000$. Parce que ça me coûte très cher, je vais inviter des amis. Là nous sommes deux amis, donc ça nous coûte 2500$ chaque. Et puis, nous deux, on va se chercher encore des amis. Le prix diminue donc de plus en plus et à un moment donné, on est 2 000 000 à embarquer dans l'autobus et là je fais mon show, et ils veulent tous m'arrêter, mais je fais mon show et j'arrive à bout de souffle puis on finit par être 2 000 000 dans l'autobus, mais ça coûte encore quelque chose ! Donc là on voit la fonction rationnelle [en décrivant l'allure avec son doigt devant lui]. On part comme ça, et là on voit les caractéristiques de la fonction rationnelle, l'asymptote, et après qu'on a vu ça, on arrive vers la forme $y = \frac{a}{x}$.

Dans cet exemple, Sam donne un certain sens à contexte : « on part du contexte pour aller chercher la théorie ». Dans son récit, il n'est pas en train de modéliser une situation, au sens où modéliser serait partir de la situation pour en dégager un modèle mathématique. En fait, le modèle est déterminé (par le programme, la fonction à travailler) et il contextualise ce modèle pour le travailler avec les élèves; dans ce cas-ci, il s'agit de la fonction rationnelle et de ses propriétés (**contextualiser les mathématiques**).

La description de ce que Sam fait en classe pourrait fort bien relever d'une stratégie d'enseignement : il montre le point de départ (la mise en situation, le contexte) et montre comment il progresse à partir de celui-ci, comment il l'exploite. Mais ce qui nous intéresse ici, imbriqué à cette stratégie d'enseignement, est la MFM qu'elle requiert de l'enseignant et dont il rend compte ici : contextualiser des mathématiques, un modèle, des caractéristiques, un concept.

Dans la description fournie par Sam, le contexte est soumis à des remaniements (nous y reviendrons) pour permettre, entre autres, d'imager une caractéristique de la fonction rationnelle. En effet, on ne cherche pas à modéliser la situation et à considérer la possibilité d'être 2 000 000 dans l'autobus. Cet exemple sert plutôt à représenter ou évoquer que peu importe le nombre de personnes dans l'autobus, même s'il augmente de plus en plus, il y aura un coût. L'enseignant tente d'imager, à l'aide de la situation, le concept d'asymptote[88]. Il utilise la situation pour d'abord évoquer que ce qui varie dans la fonction rationnelle c'est « ce par quoi on divise ». Il fait donc reconnaître, dans la situation de location d'un autobus (à 5 000$), la division en contexte : « Parce que ça me coûte très cher, je vais inviter des amis. Là nous sommes deux amis, donc ça nous coûte 2 500$ chaque ». Et ensuite, il fait varier en contexte le diviseur, soit le nombre de participants : « Et puis, nous deux, on va se chercher encore des amis. Le prix diminue donc de plus en plus... ». Autrement dit, une certaine généralisation se fait en contexte (**généraliser les mathématiques en contexte**).

---

[88] Chercheuse : Justement, tu dis « il va y avoir 2 000 000 de personnes dans l'autobus, mais, peu importe, même si j'en rajoute, ça va nous coûter quelque chose » ! Ça veut dire que tu es implicitement en train de travailler ton concept d'asymptote, mais dans le contexte ? [Sam acquiesce].

Cet exemple rappelle le travail fait par Serge et Scott dans la section précédente. Sam relate le familier, évoque des images, **travaille sur le modèle (le graphique) en contexte, parle ce modèle en contexte**; bref, il travaille en contexte.

Les enseignants du secondaire **contextualisent donc les mathématiques** et les éléments du contexte deviennent centraux. Cette MFM est fortement liée à la suivante.

Jouer dans le contexte, le transformer en lien avec les mathématiques à travailler. Dans le même ordre d'idées, il apparaît que pour travailler les mathématiques en contexte, il est nécessaire de faire bouger le contexte. Il semble y avoir plusieurs façons de jouer avec le contexte. Dans l'exemple précédent, Sam décortique le concept de fonction rationnelle dans le contexte : il fait apparaître une division en contexte, il fait bouger le diviseur en contexte et garde le dividende fixe, etc. Scott ajoute :

Scott	Moi c'est la situation, et je pars toujours avec ça pour la rationnelle, sans avoir rien vu, c'est un autobus qu'on loue pour 800$. C'est un groupe organisé et il y a un accompagnateur qui lui ne paie rien. Rendu à destination, c'est une visite de musée et c'est 25$/personne et là c'est de trouver, et il y a plusieurs questions, mais comment on va calculer le coût par personne selon le nombre de participants.
Chercheuse	*Et là, tu arrives à quoi ?*
Scott	Bien évidemment, les élèves se trompent, et ils travaillent en équipe en se posant des questions « bon c'est 800$ pour l'autobus, il y a l'accompagnateur, + le 25$ pour la visite là-bas »... Dans ce problème-là, il y a les deux asymptotes dans un contexte qui se peut, possible. Évidemment, bien souvent ils oublient l'accompagnateur, et là il y a des questions, s'il y a tant de personnes, 2 ou 3, qui y participent, ça va coûter combien, et là supposons que l'autobus en contient 50, on pourrait en mettre autant qu'on veut, c'est un autobus Harry Potter, et là c'est de voir ce qui se passe et est-ce que c'est possible justement d'avoir seulement une personne dans l'autobus ? « Ben il va y avoir un conducteur ! » [...] J'pense justement que dans les différentes versions, à un moment donné, on a dit que le chauffeur ne comptait pas ! Et il y a aussi que l'accompagnateur ne paie rien, mais prend une place dans l'autobus. Évidemment là-dedans, il y a moyen de dire qu'il ne peut pas y avoir seulement un participant, parce qu'il n'y aura pas de voyage organisé. Il doit y avoir au moins deux personnes, le guide et un participant. C'est ça, le x, c'est le nombre de personnes dans l'autobus.

À travers ce qui précède, Scott rend observable que le contexte bouge, se transforme dans le but d'explorer les diverses propriétés de la fonction rationnelle, dans le but de travailler en contexte la fonction rationnelle. Le fait d'ajouter un accompagnateur et de compter ou non le chauffeur relèvent d'intentions mathématiques, comme contextualiser l'impossibilité de diviser par zéro. Ainsi, le contexte évolue au fil de son exploitation et ce travail est guidé par les mathématiques en cause, ici la fonction rationnelle. En effet, ce sont les caractéristiques de la fonction rationnelle qui font que Scott et Sam utilisent ou choisissent un contexte comme celui de la location d'autobus.

Là encore, le fait de faire bouger le contexte peut apparaître comme une stratégie d'enseignement, et elle l'est sûrement ! Mais en même temps, elle donne à voir une certaine manière de faire des mathématiques des enseignants (**jouer dans le contexte, le transformer; un jeu guidé par les mathématiques à travailler**).

Aussi, une certaine généralité se travaille par rapport au contexte, un passage à quelque chose de plus général parlé dans le contexte. Par exemple, lorsque Scott et Sam parlent d'autobus « Harry Potter » ou de 2 000 000 de personnes dans un autobus, en plus d'imager les mathématiques, ils décrivent en quelque sorte un premier travail de généralisation. En fait, les enseignants posent comme probable la généralisation à l'aide du contexte (**généraliser en contexte**). Quelque chose de plus général parlé dans le contexte.

Une manière de parler des concepts connotée par la situation. Dans tout ce qui précède, les enseignants mettent au jour une relation entre le contexte et les mathématiques et ceci transparaît dans la manière dont ils « parlent mathématique » en contexte. La façon de parler du contexte prend une couleur mathématique. Par exemple, dans le cadre du contexte de location, une attention particulière sera portée aux cas limites. En effet, Scott dit : « Dans ce problème-là, il y a les deux asymptotes dans un contexte qui se peut, possible ». Autrement dit, dans ce contexte, on s'intéressera aux cas limites, aux deux asymptotes. En même temps, même si l'intérêt est les asymptotes (les cas limites), tout est parlé dans les termes de la situation. La manière d'en parler est connotée par celle-ci. Scott ne parle pas d'asymptotes directement avec les élèves, mais parle plutôt d'un autobus Harry Potter dans lequel autant de monde qu'on veut peut entrer, et d'un nombre de participants qui va en augmentant.

5.4.2 Analyse de l'utilisation de contextes à partir des récits de Corinne, Colette et Colin

Il y a eu moins d'extraits dans lesquels les enseignants du collégial partageaient des aspects de leur pratique en lien avec l'utilisation de contexte. Ce résultat est en soi évocateur en raison du rôle que ces enseignants semblent attribuer au contexte. S'il vient en application et si c'est l'exposition d'une théorie plus générale qui constitue l'essentiel du travail de l'enseignant, alors le contexte prend moins de place dans sa pratique. Toutefois, quelques MFM ont quand même été actualisées à travers de brefs récits. Dans ce qui suit, nous les présentons, illustrées de quelques extraits.

Faire la correspondance entre les éléments du contexte et les concepts mathématiques à utiliser. Les enseignants du collégial rendent observable que la correspondance entre les outils mathématiques à utiliser et les éléments du contexte sont à la charge de l'enseignant. Par exemple, en mentionnant qu'elle utilise des contextes dans un examen, Corinne répond à la question de Colin « et tu ne leur dis pas quoi utiliser ? » :

Corinne	Si c'est un problème physique avec des bobines, des résistances, le courant, etc., même s'ils n'ont pas fait de physique, on explique tout, que le courant c'est le taux de variation de la charge si je me rappelle bien, donc c'est une dérivée qu'ils ont à faire, est-ce que le courant va toujours être croissant ?

Dans ce qui précède, la relation qui existe entre les éléments du contexte et les concepts mathématiques est donnée *a priori*. Autrement dit, l'utilisation d'un contexte ici vise à montrer l'utilité du concept de dérivée dans des problèmes de physique. Cette liaison ou cette correspondance est déjà établie lorsque les enseignants la présentent, de sorte que les étudiants peuvent passer du contexte de physique au contexte mathématique sans devoir assurer eux-mêmes la correspondance.

Dans cette perspective, les sciences ont un rôle secondaire, un rôle d'illustration, de prétexte pour mettre les éléments théoriques (mathématiques) vus en application. Dans le même ordre d'idées, lorsque les enseignants analysent des tâches en contextes, ils s'intéressent aux mathématiques contenues dans ces tâches. En d'autres termes, ils **projettent dans une tâche les éléments mathématiques exploitables et dressent un bilan des mathématiques contenues et à exploiter dans une tâche.** C'est en d'autres mots les arrêter, les prévoir d'avance. C'est, à la vue d'une tâche, mettre en avant les mathématiques possibles à exploiter (comme il est ressorti des discussions entre Corinne et Colette, §5.3.3).

Prévoir les contextes d'utilisation en présentant les concepts mathématiques. La projection peut aussi se faire autrement. Par exemple, Corinne met en avant que lors de l'introduction de nouvelles notions, elle projette les contextes d'utilisation :

Corinne — Dans l'optimisation, ce qui mène le monde, c'est les maximums de profits et les minimums de dépenses. C'est toujours ce qu'on fait, on cherche à maximiser... Lisez les journaux, ils sont en contexte tout le temps, c'est ça... C'est pour ça que je le dis dès le départ, et c'est ça qu'on va voir dans la session. Quand je reviens sur la dérivée, et j'introduis tranquillement les maximum minimum, c'est ça qui mène le monde, nous allons vous demander ça tout le reste de votre vie, que vous soyez médecin, pharmacien, ingénieur, économiste, etc., c'est de maximiser-minimiser tout le temps. Je le sais très bien qu'ils n'utiliseront pas leur calcul différentiel partout, mais c'est juste comme ça, et j'utilise les problèmes qui sont donnés dans mes livres, je ne suis pas super bonne pour en composer. Souvent, ils sont reliés avec la physique, ou la chimie, c'est des problèmes économiques.

Nous l'avons déjà mentionné, le sens actualisé par les enseignants du collégial des concepts mathématiques est celui d'outil. Ainsi, ce qu'ils présentent en classe aura une éventuelle utilisation, les concepts présentés servent à une fin. Prévoir, c'est transporter une idée dans un monde extérieur ; ainsi, Corinne prévoit l'utilisation de l'outil « dérivée » dans le monde de l'optimisation.

Finalement, Colette fait apparaître dans ce qui suit des limites à une contextualisation pour approcher un contenu. Elle fait ressortir **une coexistence possible, mais difficile, entre un travail en contexte et un travail mathématique**. En fait, elle revient sur cette idée d'avant-après en nuançant : l'impression laissée du collégial était celle d'un travail en contexte qui vient après.

Colette — Moi, j'ai cette question-là par rapport à l'algèbre linéaire. Il y a une façon très... disons le produit scalaire et le produit vectoriel. Nous pouvons le définir algébriquement, et là les preuves se font super bien et après tu montres le lien que géométriquement, c'est l'équivalent. Et ça va bien dans ce sens-là. J'ai aussi vu d'autres approches... J'ai maintenant adapté une preuve, je pars soit du travail, soit du moment de force en physique et après, le lien ensuite vers l'algèbre est beaucoup plus difficile. Mais bon, je pense qu'il y a des fois ou je ne suis juste pas capable de faire ça. On dirait que ce ne serait pas efficace. J'passerais beaucoup de temps à réussir à faire ça. J'ai l'impression, que je suis comme un pied dedans [sous-entendu le contexte], un pied à côté [accompagné d'un geste de balancier avec ses mains].

Lorsque Colette tente une contextualisation du produit scalaire ou vectoriel en sciences en ayant recours au travail ou à la force en physique, elle a de la difficulté à passer aux mathématiques générales. Elle exprime une difficulté : d'un côté, une introduction des concepts intra-mathématiques (définition algébrique des concepts, lien avec la signification géométrique) qui se fait aisément (« dans ce sens-là ça va bien »), de l'autre, une introduction des concepts partant des sciences, qui nécessite plus de travail pour passer à une généralisation. Il y a ce souci, très présent chez les enseignants du collégial, de **mener et gérer un jeu spécifique/général, notamment lorsqu'il est question de contexte et concepts**. Là où les enseignants du secondaire voyaient dans la contextualisation une façon d'introduire progressivement plus de généralité, les enseignants du collégial y voient plutôt un obstacle à la généralisation, ou à tout le moins une difficulté vis-à-vis celle-ci.

Il y a donc l'idée d'une tentative de contextualisation en amont. D'introduire les concepts par un contexte, mais une introduction difficile, et une tentative faite avec hésitation, appréhension[89].

5.4.3 Ce qui se dégage de l'analyse de l'*account* récit de pratique sur l'utilisation de contextes

Cette idée d'avant-après explicitée par les enseignants s'est raffinée encore davantage par l'analyse des récits. Dans ce qui précède, les enseignants décrivent plus finement leurs MFM et il n'est plus question seulement d'un contexte qui vient avant ou qui vient après, mais d'un réel travail avec le contexte. Le tableau 5.4 présente une synthèse des différentes MFM de part et d'autre.

[89] Du point de vue de l'enseignement, il semble donc y avoir un double discours chez les enseignants du collégial : ils parlent des mathématiques comme d'outil pour faire des sciences mais il semblerait que dans leur cours, le rapport soit plutôt inversé : on fait (un peu) de sciences pour illustrer les mathématiques. Le rapport des enseignants du collégial à la contextualisation est donc marqué par cette incertitude : ils sentent une nécessité, comme enseignants dans les programmes de sciences, de faire de la contextualisation mais ils semblent avoir de la difficulté à bien la situer dans leur approche. Du point de vue des MFM, voir tableau 5.4.

Tableau 5.4

Synthèse des MFM tirées des récits des enseignants du secondaire et du collégial

MFM relatées par les enseignants du secondaire	MFM relatées par les enseignants du collégial
- Imager les mathématiques. - Contextualiser les mathématiques. - Travailler en contexte. - Généraliser en contexte. - Jouer dans le contexte, le transformer en lien avec les mathématiques à travailler. - Manière de parler des concepts connotée par la situation.	- Faire la correspondance entre les éléments du contexte et les outils mathématiques à utiliser. Projeter dans une tâche les mathématiques exploitables. - Dresser le bilan des mathématiques exploitables dans une tâche. - Prévoir les contextes d'utilisation en présentant les concepts mathématiques. - Faire coexister, non sans difficulté, un travail en contexte et un travail mathématique.

5.5 Troisième type d'*account* : commenter une tâche

Dans les rencontres de l'activité réflexive, j'ai proposé aux enseignants de commenter des tâches. Je leur demandais, par exemple, de dire si la tâche présentée pouvait être exploitée avec leurs élèves ou leurs étudiants. Dans ce qui suit, je présente ce qui ressort autour d'une tâche en particulier.

5.5.1 La tâche proposée : deux populations de bactéries

La tâche présentée (voir Appendice J) ne fait pas nécessairement partie du familier pour les enseignants, mais lorsque ces derniers se prononcent sur la tâche, ils donnent à voir certaines MFM. La tâche a été présentée lors de la première rencontre (14 janvier 2011). Il s'agit d'une tâche qui présente le graphique du comportement de deux populations de bactéries au fil du temps. Des questions qui s'adressent à des élèves ou des étudiants suivent le graphique. J'ai demandé aux enseignants de regarder la tâche et de voir si c'était le type de tâches qu'ils faisaient avec leurs élèves ou leurs étudiants (autrement dit, ils se reconnaissent dans ce type de tâches) ou s'ils se verraient l'exploiter avec des élèves ou des étudiants.

5.5.2 Analyse des discussions : se projeter dans des MFM de son ordre

Les enseignants ont d'abord discuté de la tâche en sous-groupes formés d'un enseignant du secondaire et d'un enseignant du collégial. Ensuite, nous avons discuté de la tâche tous ensemble. J'ai demandé aux enseignants du secondaire s'ils exploitaient ce type de tâches. Scott, Sam et Serge ont affirmé que c'est une tâche qu'ils pouvaient exploiter. Cependant, en quatrième et cinquième secondaires, la courbe serait probablement celle d'une fonction à l'étude, selon ces enseignants. Ils viennent délimiter certaines circonstances où ce type de tâches serait utilisé, avec les MFM à leur propos. La discussion se poursuit ainsi :

1. Chercheuse	*Est-ce qu'on retrouve des tâches comme celle-là au collégial ?*
2. Corinne	Je te dirais non. Pas dans un contexte comme celui-là, c'est une lecture de graphiques. Mais je la trouve intéressante par exemple. On aurait pu rajouter des questions...
3. Colin	Plein [de questions]...
4. Corinne	Non on ne retrouve pas ça, ce type de tâches-là...
5. Chercheuse	[à Corinne] *Mais quand tu dis que c'est une tâche intéressante, tu te verrais l'exploiter en classe ?*
6. Corinne	Oui, je me verrais, justement, quand ça croît de plus en plus vite, le taux de croissance, comment on pourrait le calculer... Je travaille avec les pentes, beaucoup en traçant les pentes, c'est le même taux de croissance [référant à la question 4]. Si on regarde à un moment précis, alors oups, on va avoir autre chose. Donc le fait de jouer avec ça...
7. Chercheuse	*Et vous* [s'adressant à Colin et Serge] *?*
8. Colin	Le point d'inflexion sur la A, montrer que c'est encore croissant... quand on fait des points d'inflexion, nous, ce qu'il faut dire c'est qu'elle change de bord.
9. Chercheuse	*Parles-tu de la concavité ?*
10. Colin	C'est comme ça qu'on le voit. Mais l'explication, c'est encore de la croissance je ne suis pas sûr que les étudiants le voient. C'est juste qu'elle est moins rapide. Ça, on n'insiste pas là-dessus. Nous autres, c'est vraiment la concavité. C'est venu de Serge. J'ai trouvé ça bien de le montrer parce que nous on en voit des taux de croissance et là c'est encore un taux de croissance, mais il a changé, il est moins rapide. C'est très intéressant. Jamais on ne fait ça.
11. Serge	Nous, c'est fait avec de très jeunes élèves. Secondaire 2, 3, quand on commence. [...] On est supposé développer le vocabulaire des élèves. Pour des intervalles de temps égaux, jusqu'à 3:00, la croissance de la population est de plus en plus grande. Mais la croissance est de plus en plus petite à partir de 3:00... On parle plus ou moins de point d'inflexion sans le nommer. On pourrait dire au secondaire que c'est un point remarquable, mais sans jamais le nommer... Il se passe quelque chose.

À la ligne 2, Corinne affirme que ce type de tâches ne fait pas partie du familier. Colin et Corinne trouve la tâche potentiellement intéressante. Corinne voit, dans le modèle, les mathématiques exploitables. Autrement dit, elle est à la **recherche des mathématiques à l'intérieur du modèle**, elle **projette les mathématiques exploitables dans la tâche**. Colin et Corinne sont sur les concepts de taux de croissance, pente (Corinne), point d'inflexion (Colin). Leur interprétation de la tâche se fait par rapport aux concepts mathématiques : Corinne et Colin **sortent du contexte**. Lorsque nous avons soumis des tâches en contexte aux enseignants des deux ordres, nous avons observé ce qui semblait intéresser les enseignants du collégial à travers ces tâches. Par exemple, nous avons demandé si les enseignants pouvaient exploiter ce type de tâches au secondaire et au collégial.

Même si le contexte joue un certain rôle à travers les tâches, Corinne donne une signification mathématique au graphique. Elle **recherche, à travers le modèle, les concepts mathématiques à exploiter**. Ce qui guide Corinne et Colin dans l'analyse de la tâche, ce sont ses caractéristiques mathématiques : les taux de croissance, les pentes, les points d'inflexion (**analyse intra-mathématique du modèle**). Dans ce qu'ils disent de la tâche, les enseignants ne parlent pas de bactéries.

Dans les discussions avec Serge, Colin voit une nouvelle manière de parler du point d'inflexion. Cette façon d'en parler est tout de même liée au modèle mathématique (avec taux de croissance) et ne réfère pas qu'au contexte des bactéries. Bien qu'il voit une nouvelle manière d'interpréter le point d'inflexion, il met en évidence d'une part, qu'il ne le fait jamais comme ça et d'autre part, que ça ne se fait pas en contexte.

Serge, comme enseignant du secondaire, s'intéresse à la tâche autrement. En fait, il exemplifie le travail qu'il ferait avec les élèves. Il travaille la situation avec des concepts mathématiques comme croissance et intervalles. Or, ce ne sont pas les concepts abstraits de croissance et d'intervalle. Les concepts de croissance et d'intervalle permettent à Serge de parler de la relation entre les populations de bactéries et le temps. En même temps, la situation permet à Serge d'introduire les concepts de croissance et d'intervalle. Ainsi, d'un côté les concepts mathématiques contribuent à une compréhension du phénomène et le phénomène contribue à l'élaboration du sens des concepts.

La signification de croissance ici va dépendre complètement de certaines caractéristiques du contexte dans lequel ce mot est utilisé. Le mot croissance est ici indexé à la population de bactéries et non, par exemple, à un calcul ou un nombre précis (taux de croissance), ou encore à une représentation comme le graphique (ça monte, ça descend). Aussi, le fait que le phénomène se déroule dans le temps, selon des intervalles de temps égaux, permet une meilleure interprétation du comportement des bactéries.

Dans cette façon de faire, les termes mathématiques révèlent le contexte, l'éclairent, le décrivent. En même temps, le contexte permet une utilisation des mots croissances et intervalles. Il y a donc un partage d'importance entre le contexte et les mathématiques, une dialectique entre ces deux éléments. En d'autres termes, d'un côté il y a un travail d'explicitation du modèle mathématique ou de la relation mathématique dans les termes empruntés à la situation, avec des concepts mathématiques qui gardent une connotation situationnelle. De l'autre, il y a un travail d'explicitation intra-mathématique à l'intérieur du modèle mathématique, faisant intervenir plusieurs domaines (calcul, géométrie). Le tableau 5.5 présente une synthèse des différentes MFM à chacun des ordres.

Tableau 5.5

Synthèse des MFM tirées des commentaires des enseignants à propos d'une tâche

Se projeter dans des MFM au secondaire	**Se projeter dans des MFM au collégial**
- Contextualiser les mathématiques. - Considérer les mathématiques exploitées et le contexte comme ayant une même importance et dans un rapport dialectique. - Manière de parler des concepts connotée par la situation.	- Rechercher les éléments mathématiques dans le modèle. - Dresser le bilan des mathématiques exploitables dans une tâche. - Sortir du contexte.

5.6 Quatrième type d'*accounts* : conversations à propos de l'utilisation de contextes en général

À plusieurs reprises, j'ai procédé à des synthèses avec les enseignants dans le but de mettre en évidence ce qui se discutait autour de « contexte ». À la séance 3 (15 avril 2011), j'ai présenté un premier résumé des deux premières séances. À la suite de cette rencontre, j'ai revu la synthèse en proposant une nouvelle lecture de l'utilisation de contextes, que j'ai proposée à la séance 4 (7 mai 2011). Ces synthèses ont été riches du point de vue des discussions entre les enseignants, mais ont donné lieu à un autre type d'*accounts*. Les enseignants ont rendu intelligible un certain rationnel à propos de l'utilisation de contextes. Autrement dit, ils ont explicité les *raisons pratiques*, entendues simplement comme le raisonnement sociologique pratique, renvoyant à cette capacité d'objectivation des acteurs développée par Garfinkel. L'acteur social fait un travail d'interprétation du monde qui l'entoure pour accomplir ses actions (Garfinkel, 1967).

Rappelons que le rationnel fait référence à un autre point de vue sur des MFM. En même temps que les enseignants indiquent les raisons de leur utilisation de contextes, ils mettent en évidence, en arrière-plan, leurs MFM. En commentant les synthèses, les enseignants explicitent les raisons qui fondent leur utilisation de contexte tout en donnant un sens à ce que cela signifie (faire des mathématiques en utilisant des contextes).

Dans ce qui suit, je présente ce qui s'est constitué à chacun des ordres. Évidemment, quand les enseignants enseignent, ils ne se questionnent pas explicitement sur les raisons d'une certaine MFM. En ce sens, les échanges ont beaucoup évolué, puisque les enseignants se rendaient compte des raisons qui font qu'ils utilisent des contextes en même temps qu'ils en rendaient compte. Encore une fois, ce sont les contrastes entre les manières de voir l'utilisation de contextes au secondaire et au collégial qui ont enrichi les discussions, ces contrastes agissant comme *breaching*.

5.6.1 Constitution des raisons de l'utilisation de contextes chez les enseignants du secondaire

Chez les enseignants du secondaire, j'ai discerné deux orientations intimement liées aux raisons de l'utilisation de contextes. Un rationnel lié à des questions didactiques et un rationnel lié à une manière de concevoir ce que c'est faire des mathématiques. Évidemment, ces deux orientations sont intimement liées.

Les raisons didactiques explicitées par les enseignants du secondaire tournent autour de l'élève : un support possible au raisonnement et un moyen d'assurer son engagement dans l'activité mathématique.

Le contexte comme support pour faire des mathématiques. Selon Sam et Scott, le contexte apporte un certain support à l'élève puisqu'il contient, en lui-même, des informations pour lesquelles il n'y a pas besoin d'explication. Ils mettent en évidence que lorsqu'ils utilisent un contexte, il y a des éléments du contexte qui permettent aux élèves de s'engager, de comprendre ce qui est en jeu. Le contexte est, pour ces enseignants, porteur de sens pour les concepts mathématiques. Dans l'extrait suivant, Sam réagit à la synthèse proposée à la séance du 7 mai. Il ne se reconnaît pas nécessairement dans les aspects présentés.

Sam	Quand nous sommes sortis d'ici la dernière rencontre, j'ai fait des contextes dans la classe et je me suis posé la question tu sais : Qu'est-ce que je fais là, pourquoi je fais ça. En lisant ça, je pense qu'il y a quelque chose... en tous cas, je ne l'ai pas vue [sous-entendu sur la feuille]. Peut-être que je me trompe là, mais quand on utilise un contexte, il y a des informations que les étudiants possèdent, qu'ils sont capables d'appliquer dans le problème. Alors le fait d'amener un contexte, tu n'es pas obligé d'amener toute la théorie, il y a des bribes de théorie qu'ils sont capables de rentrer dans la situation. Alors le contexte, il favorise, je ne sais pas comment l'expliquer clairement, mais...

Le contexte pour engager l'élève. Les enseignants du secondaire se sont entendus sur le fait qu'ils commencent un nouveau sujet avec un contexte et dégagent les raisons de cette MFM. Pour ces enseignants, le contexte « aide à partir quelque chose ». Quand un contexte est bon, Scott a « l'impression que la majorité a compris quelque chose ». Comme mentionné, c'est comme si le contexte en lui-même, à cause des informations contextuelles, était porteur de sens et ainsi, permet aux élèves de s'engager dans l'activité mathématique. Ceci dit, il ne s'agit pas nécessairement de s'engager dans une résolution de problème. Les enseignants du secondaire mettent en avant que l'utilisation de contexte est synonyme de « petite histoire, de mise en situation ».

Scott	Bien, il y a certains contextes qui peuvent aider à partir quelque chose. C'est vrai que lorsqu'on tombe sur un contexte, une petite histoire, une situation, qui peut être vraie et qui intéresse les élèves, bien, c'est ça, non seulement ils embarquent facilement dans la tâche. Tu peux poser des questions, et là, ils font des maths. La difficulté c'est de trouver les contextes et les situations qui sont assez riches, pas trop faciles, pas trop difficiles, ce n'est pas évident. Quand on en trouve une qui fonctionne, on la garde pour longtemps.

En voulant engager les élèves, les enseignants actualisent ce qui constitue pour eux faire des mathématiques. Par exemple, dans l'extrait qui précède, Scott met en évidence que lorsqu'il questionne ses élèves, il leur fait faire des mathématiques.

Le contexte permettant une démarche de recherche. Fortement lié à une certaine vision des mathématiques. Faire des mathématiques, c'est s'engager dans une démarche de recherche et le contexte permet plus aisément cette entrée dans le travail mathématique. En d'autres termes, le contexte apporte un soutien pour entrer dans ce travail. Le contexte est porteur d'information nécessaire à cette entrée et à cette démarche.

Sam	Si nous étions capables de prendre leur contexte [sous-entendu celui des élèves], mais que c'est eux-autres qui prennent des décisions…
Scott	C'est ça, en fait, l'idée du contexte, c'est qu'il y a déjà une partie de la solution que les élèves vont être capables de faire par eux-autres mêmes. Ils vont être capables de dire, ben oui, j'ai ça, et j'ai ça, et ça va faire telle affaire etc. Ils vont être capables de comprendre un petit peu l'aspect global sans aller dans le détail.

5.6.2 Constitution des raisons pratiques de l'utilisation de contextes chez les enseignants du collégial

Chez les enseignants du collégial, « contexte » est la plupart du temps synonyme de résolution de problèmes. Cette idée de résolution de problèmes est fortement liée à celle d'application.

Colin	Ils aiment les affaires, genre le billet d'avion monte de tel prix, baisse de tel prix, ça, ils vont embarquer, mais ça c'est plus en sciences humaines, après ça, un cône... pour nous-autres, **on leur met ce problème-là pour voir s'ils sont capables d'appliquer ce qu'on leur montre.**

Dans les propos des enseignants du collégial, il y a aussi cette idée de préparation à une carrière scientifique. À cet égard, les enseignants ont le souci de préparer les étudiants à diverses possibilités : physique, chimie, etc. De plus, les enseignants donnent sens à ce que les enseignants du secondaire font en utilisant des contextes ou en contextualisant. À la suite des explications de Sam par rapport à son utilisation du contexte, Corinne réagit :

Corinne	Moi ce que je veux dire, c'est ce que des étudiants qui sont post-secondaires, il faut que tu sortes de ta bulle, là.
Sam	Je suis tout à fait d'accord...
Corinne	Tu es en sciences de la nature, ce que je veux te montrer, c'est que ton calcul différentiel et intégral va te servir dans ton génie parce qu'il y a des liens avec la chimie, il y a des liens avec la physique. C'est plus ça que je veux dire. Dans la vie, il faut sortir... On peut faire des choses le fun tu sais.
Colin	... Mais, je pense que c'est comme tu as dit, on les prépare à aller en science. Moi je ne les prépare pas à aller en math, je les prépare à aller en sciences. S'ils vont en chimie, en physique, ils devraient être capables avec mes maths... Je veux les préparer. Moi je ne veux pas qu'ils soient des matheux, ils ne sont pas à l'université en maths comme nous-autres on est allé en math, ils sont au Cégep où ils apprennent plein de choses. Mais ils doivent être assez bons pour les utiliser s'ils en ont besoin un jour. « Ben moi je veux être médecin ». Ben la logique va lui servir en maudit comme médecin. Ils n'ont pas le choix, on va faire des maths, on est dans un cours de math.
Colette	C'est sûr qu'en science pure, ce n'est pas nécessairement qu'ils vont l'utiliser dans leur vie, mais on les forme comme s'ils allaient faire une vie de scientifique, dans le fond, c'est notre but, c'est l'objectif... On ne veut pas leur mentir et dire qu'ils vont l'utiliser tous les jours !

Pour elle, la manière de contextualiser des enseignants du secondaire n'est pas adéquate du point de vue de la préparation qu'elle doit offrir aux étudiants. Alors que les enseignants du secondaire voient le contexte comme un support qui permet de faire des mathématiques, elle voit plutôt l'utilisation de contextes au secondaire comme une béquille. Dans les propos de Corinne et Colin, il est évident que les mathématiques sont perçues comme pouvant servir d'outil, et utiles dans plusieurs domaines. Ceci renvoie à une perspective où les mathématiques préexistent aux éventuelles utilisation et applications qu'on pourrait en faire. Autrement dit, ceci renvoie à une vision des mathématiques selon laquelle elles doivent précéder l'utilisation (en contexte).

5.7 Discussion

À la lumière de ce qui précède, l'entrée sur les *accounts* a permis de repérer des MFM lorsqu'il s'agit d'utiliser des contextes comme enseignants du secondaire ou du collégial. Cette entrée sur les *accounts* est particulièrement intéressante puisqu'elle révèle l'invariance de certaines MFM. Par exemple, le premier type d'*account* (accomplir une tâche en contexte) peut certes paraître éloigné de la pratique des enseignants. Après tout, les enseignants peuvent peut-être soumettre des tâches comme celle présentée (comportement de l'eau) à leurs élèves ou leurs étudiants, les accompagnent, mais en font-ils eux-mêmes dans le cadre de leur pratique ? Cette question apparaît peu importante dans la mesure où l'analyse permet d'observer que les MFM qui s'actualisent autour d'une tâche comme décrire le comportement de l'eau, sont aussi celles qui s'actualisent lorsque les enseignants font le récit de l'utilisation de contextes en classe, ou encore lorsqu'ils commentent une tâche de manuel. En d'autres termes, l'entrée par cet *account* a permis de mettre en évidence des MFM familières pour les enseignants et est, par conséquent, liée à cette idée de culture dans laquelle ces enseignants évoluent.

Dans un autre ordre d'idées, ce travail a conduit à nuancer la position admise au départ par les enseignants et présentée en début de chapitre : cette idée d'avant-après lorsqu'il s'agit d'utiliser des contextes. L'analyse a permis de parcourir un certain territoire à chacun des ordres. Dans ce qui suit, je présente ce qui se dégage de chacun de ces territoires autour de la contextualisation et de l'utilisation de contexte à chacun des ordres. En d'autres termes, qu'est-ce qui globalement rassemble ce qui se fait, respectivement au secondaire et au collégial, autour de « contexte » ?

5.7.1 Ce qui se dégage globalement autour de contexte au secondaire et au collégial

Que dégager de chaque côté pour mieux comprendre la cohérence des MFM lorsque les enseignants utilisent des contextes ? En ce qui a trait au secondaire, Artigue (2004) a déjà fait valoir que la culture du secondaire se définit notamment par le caractère contextuel des connaissances. Pour Artigue, ce caractère contextuel des connaissances confère une complexité supplémentaire aux problèmes de transition. Elle explique :

> [L]'observation des enseignants montre que, pour mobiliser chez leurs élèves de telles connaissances [connaissances contextuelles], ils font de façon consciente ou non appel à la mémoire du groupe, de la classe ou alors jouent sur le contrat didactique (Brousseau, 1996, 1998) : on évoque un moment de l'histoire commune, le jour où l'on a fait telle ou telle chose et cela suffit à débloquer la situation, ou alors l'on fait discrètement référence aux règles du jeu didactique. Dans un changement d'institution, ces moyens d'action se perdent. On ne peut plus évoquer une histoire partagée et les règles du jeu didactique, largement implicites, sont à reconstruire. Une partie non négligeable des connaissances des élèves se retrouve ainsi quasiment hors d'atteinte. On ne sait pas employer les mots qui les feraient se souvenir, une partie de leur expérience mathématique devient inexploitable (Artigue, 2004, p. 6).

Aux termes de l'analyse menée à propos du contexte, il semble que le caractère contextuel de transition soit plus profond que ce que laisse présager Artigue qui, par ailleurs, n'est pas propre aux transitions interordres. En outre, on peut objecter que les références collectives peuvent tout aussi bien se perdre dans le passage d'une classe à l'autre. Artigue dit que dans le passage à un ordre subséquent, des éléments d'une histoire commune se perdent, il n'y a plus de référence collective. Ce qui suit montre que la situation est plus complexe.

Comme pour le chapitre IV, il est ici question de territoires qui se constituent à partir des MFM comme enseignants lorsqu'il s'agit de contextualiser et d'utiliser des contextes à chacun des ordres. Or, les discussions entre enseignants ouvrent plus largement sur une vision des mathématiques (en lien avec l'utilisation de contexte), une manière de les concevoir. Il peut y avoir plusieurs visions des mathématiques conduisant à des MFM différentes. C'est en ce sens qu'il est encore question de culture renvoyant à cette idée de territoire, d'espace qu'on organise; cette organisation se faisant selon une certaine vision du monde, une certaine culture. Nous argumentons par ailleurs qu'en ce qui a trait à la contextualisation et l'utilisation de contextes, les enseignants du secondaire et ceux du collégial « vivent » dans deux mondes distincts.

En fait, les MFM explicitées traduisent, au plan *informel*, deux cultures mathématiques distinctes, deux façons de faire des mathématiques. Dans un cas, celui du secondaire, il est question d'une utilisation de contextes pour faire des mathématiques, alors que dans l'autre, au collégial, il s'agit de MFM en lien avec l'illustration des mathématiques par les contextes. Qu'est-ce que faire des mathématiques en lien avec le contexte dans la culture du secondaire ? du collégial ? Dans ce qui suit, nous allons caractériser ceci en poussant plus loin l'analyse du plan *informel* de chacune des cultures.

Pour « visiter » chacun des ordres, j'ai mobilisé des éléments théoriques, notamment proposés par Janvier (1990, 1991), Janvier et Bednarz (1989) et Douady (1986), dans lesquels une vision des mathématiques est exposée. Engager ce mouvement entre ce qui se dégage des propos des enseignants et des éléments théoriques confère une complémentarité permettant de configurer cette culture à chacun des ordres. On verra que ce qui s'est constitué chez les enseignants du secondaire peut être vu sous l'angle des mathématiques contextuelles alors que chez les enseignants du collégial, cette culture peut être regardée du point de vue de ce qui sera appelé ici des mathématiques « illustrées », mises notamment en lien avec la dualité objet/outil de Douady (1986).

Il peut certes paraître étonnant, dans cette perspective ethnométhodologique, d'introduire des éléments théoriques pour évoquer ces cultures. Les tenants de l'ethnométhodologie verraient la culture comme produite par les acteurs (une culture qui ne s'impose pas à eux). Nous verrons qu'il s'agit en fait de faire entrer en dialogue une vision des mathématiques proposée par des chercheurs avec celle qui se dégage à chacun des ordres. En fait, il y a deux dialogues : un premier entre une vision des mathématiques chez Janvier et celle des enseignants du secondaire, l'autre entre les visions de Douady et celle des enseignants du collégial. Bref, j'entre dans une démarche de co-production dans laquelle les apports théoriques et empiriques sont, à la lumière du reste de la thèse, dans un rapport dialectique.

5.7.1.1 Des mathématiques contextuelles au secondaire

En jetant un regard transversal sur le territoire constitué par les enseignants du secondaire, des traits d'une culture mathématique contextuelle émergent : une culture dans laquelle les mathématiques sont « agglutinées » à un contexte, dans laquelle des processus et contenus sont travaillés dans le contexte, dans laquelle le contexte agit comme ressource pour les mathématiques, et des mathématiques qui sont parlées et imagées à travers le contexte.

Des mathématiques « agglutinées » au contexte

Lorsqu'il est question de mathématiques contextuelles, il est difficile de décoller mathématiques et contexte. Autrement dit, on parle en même temps des mathématiques et du contexte. Alors qu'on pourrait penser plus simplement qu'à travers les contextes, les enseignants travaillent des mathématiques, la situation est plus complexe. Les enseignants entrent aussi dans un jeu à l'intérieur du contexte lui-même. Ils le font évoluer en même temps que les mathématiques et les mathématiques évoluent en même temps que le contexte (jouer dans le contexte, le transformer en lien avec les mathématiques à travailler).

De plus, lorsque les enseignants jouent dans le contexte, le remuent, pour faire apparaître une progression avec en arrière-plan des mathématiques à travailler, le travail apparent reste celui qui se fait dans le contexte. Un œil averti voit bien les intentions mathématiques sous-jacentes, mais en réalité, c'est du contexte que l'on parle (par ex. le contexte de la location d'autobus). Autrement dit, travailler dans le contexte c'est aussi travailler les mathématiques et inversement, travailler des mathématiques, c'est travailler un contexte. Les deux sont fortement imbriqués; on a l'impression que le contexte et les mathématiques, c'est pareil !

Parce que les mathématiques sont agglutinées au contexte, il est évident que la manière de parler est fortement connotée par la situation. Par exemple, les nombres et les relations mathématiques évoquent la situation et on en parle en termes de grandeurs, et de relations entre ces grandeurs. Lorsque Janvier (1990) présente les mathématiques contextuelles, il met en avant qu'une caractéristique importante consiste par exemple à opérer en arithmétiques sur des mesures plutôt que sur des nombres abstraits. Si Janvier affirme que les nombres sont appréciés lorsqu'ils occupent une place de mesure, dans le cas qui nous occupe, les enseignants du secondaire mettent en évidence que les fonctions sont appréciées lorsqu'elles mettent en relation des grandeurs et permettent d'interpréter des phénomènes. Autrement dit, la fonction ne perd pas sa connotation situationnelle, elle est la représentation d'un phénomène (du comportement de l'eau, de la location d'un autobus, etc.).

Ce qui précède rejoint les propos de Janvier (1990, 1991) selon qui le raisonnement mathématique contextuel se façonne justement à l'intersection des deux domaines : domaine mathématique et ce qui relève du contexte. C'est en ce sens que les nombres par exemple seront contextualisés en mesures, les variables en grandeurs, les relations en phénomènes, etc. Le contexte contient des éléments particuliers, il est donc normal, dit Janvier, de s'attendre à ce que ces éléments particuliers jouent un certain rôle dans la manière d'aborder les mathématiques.

En bref, l'imbrication forte ou l'agglutinement mathématiques-contexte est clairement une caractéristique de ces mathématiques contextuelles. Ni le contexte, ni les mathématiques ne sont à l'avant-plan (sans quoi il serait plus facile de les distinguer !)

Des processus et contenus travaillés dans le contexte

En début de chapitre, j'ai présenté une discussion dans laquelle un enseignant du secondaire annonçait qu'en général, les enseignants du secondaire introduisent les notions par un contexte et que les explications se font en contexte. À la suite de l'analyse, il semble qu'un véritable travail mathématique soit mené dans le contexte et aille au-delà de l'introduction et de l'explication en contexte : on interprète, on analyse, on généralise, on verbalise, etc., dans le contexte. Par exemple, *interpréter* dans le contexte (des modèles, le contexte en mot/histoire) apparaît familier pour les enseignants. Peu importe ce à quoi l'interprétation fait référence (un modèle, un problème, une mise en situation), le contexte est présent (repérer un point d'un graphique dans le contexte, travailler la variation dans le contexte, etc.).

Les enseignants ont aussi montré qu'un travail de *généralisation* était possible en contexte : une façon de généraliser qui passe par un contexte. Ce que cela signifie, c'est que le travail n'est pas fait sur des concepts mathématiques abstraits, mais sur des concepts mathématiques ayant un certain sens dans le contexte. Par exemple, en parlant de croissance relativement au contexte des bactéries, on comprend bien l'idée de croissance, sans nécessairement se détacher du contexte. La manière de *verbaliser* est bien sûr aussi connotée par le contexte.

De plus, les contenus abordés prennent une connotation contextuelle. Nous l'avons vu avec la fonction rationnelle, celle-ci est décortiquée et arrimée à un contexte de sorte que chaque élément du concept soit dans le contexte : les variables, les opérations, les propriétés de la fonction.

Des mathématiques orales

Il va de soi que tout ce travail dans le contexte se fait par l'entremise d'un certain support. Or, le médium par lequel les mathématiques contextualisées sont principalement travaillées est le langage parlé. Et les mathématiques sont parlées dans les termes du contexte. Par exemple, repérer un point dans un graphique dans le contexte c'est, pour les enseignants du secondaire, dire « à 4 degré Celsius, c'est l'endroit où le volume de l'eau est égal à 1 ». Ainsi, et c'est compréhensible, le mode oral est au premier plan. Ceci ressort à travers tous les *accounts*, dans la description des MFM des enseignants du secondaire, le langage oral est très présent : « parler dans les mots du phénomène », « verbaliser en contexte », « dans les termes de la situation », « manière de parler des concepts connotée par la situation ».

Des mathématiques imagées

Dans le même ordre d'idées, faire des mathématiques en contexte c'est donc parler des mathématiques dans ce contexte et s'engager dans un discours éloquent. À l'intérieur de ce mode (de communication), on utilise des images (au sens large) pour parler et faire parler les mathématiques. Un peu comme le disait Artigue (2004, dans l'extrait présentée à la p. 215), il est difficile de raviver la mémoire d'un groupe qui ne partage pas une même histoire. Or, évoquer des images pour un enseignant, c'est en quelque sorte remédier à cette situation. Bien que ce qui précède soit proche de la stratégie d'enseignement, cela demande néanmoins aux enseignants de partir des concepts mathématiques et de trouver des manières d'en parler qui évoquent des images. Évidemment, évoquer des images passe, chez les enseignants, par le langage oral.

5.7.1.2 Des mathématiques illustrées au collégial

Dans la culture constituée par les enseignants du collégial, un rôle particulier est assigné aux mathématiques. Les concepts mathématiques ont un certain rôle de préalables par rapport aux sciences. Les concepts sont amenés en amont (par rapport aux sciences) par les définitions et les propriétés/théorèmes qui s'y rapportent, pour être ensuite utilisés dans des problèmes. Autrement dit, il y a les mathématiques, et il y a l'application. Nous avons choisi de caractériser cette culture par des mathématiques *illustrées* pour deux raisons. *Illustrées,* d'abord au sens d'exemplifiées, parce que les notions mathématiques sont mises en application dans des problèmes à titre illustratif. Ensuite parce que *illustrées* (de *lustre*) renvoie à *éclairées,* et au collégial, l'éclairage est justement mis sur les mathématiques.

Nous avons vu, dès le départ, les enseignants du collégial associer le contexte à la résolution de problèmes. Il semble familier pour les enseignants du collégial de trouver des problèmes en contexte (scientifique, économique, etc.) dans lesquelles les mathématiques développées préalablement peuvent être appliquées. D'ailleurs, des propos même de Corinne, les manuels (de calcul différentiel, par ex.) sont pleins de ces problèmes/applications. Cet aspect de la culture du collégial est donc bien ancré dans les institutions, c'est-à-dire passé aux plans explicites de cette culture (*formel* et *technique*).

Les enseignants veulent illustrer que les mathématiques vues peuvent être appliquées et par ailleurs, ils vérifient si les étudiants peuvent correctement les mettre en application. Ils cherchent en quelque sorte à justifier, *a posteriori*, ce qu'ils ont développé en mathématiques, justification selon un point de vue « scientifique » qui n'est peut-être pas étranger au fait que leurs étudiants se destinent généralement à des programmes universitaires en sciences.

Les enseignants du collégial parlent donc d'application. Selon Janvier (1991), lorsque la perspective des mathématiques en est une d'application, le concept mathématique a un statut en soi par rapport à d'autres concepts mathématiques et n'a donc pas de teneur contextuelle. Or, devant les problèmes, les enseignants doivent mettre en relation les mathématiques et des éléments du contexte. Comment le font-ils ? Autrement dit, qu'est-ce que faire des mathématiques comme enseignants lorsque la culture en est une de mathématiques illustrées ?

Une correspondance univoque entre des éléments du problème et des éléments mathématiques

Les enseignants du collégial font correspondre des éléments mathématiques aux éléments contextuels d'un problème. Inversement, lorsqu'ils font face à des problèmes en contexte, ils cherchent à lui faire correspondre des mathématiques (à l'étude). Dans ce cas, leur travail consiste à « injecter » des mathématiques exploitables dans le problème. Rappelons-nous de Corinne et Colette, décontenancées devant la tâche du comportement de l'eau, devenir plus à l'aise lorsqu'elles ont pu injecter des considérations sur des limites et sur des taux de variation dans la tâche demandée, et s'imaginer alors l'exploiter avec des étudiants. Ainsi, les enseignants ont un regard sur les problèmes (ou les phénomènes) orienté par les mathématiques. Dans ce qui précède, la correspondance ou le repérage des mathématiques exploitables est assuré par l'enseignant. Il va tenter de repérer dans une situation une tâche mathématique à faire, dans un problème des opérations à effectuer, des résultats à invoquer, des démarches standard à mettre en œuvre.

D'un autre côté, les enseignants peuvent aussi faire chercher à prévoir les contextes d'utilisation quand ils présentent des concepts mathématiques. Ils connaissent les domaines d'application des objets qu'ils présentent et peuvent prévoir l'utilisation de certains concepts lorsqu'ils les présentent (la dérivée utile pour trouver des minimums et des maximums, pour résoudre des problèmes de « taux liés », etc.).

Des mathématiques outils

Les enseignants parlent aussi des notions mathématiques en termes d'outils. Ce n'est pas sans rappeler les travaux de Douady. Il semble exister, pour les enseignants, un jeu entre un travail proprement mathématique et un travail avec des outils que les mathématiques fournissent. Par exemple, à l'instar de Douady, chez les enseignants du collégial, la référence au mathématicien est importante. Pour Douady, une part importante de l'activité du mathématicien consiste à résoudre des problèmes. Toujours selon Douady, pour ce faire, ils sont amenés à créer des outils conceptuels (pour résoudre leurs problèmes) qui sont ensuite décontextualisés et formulés de la façon la plus générale possible. Le concept-outil ainsi généralisé prend alors le statut d'objet. Du point de vue de l'enseignement, elle parlera de réification progressive, à savoir commencer par travailler les notions en tant qu'outils pour graduellement les objectiver, au fur et à mesure du travail. Or, pour les enseignants du collégial, il semble que cette transition entre l'outil et l'objet se fasse dans le sens inverse.

Selon la manière dont ils en parlent, les enseignants du collégial considèrent que les notions qu'ils enseignent et qu'ils utilisent à titre d'outil ont été élaborées par des mathématiciens : la conceptualisation leur revient. Dans leur contexte d'enseignement, ce qu'ils présentent aux étudiants est en quelque sorte déjà achevé, déjà réifié. Comme le mentionne Corinne, pour résoudre des problèmes, ça prend des outils. Ainsi, les enseignants présentent des concepts/objets d'abord et les utilisent à titre d'outil ensuite, entre autres dans des problèmes d'application.

Des mathématiques « achevées »

Pour faire suite à ce qui précède, comme mentionné, les mathématiques avec lesquelles les enseignants travaillent sont déjà achevées[90]. Alors que dans la perspective des mathématiques contextuelles, on confère un rôle central au contexte, ici le contexte n'affecte pas ces mathématiques. Bien sûr, on utilise ces mathématiques à titre d'outil, mais le statut des objets mathématiques ne bouge pas. En d'autres termes, le contexte n'interfère pas et n'apporte rien de plus aux mathématiques. Autrement dit, ces mathématiques sont considérées toujours « à l'interne », sans que les éléments apportés de l'extérieur (notamment des contextes) ne viennent les influencer. En ce sens, d'une part, le rôle du contexte sera évidemment moins important dans cette perspective. D'autre part, lorsqu'on tentera de faire intervenir des

[90] Cela ne signifie pas que les enseignants du collégial pensent que les mathématiques n'évoluent pas ou ne sont pas vivantes, mais dans la manière dont les mathématiques sont utilisées, ils travaillent avec des mathématiques achevées.

éléments du contexte dans les mathématiques étudiées, le passage à un travail plus général se fera difficilement, à moins que cette généralisation ait déjà été complétée en amont.

Des mathématiques écrites et symbolisées

Comme pour les enseignants du secondaire, les mathématiques travaillées par les enseignants du collégial sont conduites selon un certain mode. Lorsqu'on cherche à appliquer des outils, mettre en action des formules, opérer dans des problèmes, le mode privilégié est celui des mathématiques écrites et symbolisées. Les enseignants l'ont mentionné, le contexte est accessoire, il sert peu ou pas. La résolution des problèmes se fait mathématiquement. Nous l'avons vu aussi avec Corinne et Colette : elles ont vite passé au mode écrit dans la tâche d'interprétation d'un modèle.

5.7.1.3 Ce qui se dégage

Comme le fait valoir l'analyse précédente, il y a plus que les questions de mémoire et de rappel que mettait en évidence Artigue (cf. §5.7.1). Les mathématiques contextuelles sont sophistiquées et peuvent être tout aussi complexes que des mathématiques dites décontextualisées.

Il aurait été intéressant d'investiguer la transition au-delà de l'utilisation de contextes, c'est-à-dire en ce qui a trait au travail « hors contexte ». Ce qui peut cependant être dégagé des MFM des enseignants du secondaire, c'est qu'il semble y avoir une certaine cohérence liée à un détachement progressif du contexte. Les concepts introduits au secondaire semblent connotés, pour les enseignants du secondaire impliqués dans cette recherche, par un contexte (on ne parle pas de fonction rationnelle au départ, mais de la situation de location d'autobus). On explore les caractéristiques de la fonction à travers le contexte en introduisant aussi les représentations (règles et graphique) qui sont aussi connotés : la règle permet de trouver le coût par personne, le graphique en offre une représentation. Autrement dit, le contexte sert de support aux mathématiques travaillées. Graduellement, c'est la représentation qui deviendra le support lorsque les enseignants évacuent le contexte (rappelons-nous les propos de Sam en lien avec la fonction exponentielle au chapitre précédent, §4.1). L'exploration de la fonction se poursuit notamment dans le registre graphique. Ainsi, les propriétés (zéros, domaine, co-domaine, croissance, décroissance, etc.) sont associées aux représentations.

De la même manière, les enseignants du collégial utilisent parfois des contextes autrement qu'en fin de parcours pour mettre en application les outils vus précédemment. Or, Colette le mentionnait, lorqu'on utilise des contextes pour travailler en amont au collégial, le passage aux mathématiques « décontextualisées » est difficile pour eux. Rappelons qu'au collégial, les enseignants travaillent parfois sur des concepts unificateurs et alors, il est difficile de trouver des situations fondamentales (au sens de Brousseau, 1998) et partir du contexte ne pourrait se faire systématiquement (comme le mentionne Robert, 1998). Bien que ça ne semble pas refléter ce que les enseignants font couramment au collégial, mieux comprendre le travail en contexte pour introduire des concepts serait intéressant pour les questions de transition, notamment lorsqu'on voit comment se font les mathématiques en contexte au secondaire.

Le thème du contexte a été récurrent au point où à la séance 3 (14 avril 2011), j'ai proposé aux enseignants de travailler autour du contexte dans une perspective d'harmonisation. C'est ce que j'aborde dans ce qui suit.

5.7.2 Une tentative d'harmonisation

Dans le cadre des rencontres, le contexte a semblé un réel enjeu dans la mesure où nous avions effectivement constaté que les MFM relatives à la contextualisation étaient très différentes d'un ordre à l'autre. J'ai d'ailleurs proposé aux enseignants une tâche d'harmonisation : entre deux séances, j'ai analysé sommairement ce qui ressortait chez les enseignants du secondaire et du collégial, et j'ai élaboré la tâche à partir de cette base. Je l'ai soumise aux enseignants à la séance suivante.

À la troisième séance, nous sommes revenus sur l'enjeu du contexte dans la transition secondaire collégial. J'avais préparé un compte rendu de ce qui ressortait sur contexte dans les premières séances et nous avons discuté du contexte en général (j'y reviens dans la quatrième partie de cette section (voir §5.5). À la suite des discussions, j'ai présenté au tableau quelques différences notables et quelles pourraient être les filiations possibles. Voici ce qu'affichait le tableau :

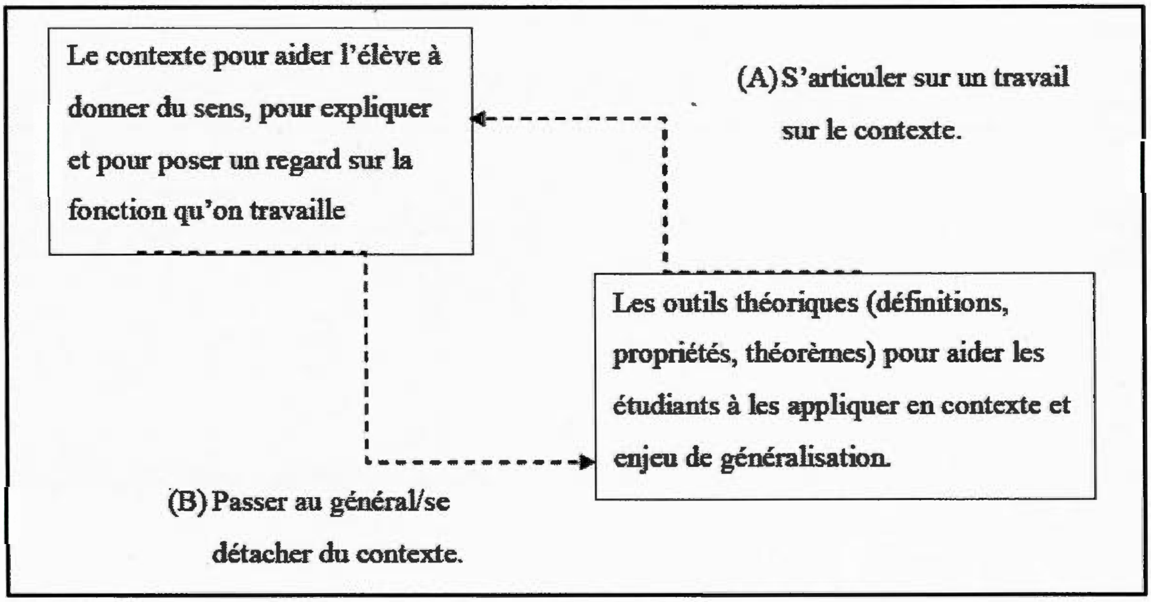


Figure 5.1 Schéma esquissé au tableau comme base pour travailler à une harmonisation possible

Comme suite à la discussion, j'ai demandé aux enseignants du secondaire de partir d'un contexte utilisé pour travailler une fonction à l'étude et de voir comment ils se détachent graduellement du contexte. J'ai demandé à ceux du collégial de contextualiser, « à la manière du secondaire », un concept important dans le cadre de leur cours, comme s'ils devaient l'introduire de cette façon. Je prévoyais faire travailler les enseignants du secondaire ensemble et ceux du collégial de leur côté. D'emblée, on me répond :

Sam	Est-ce que je peux changer de bord, j'ai une idée comment l'expliquer !? [Il veut aller avec le collégial et tout le monde rit]
Corinne	Ah, je suis contente s'il a un contexte !

Ce qui précède donnait le ton au travail qui allait se faire. En fait, je ne voulais pas que les enseignants du secondaire prennent en charge le travail à faire au collégial et vice versa (peut-être qu'il aurait été intéressant de le faire), mais plutôt qu'ils se mettent dans la position de l'autre, qu'ils essaient de comprendre cette position. Les enseignants du secondaire ne se sont pas vraiment investis dans la tâche alors que les enseignants du collégial présents ont produit une tâche en contexte. Colette présente la tâche en contexte :

Corinne	[Comme si elle s'adressait à des étudiants] « Bon, vous [les étudiants] revenez d'un *party* qui se passait à Québec. Vous êtes en voiture, tout le monde est de bonne humeur. Il y a un chauffeur désigné, la soirée est avancée et puisque tout le monde a hâte de revenir à la maison, la voiture fait un peu de vitesse. Il y a un peu de brouillard, en fait, le brouillard arrive tout à coup, et la circulation est arrêtée. Et là, il y a un accident. Entre le moment où le conducteur appuie sur le frein et le moment de l'impact, il s'est passé 5 secondes. » À ce moment, je donne le graphique de la position de l'objet en fonction du temps, et on demanderait quelle est la vitesse au moment de l'impact et est-ce qu'on peut déterminer si la personne faisait de la vitesse. On donnerait certains points : après 1 seconde, il était à tant de distance de l'objet (la voiture arrêtée). La, à un moment donné, on peut calculer les taux de variation. Tu sais, je sais qu'à un moment donné, ils [les étudiants] vont calculer les taux de variations moyens, donc la vitesse moyenne, mais là je veux savoir au moment de l'impact. Moi je me suis dit, je ne sais pas vous autres ce que vous en pensez [s'adressant aux enseignants du secondaire], j'imagine que l'étudiant va commencer entre 4 et 5 secondes, il mesure la vitesse à ce moment-là, après ça, 4,5 et là tu estimes… S'ils ont vu les notions de limites, bien qu'ils arrivent à donner la définition de la dérivée, c'est une limite et une pente de sécante.

Dans ce qui précède, Corinne présente la situation élaborée par Colin, Colette et elle-même. Les enseignants du collégial ont réellement répondu à la demande en élaborant une mise en situation, MFM qu'on retrouve davantage chez les enseignants du secondaire d'après l'analyse. Or, elle poursuit la présentation du problème en revenant sur des MFM dégagées chez les enseignants du collégial. Les MFM des enseignants du secondaire ont été comprises comme un « enrobage » des mathématiques. Autrement dit, il n'y a pas vraiment de mathématiques à exploiter **en restant dans le contexte** dans sa mise en situation.

En effet, rapidement, le contexte est évacué. Lorsqu'elle dit « entre le moment où le conducteur a appuyé sur les freins et le moment de l'impact, il s'est passé cinq secondes », il n'est pas question d'une explication, ni d'une réflexion autour du phénomène, mais plutôt d'une transmission de données par rapport au phénomène. Aussi, mentionne-t-elle, elle fournit les modèles, les grandeurs auxquelles on s'intéresse et une question. L'intervention qu'elle fait à la toute fin met en évidence qu'elle cherche à ce que les étudiants utilisent des notions vues préalablement et qu'ils arrivent à une définition de la dérivée. En fait, il semble que les trois enseignants cherchent davantage une situation d'introduction à la dérivée, la limite aurait été vue auparavant, plus que de résoudre réellement le problème. En ce sens, ils cherchent à répondre au contrat dans lequel la chercheuse les engage, plutôt comme situation d'amorce.

Les discussions qui suivent entre les enseignants du secondaire et du collégial sont très riches du point de vue d'une incompréhension du territoire de l'autre, mais n'ouvrent pas sur une harmonisation. Voici par exemple une réaction de Sam à ce que propose les enseignants du collégial :

Sam	Le but c'est juste mathématique, non ? Il me semble que... « tu es policier, il y a une auto qui s'en vient, et BANG, il rentre dans le mur. On sait que 5 secondes avant, il roulait à telle vitesse, et là, il rentre dans le mur. À quelle vitesse est-il rentré dans le mur. » Il me semble que je partirais juste comme ça. Il roulait à 120 km/h, et on sait qu'il a appliqué les freins 5 secondes avant, à quelle vitesse est-il rentré dans le mur ?
Corinne	Comment vont-ils arriver à modéliser ça ? Tu ne donnes pas de modèle pantoute ? [c'est-à-dire « pas du tout »]
Colin	Parce qu'eux autres le savent en général quand ils font leur enquête. La plupart du temps, ils vont dire « l'impact c'est fait à tant de [km/h] ». C'est pour ça que je me demandais s'il n'avait pas déjà un modèle déjà tout fait.

Dans ce qui précède, Sam semble vouloir s'engager dans une modélisation à partir du contexte, alors que les enseignants du collégial sont plutôt à la recherche d'une modélisation achevée. Tout au long des discussions, les enseignants restent campés dans leur territoire et s'engagent sans nécessairement saisir ce qui se passe dans le territoire de l'autre. Plusieurs hypothèses peuvent être envisagées pour expliquer ceci. J'y reviendrai dans la discussion finale.

CHAPITRE VI

À PROPOS DES FONCTIONS : ANALYSE DES ETHNOMÉTHODES MATHÉMATIQUES ET D'UNE TRAJECTOIRE D'HARMONISATION

Le thème des fonctions a occupé une place prépondérante dans le cadre des rencontres de l'activité réflexive[91] (plus du tiers des séances). Des MFM à propos de ce contenu ressortent déjà des analyses réalisées dans les chapitres précédents, même si ces analyses vont au-delà de ce thème (ils concernent parfois les fonctions, mais aussi d'autres contenus d'enseignement). Ainsi, ces analyses viennent éclairer des MFM quand il est question de symboliser des fonctions (cf. chapitre 4) ou d'utiliser des contextes au cœur du travail de modélisation sur les fonctions (cf. chapitre 5). Je reviendrai sur ces divers résultats dans la discussion (cf. chapitre 7). D'autres MFM à propos des fonctions peuvent également être dégagées des données. C'est ce dont il est question plus particulièrement dans la première partie de ce chapitre. Elles ont trait au travail sur les modes de représentation (tableau de valeurs, tableau de variation, graphique, expression symbolique) et viennent éclairer ce que veut dire faire des mathématiques avec ces modes de représentation.

Ce thème des fonctions a, par ailleurs, permis d'explorer plus en profondeur la perspective d'harmonisation. En effet, contrairement au thème du symbolisme dans lequel une trajectoire d'harmonisation a été repérée mais s'est ébauchée de manière informelle, et au thème du

---

[91] Il a été retenu par les enseignants lors de la rencontre d'information (*infra* §3.2.1.3). Ce contenu apparaît important dans l'activité professionnelle des enseignants du secondaire (il fait partie des programmes de 4[e] et 5[e] secondaires, en constitue une partie importante en termes de temps) et dans celle du collégial (il est repris dans les deux premiers cours de calcul différentiel et intégral du cégep). Comme ce contenu est commun aux deux ordres, il était intéressant de s'y intéresser pour comprendre les MFM qui se constituent à propos des fonctions à chacun des ordres.

contexte dans lequel les différentes tentatives d'harmonisation se sont avérées peu fructueuses, ici, un travail d'harmonisation explicite a pris place à l'intérieur de la séance 2 (14 mars 2011). Cette analyse est présentée dans la deuxième partie de ce chapitre.

Lorsqu'on retrace les MFM à propos des fonctions dont attestent les enseignants ainsi que la trajectoire d'harmonisation dans cette séance, on constate qu'une situation de *breaching*, ayant servi de base de discussion, s'est révélée particulièrement importante. Elle a été présentée aux enseignants à la première séance (14 janvier 2011), et a donné lieu à des discussions riches (ces données sont reprises pour l'analyse à la section 6.1). J'ai pu en faire le compte rendu[92] après la première séance et le proposer aux enseignants à la séance suivante (14 mars 2011). D'autres discussions ont alors émergé à partir desquelles nous avons élaboré des tâches d'« harmonisation » en partant de ce qui ressortait. Cette situation de départ et les discussions qui ont suivi ont ainsi permis à la fois de faire ressortir les « codes » de signification partagés par les enseignants à chacun des ordres (des MFM avec les modes de représentation, des manières de donner sens à ceux-ci) et enclenché un travail d'harmonisation. Ce travail d'harmonisation fait l'objet d'une analyse dans la deuxième partie (voir §6.2).

6.1 Analyse des ethnométhodes mathématiques dont attestent les enseignants, plus spécifiquement liées au travail sur les modes de représentation

Un premier repérage dans le verbatim de la rencontre (séance 1) fait ressortir des MFM, comme enseignants, qui peuvent être rattachés à la dimension institutionnelle du travail sur les fonctions tel qu'il est explicité dans les programmes du secondaire et du collégial (voir tableau 6.1 ci-dessous). En ce sens, ces MFM auraient pu être déduites *a priori* d'une analyse des programmes (qui les rend en quelque sorte explicites). Il apparaît toutefois pertinent, avant d'entrer sur la dimension implicite des ethnométhodes, de les reprendre pour montrer comment s'actualisent dans ce cas ces MFM.

---

[92] Ce compte rendu est une reconstruction des éléments discutés et mis en évidence dans la séance 1. Il ne tient pas compte (et ne pouvait de toute façon le faire à cette étape) de l'analyse fine qui sera réalisée *a posteriori* (cf. partie 1 de ce chapitre).

Tableau 6.1

Extraits des programmes du secondaire et du collégial

Programme du 2^e cycle du secondaire	Programme du collégial
Au 2^e cycle du secondaire, les élèves améliorent leur capacité à évoquer une situation en faisant appel à plusieurs registres de représentation et à passer d'un registre à un autre, sans restriction. Par exemple, les fonctions peuvent être représentées graphiquement ou sous forme de tableau ou de règle, et chacune de ces représentations — complémentaire ou équivalente aux autres — est porteuse d'un point de vue qui lui est propre. Les élèves en arrivent à analyser et à traiter des situations où interviennent un ensemble de concepts et de processus algébriques. Ils établissent des liens de dépendance entre des variables, modélisent des situations, les comparent, les optimisent au besoin et prennent, le cas échéant, des décisions éclairées au regard de celles-ci (MELS, 2012).	Éléments de la compétence (Reconnaître et décrire les caractéristiques d'une fonction représentée sous forme d'expression symbolique ou sous forme graphique). 1. Reconnaître et décrire les caractéristiques d'une fonction représentée sous forme d'expression symbolique ou sous forme graphique. 2. Déterminer si une fonction a une limite, est continue, est dérivable, en un point et sur un intervalle. 3. Appliquer les règles et les techniques de dérivation. 4. Utiliser la dérivée et les notions connexes pour analyser les variations d'une fonction et tracer son graphique. 5. Résoudre des problèmes d'optimisation et de taux de variation (MELS, 2010).

A priori, s'intéresser à comprendre les MFM comme enseignants autour du concept de fonction, c'est en quelque sorte se poser la question : « Qu'est-ce que faire des mathématiques avec les fonctions au secondaire et au collégial ? »

Dans le cas du secondaire, le programme met clairement en évidence l'importance que vont jouer différents modes de représentation (tableau de valeurs, graphique, écriture symbolique), le passage d'un mode de représentation à un autre et la modélisation des situations. On peut donc s'attendre à ce que des MFM (toujours comme enseignants) s'actualisent autour de ces attentes institutionnelles. Par exemple, on peut s'imaginer que l'enseignant qui fait des mathématiques à propos des fonctions atteste de certaines manières de faire telles celles de : passer d'un mode de représentation à un autre, établir des liens entre les divers modes de représentation, travailler d'une certaine façon dans chacun tel mode de représentation. Toutefois, cela ne dit pas quelles formes plus précises vont prendre ces MFM. L'analyse des données recueillies permet d'entrer sur ces MFM qui s'actualisent à propos des modes de représentation.

De la même façon au collégial, le programme met en évidence un travail centré sur l'étude des caractéristiques locales d'une fonction, cette analyse et la construction du graphique passant par un certain nombre d'outils (dérivée, limite, continuité, etc.). On peut donc s'attendre là aussi à ce que des MFM s'actualisent autour de ces attentes institutionnelles. Quand l'enseignant fait des mathématiques à propos des fonctions, il atteste de certaines MFM telles : reconnaître des caractéristiques d'une fonction représentée sous forme d'expression symbolique ou sous forme graphique, avoir recours à des outils pour analyser la fonction, tracer le graphique en s'appuyant sur ces outils. Toutefois, cela ne dit pas quelles formes plus précises vont prendre ces MFM que constituent les enseignants. L'analyse des données permet d'entrer sur ces MFM à propos de certains outils (ex. le tableau de variation) utilisés pour analyser une fonction ou en construire le graphique.

6.1.1 Une analyse des MFM au secondaire et au collégial

Dans les discussions avec les enseignants, différentes MFM sont apparues, liées au travail sur les divers modes de représentation à propos des fonctions. Voici ce qui ressort globalement de l'analyse, d'abord au secondaire et ensuite au collégial.

- *Associer* un tableau de valeurs, un graphique, ou une écriture symbolique à un modèle de fonction (parmi ceux à l'étude). Dans les extraits suivants les enseignants attestent de telles manières de faire, et ce dans différents types d'*accounts* (engagement dans une tâche impliquant un tableau de valeurs – l'action; récit de ce que l'on fait avec le tableau de valeurs – récit de l'action).

Sam	[À la vue du tableau de valeurs, cf. tâche 1, Appendice C] Je serais curieux de voir ce que ça donne en partant [sous-entendu à quel type de fonction on a affaire]. [Plus loin dans un account où il décrit ce qu'il fait à propos du tableau de valeurs] En secondaire III, quand […] on va donner des tables de valeurs on va demander […] si c'est une droite, essayer de trouver de quelle fonction il est question à partir de la table de valeurs.

Sandra	[À la vue d'un tableau de valeur, cf. tâche 1, Appendice C] Ok, ça descend jusqu'ici… je pensais que ça pouvait être une valeur absolue mais non.

- *Esquisser* (l'allure globale d') un graphique à partir d'un tableau de valeurs ou d'une écriture symbolique (en utilisant les paramètres). Dans les extraits suivants, par exemple, les enseignants du secondaire attestent de telles MFM à travers un *account* qui relève de l'action (extrait 1) et un *account* qui est un récit de pratique (extrait 2).

Scott	[à propos de l'exemple $f(t)=1500^{e-0,2t}$ pris dans un manuel du collégial] [...] pour faire une esquisse, une allure, ça prend deux secondes. Effectivement, avec l'exponentielle, c'est que les paramètres, le *a* le *h* particulièrement, les valeurs sont positives [gesticule une courbe pour illustrer]. T'as le signe du *b* [–0,2]. C'est tout.

Serge	Quand on fait tracer l'esquisse d'une courbe, mettons *x carré* [x^2] puis $(x-3)$ *au carré* + 5[$(x-3)^2+5$], les élèves vont voir que la forme de celle-là va être la même que $y=x^2$. Il y a des translations, mais, si on veut [mime le gros bon sens]...
Scott	La variation...
Serge	... va demeurer la même.

- *Établir des liens* entre les divers modes de représentation (tableau de valeurs, graphique ou écriture symbolique) et les caractéristiques d'une fonction (un type de variation, un sommet, des asymptotes, etc.). Dans les extraits suivants les enseignants attestent de telles manières de faire, et ce dans différents types d'*accounts* (types de tâches du secondaire; descriptions d'actions).

Scott	À partir d'un tableau de valeurs, ou dans un contexte, on pourrait chercher à voir quelle sorte de variation, voir comment varie la valeur de la fonction quand le *x* varie d'une certaine façon.

Serge	[En référence au graphique] En fait, c'est ça. Tu changes différents paramètres [à partir d'une fonction de base] et tu peux constater que, il y a toujours quelques chose qui... Les caractéristiques de variation changent pas.

Serge	... bien là, on établit que $f(x)$ égale *x* carré [$f(x)=x^2$]. Ben là on peut... des fois, on y va par la constatation des caractéristiques, ça porte des caractéristiques graphiques, deux branches symétriques, un sommet. Tout ça mais aussi des caractéristiques de variation.

Ces différentes manières de faire sont imbriquées à un certain *rationnel* qui leur donne sens : les enseignants du secondaire ont ces MFM parce qu'ils ont des *attentes* vis-à-vis des élèves *fortement articulées à la reconnaissance d'une famille de fonctions*. Scott et Sandra disent par exemple :

Scott	Au secondaire, moi je serais content si un élève qui finit le secondaire peut partir d'une situation, d'une table de valeurs, même d'une équation [...] à partir d'une situation, il peut se faire une table de valeurs, et il peut reconnaître le type de fonction. À partir de la règle, qu'il soit capable de reconnaître ça c'est une rationnelle, ça c'est une exponentielle. Il faudrait qu'au moins ça, ça soit solide.

Sandra	Nous au secondaire, quand on étudie une fonction c'est celle-là [sous-entendu une fonction particulière], c'est normal qu'ils aient de la difficulté quand... [Elle s'adresse à Corinne] Toi, tu mélanges un paquet de fonctions, dans le fond, c'est ça ?

Ces attentes envers les élèves (et liées à des considérations institutionnelles) agissent comme une ressource structurante (Lave, 1988) de ces MFM avec les modes de représentation : le mode de représentation est travaillé à travers cette lunette, on lui associe un type de fonctions, un type de variation, on esquisse le graphique et ces MFM viennent structurer, en retour, cette reconnaissance d'une famille de fonctions (elles sont une part importante de ce que veut dire reconnaître une famille de fonctions). Sandra anticipe même les difficultés que les étudiants arrivant du secondaire peuvent éprouver. Ce rationnel (ces raisons qui font que les MFM en lien avec les fonctions et les modes de représentation sont faites de cette façon) est fortement lié aux exigences institutionnelles.

De la même manière, au collégial, différentes MFM à propos des modes de représentation se dégagent de l'analyse des données. Voici quelques exemples de celles-ci :

- *Retracer* le comportement de n'importe quelle fonction à partir d'une expression symbolique ou d'un graphique. Dans les extraits suivants Corinne atteste de cette MFM dans un type d'*accounts* : elle explique comment elle exploiterait une tâche au collégial.

Corinne	[À partir d'un graphique] [...] justement, quand ça croît de plus en plus vite, le taux de croissance, comment on pourrait le calculer... Je travaille avec les pentes, beaucoup en traçant les pentes, [...].

- *Mobiliser des outils* pour retracer ce comportement et tracer le graphique. On le voit dans l'extrait précédent, Corinne mobilise les pentes comme outil pour retracer le comportement d'une fonction. Dans ce qui suit, Colette laisse voir que le tableau de variation est un outil, avec d'autres outils conceptuels (la dérivée par exemple) permettant de se guider pour tracer le graphique d'une fonction complexe.

Corinne	Il y a un but à faire le tableau [sous-entendu le tableau de variations, cf. tâche 2, section 3.3.2.2]. À partir de l'étude de signes, les dérivées, les dérivées secondes, il faut trouver son domaine avant, il faut tracer le graphique d'une fonction qui est complexe. Ce ne sera pas juste une quadratique, il y a toutes sortes d'affaires mêlées tu sais [s'adressant à un enseignant du secondaire] puis là, ...la seule façon de s'orienter, bien c'est le tableau de variations. Puis en plus il y a la concavité, les flèches ne sont pas droites, il y a de la concavité.
Colin	C'est ça. Pour eux autres [les étudiants] ce qu'on fait dans le tableau, il y a quand même un sens.

- *Anticiper les comportements limites* d'une fonction en tout point, à partir de différents modes de représentation.

Colin	[À propos de la MFM avec les fonctions au secondaire]. On ne regarde pas les variations entre chaque valeur [sous-entendu comme vous le faites au secondaire avec un tableau de valeurs], on regarde où ça s'en va finalement. C'est un petit peu différent...
Corinne	[À partir du graphique] Je travaille avec les pentes, beaucoup en traçant les pentes, c'est le même taux de croissance [se référant à deux courbes]. Si on regarde à un moment précis, alors oups, on va avoir autre chose. Donc le fait de jouer avec ça...

Ces manières de faire sont imbriquées à un certain rationnel (qui comme au secondaire sont de l'ordre d'exigences institutionnelles) qui vient les façonner : une certaine vision des concepts (dérivées, limites, etc.) ou des modes de représentation (tableau de variation) vus comme des outils ; et associées des finalités liées au cours de calcul différentiel et intégral (comme on peut le voir dans les propos de Corinne ci-dessous). On dira globalement qu'on s'intéresse à anticiper et reconstituer le comportement de fonctions plus complexes qu'au secondaire, d'utiliser des outils pour mieux tracer le graphique qui rend compte de ce comportement.

Corinne	Au collégial, le but du premier cours de calcul c'est d'arriver à utiliser des outils pour être capable de... un des buts c'est de tracer le graphique de la fonction, connaître le comportement de la fonction à peu près en tout point. [...] Si je demande de tracer racine de x [$\sqrt{x}$], ils vont être capables. Mais si je complique l'affaire, comme racine de x^2 + quelque chose [$\sqrt{x^2+\cdots}$], là, je sais pas à quoi ça ressemble. À partir d'une expression algébrique, ça va être de dire : cette fonction est définie pour quelles valeurs ? Y a-t-il des discontinuités ? Y a-t-il des asymptotes ? Croissance, décroissance ? Sur quels intervalles ?
Colette	Peu importe la fonction qu'on leur donne, construite à partir de fonctions connues... Au collégial, on a l'outil « dérivée » qui nous permet d'aborder n'importe quelle fonction alors qu'au secondaire vous ne l'avez pas, c'est pour ça que vous abordez des classes de fonctions.

Ce premier repérage des MFM à chacun des ordres à propos des fonctions et des modes de représentation met en lumière certaines particularités à chacun des ordres, qui permettent certes de distinguer les ordres secondaire et collégial (il en sera question dans la deuxième partie de ce chapitre). Or, bien que les enseignants actualisent leurs MFM, elles restent très proches de ce qui aurait pu être dégagé d'une analyse institutionnelle (qui relève de l'explicite). Au-delà de ce premier repérage, comment investiguer les MFM du point de vue de ce qui relève de l'implicite ? Les données, notamment autour d'une situation précise (cf. situation de *breaching*, Appendice C), permettent d'entrer sur une analyse via l'indexicalité, en termes de « procédures interprétatives » (également de l'ordre des ethnométhodes). L'indexicalité est très liée à la capacité d'interprétation des enseignants, à ce que Garfinkel (1967) nomme les « procédures interprétatives » indissociables de l'action : donner sens et compléter l'information. Les procédures interprétatives sont ces procédures que les acteurs mettent en œuvre pour « enquêter » sur leur monde quotidien[93]. Comment les enseignants donnent-ils sens à leur travail autour du tableau de valeurs et du tableau de variation. Comment cela vient-il préciser les MFM ?

---

[93] Elles servent à reconnaître la pertinence des règles [...] et à les convertir en comportements pratiques, ce sont des manières d'enquêter (voir chapitre II, §2.2.1).

6.1.2 Une analyse en termes de procédures interprétatives pour entrer sur ce qui relève de l'implicite

Dans l'analyse qui suit, l'intérêt est porté sur ce qui est « en train de se faire » dans les interactions entre enseignants autour d'une tâche. Il a été possible d'entrer dans une analyse des ethnométhodes mathématiques en termes de manières de faire, de circonstances et de rationnel au chapitre 4, via les *accounts* pour dégager des manières de faire et un rationnel au chapitre 5. Maintenant, compte tenu de la tâche proposée aux enseignants, c'est une analyse en termes d'indexicalité et de procédures interprétatives qui est présentée ici.

6.1.2.1 Une entrée dans l'analyse en termes d'indexicalité via les procédures interprétatives

Rappelons que l'indexicalité, ce sont toutes les significations qui s'attachent à un mot ou à une action. Dans le cadre des rencontres, j'ai proposé des tâches pour fin de discussion. Les enseignants ont abordé celles-ci en les interprétant, en leur attribuant un sens, bref, en brisant en quelque sorte l'incomplétude des tâches proposées (qui se complètent lorsqu'on en fait quelque chose). En ethnométhodologie, un mot (ou une action) a une dénotation distincte dans toutes les situations dans lesquelles il est utilisé (Coulon, 1993). Par exemple, devant une tâche de manuel ou devant l'objet fonction, la signification de la tâche ou de l'objet est relative à l'acteur qui en fait quelque chose.

Autour de ce qui a été proposé (voir 6.1.2.2 et Appendice C pour la description complète de la tâche), bien que les enseignants discutent d'une même tâche, ce qu'ils en font connote la tâche, lui donne sens. Autrement dit, par leurs procédures interprétatives, les enseignants complètent l'information relativement à ce qui leur est présenté (indexicalité) en « enquêtant » d'une certaine façon sur les modes de représentation (et sur les fonctions) au secondaire et au collégial, et donnent ainsi sens à ces objets.

La tâche proposée aux enseignants leur demande de passer par des « caractéristiques indicatives » et exige de leur part d'aller « au-delà de l'information donnée » par la tâche. La tâche, comme tout ce qui est inclus dans la tâche (concepts, représentations, symbolisme, etc.), est incomplète. Comment les enseignants la complètent-ils ? Ils l'indexent (au sens d'index, le doigt qui indique) à des circonstances, à un sens et à un rationnel. Comme il en sera question plus bas, les enseignants « enquêtent » sur les tâches de diverses façons : ils la positionnent par rapport à leur pratique, y voient un potentiel dans certaines circonstances, des limites dans d'autres, etc. À travers ce travail d'enquête et d'indexation, on entre sur le sens que prend le tableau de valeur, la construction d'un graphique, la variation, etc.; une manière d'enquêter particulière sur ces objets, qui leur donne sens et qui est liés aux MFM identifiées précédemment. Le principe de complétude permet à l'enseignant de constituer le sens de l'action et de le maintenir.

6.1.2.2 La tâche proposée : fonctions, tableau de valeurs et tableau de variations

Pour amorcer une discussion sur le thème des fonctions avec les enseignants, nous avons proposé la tâche des tableaux de valeurs et de variation (déjà présentée au chapitre 3, mais aussi disponible à l'Appendice C). Il s'agit de la première tâche proposée aux enseignants comme base de discussion (donc au tout début du projet, dans l'activité réflexive). Cette tâche a été pensée, rappelons-le, de manière à ce qu'elle ne sorte pas les membres (au sens ethnométhodologique) de leur pratique : le questionnement situe d'emblée les enseignants dans leur pratique, les tableaux de valeurs constituent effectivement un mode de représentation que l'on retrouve au secondaire et les tableaux de variation au collégial. La tâche assure cependant un « breaching » dans la mesure où la manière dont elle est présentée, dont les questions sont posées aux élèves (par exemple la question b) n'est pas nécessairement usuelle. Les enseignants ont travaillé en sous-groupes interordres sur cette tâche, puis une discussion en grand groupe a suivi.

6.1.2.2 Analyse des procédures interprétatives à propos des modes de représentation

L'analyse en termes de procédures interprétatives, que je présente ci-dessous, vient préciser le territoire d'ethnométhodes mathématiques que j'ai commencé à cerner à la section 6.1.1 autour des MFM à propos des modes de représentation. Ce territoire se constitue autour de l'étude de familles de fonctions à travers des situations et divers modes de représentations chez les enseignants du secondaire. Il s'élabore autour de l'analyse du comportement de fonctions complexes exprimées sous forme d'expression symbolique ou graphique, en ayant recours à des outils chez les enseignants du collégial. L'analyse qui suit rend aussi observables des « manières d'enquêter » via des procédures interprétatives imbriquées aux

MFM. Dans ce qui suit, je reviens donc sur ces manières d'enquêter des enseignants des deux ordres autour de plusieurs thèmes relatifs aux fonctions et aux modes de représentation. En faisant cela, l'idée est d'entrer sur ce qui relève de l'implicite, de façon à mieux comprendre le territoire d'ethnométhodes à chacun des ordres.

Une manière d'enquêter qui donne sens au tableau de valeurs au secondaire et au collégial
D'emblée, les enseignants du secondaire et du collégial entrent dans une interprétation du tableau de valeurs de façon à donner sens à celui-ci (en lien avec leurs MFM). Dans le tableau ci-dessous, des citations sont mises en parallèle pour illustrer les manières différentes des enseignants des deux ordres d'indexer un sens à la tâche 1.

Tableau 6.2

Extraits de verbatims illustrant des manières différentes de donner sens au tableau de valeurs

Au secondaire	Au collégial
Il faudrait que je vois c'est quel type de fonction. C'est sûr que c'est un problème de modélisation. C'est sûr que quand c'est un problème de modélisation, c'est une fonction qu'on est supposé voir [une fonction à l'étude dans notre enseignement] (Scott) Ok, elle descend jusque-là [pointe certaines valeurs du tableau], je pensais que ça pouvait être comme une valeur absolue, mais non. (Sandra) Je serais curieux de voir ce que ça donne en partant [sous-entendu à quel type de fonction on a affaire] (Sam)	Ce que je trouve intéressant c'est qu'à la base, c'est juste un paquet de couples [sous-entendu de points] qu'on place, qu'on peut relier de plusieurs façons, de différentes façons. (Corinne) Travailler avec le tableau de valeurs pour représenter des fonctions, moi c'est pas quelque chose qui m'intéresse parce que c'est pas assez global, mais je comprends qu'il faut que l'étudiant passe par une certaine étape où il comprend qu'une fonction n'est pas définie par certains points seulement. Il faut qu'il soit capable de comprendre que c'est juste une partie de la fonction, mais que le reste, il y a plein de choses qui se passent. Une fois qu'il a compris cette étape-là, que le tableau de valeurs c'est juste quelques points de la fonction… (Colette)

L'analyse des échanges autour de cette tâche permet de dégager des manières d'enquêter sur le tableau de valeurs propres à chacun des ordres. Chez les enseignants du secondaire, le tableau de valeurs est vu comme une représentation d'une fonction à l'étude (il représente cette fonction) de sorte que dans leurs manières d'approcher le tableau de valeurs, d'enquêter sur celui-ci, ils sont à la recherche du modèle de fonction qu'il représente. Cette manière d'enquêter est imbriquée à une MFM liée à l'utilisation de tableaux de valeurs, elle atteste de cette MFM (associer le tableau de valeurs à une fonction). Ainsi, le tableau de valeurs, chez les enseignants du secondaire, est indexé à une certaine signification : il s'agit d'une représentation d'une (et une seule) fonction.

Chez les enseignantes du collégial, le tableau de valeurs est vu comme un ensemble de points (« ce n'est pas la fonction »), de sorte que la manière d'approcher celui-ci, d'enquêter sur celui-ci est fort différente : on y voit en quelque sorte tout ce qui n'est pas là (« des points qui peuvent être liés de différentes façons »; « plein de choses peuvent se passer »). Cette manière d'enquêter est imbriquée à une MFM (mobiliser des outils, dans ce cas le tableau de valeurs, pour retracer le comportement d'une fonction). Le tableau de valeurs est donc indexé à une autre signification que celle qui se dégage au secondaire : c'est un outil pour colliger de l'information, dans ce cas-ci, des points appartenant au graphique d'une fonction.

Ainsi, dans un cas, le tableau est une représentation de la fonction, c'est donc dire que le tableau de valeurs donne accès à une fonction, c'est même avoir la fonction sous les yeux. Dans l'autre cas, c'est un moyen d'action, un intermédiaire pour en faire quelque chose d'autre, idéalement retracer le comportement d'une fonction (ce qui n'est pas possible ici). Les enseignants du collégial mettent donc en évidence ce que cet outil est : « un paquet de couples », « juste quelques points de la fonction » et ce que cet outil ne permet pas de voir : il ne permet pas de voir qu'« il y a plein de choses qui se passent », ainsi, « on peut relier les points de plusieurs façons ». Il ressort à cette étape des procédures interprétatives, constitutives des ethnométhodes mathématiques et imbriquées à des manières de faire (tableau 6.3).

Tableau 6.3

Procédures interprétatives imbriquées à des MFM liées au tableau de valeurs, chez les enseignants du secondaire et du collégial

Des procédures interprétatives constitutives des ethnométhodes maths	Par les enseignants du secondaire	Par les enseignants du collégial
Une manière de donner sens (indexicalité) Un tableau de valeurs qui se constitue comme...	La représentation d'une fonction.	Un outil pour colliger les points du graphique d'une fonction.
Une manière d'enquêter sur le tableau de valeurs...	Les enseignants sont à la recherche de la fonction représentée par le tableau de valeurs.	Les enseignants voient des points et tout ce que le tableau de valeurs ne permet pas de voir.
Imbriquée à une MFM avec les modes de représentation	Associer le tableau de valeurs à une fonction.	Mobiliser des outils pour retracer le comportement d'une fonction.

Cette manière particulière d'enquêter sur le tableau de valeurs va amener les enseignants des deux ordres à rejeter la tâche telle que proposée, elle ne fait pas partie du territoire familier ni des enseignants du secondaire, ni des enseignants du collégial. D'un côté, les enseignants du secondaire ont rejeté la tâche parce qu'ils n'avaient pas accès par ce tableau de valeurs à une fonction standard (ce qu'ils recherchent) : « Il n'y a pas assez d'information dans le tableau de valeurs pour reconnaître le modèle de fonction » (Serge); ou encore parce qu'ils ne peuvent s'appuyer sur un contexte pour dire si ce modèle fonctionnerait ou non (on retrouve ici le rôle clé que joue le contexte pour ces enseignants, cf. chapitre 5) : « Il n'y a pas de contexte qui permet d'aider [la validation] » (Scott). De l'autre, les enseignants du collégial ne s'y reconnaissent pas non plus parce que le tableau de valeurs ne leur permet pas de retracer le comportement d'une fonction : ce n'est pas « assez global » (Colette). Ce rejet va conduire les enseignants des deux ordres à expliciter les raisons de leur rejet, et à travers celles-ci des circonstances délimitant ce territoire d'ethnométhodes mathématiques à propos des tableaux de valeurs.

D'une part, les enseignants du secondaire mettent en évidence un rationnel qui fait que cette tâche est rejetée : les circonstances ne sont pas remplies (il n'y a pas assez d'information dans ce tableau de valeurs pour reconnaître un modèle, il n'y a pas de contexte pour valider le modèle) et donc ils ne peuvent pas mettre en œuvre leurs MFM usuelles. Or, ils complètent leur propos en proposant ce qu'ils pourraient faire du tableau. Autrement dit, ils explicitent les circonstances dans lesquelles le tableau serait acceptable : lorsque le tableau de valeurs représente une fonction connue ou à l'étude (« on peut en avoir des comme ça [sous-entendu des tâches comme ça], ça va donner une fonction qu'on connaît », Sam). Ceci vient en ce sens confirmer les MFM et les manières d'enquêter sur le tableau de valeurs mises en évidence précédemment (associer le tableau de valeurs à une fonction à l'étude).

Les enseignants du collégial mettent eux aussi en évidence les raisons du rejet : « ce n'est pas assez global ». On soupçonne que cela signifie que le tableau de valeurs ne permet pas de retracer le comportement de la fonction, une manière de faire des enseignants du collégial. Or, ce faisant, eux aussi vont expliciter les circonstances dans lesquelles le tableau de valeurs est acceptable : par exemple, lorsqu'on présente de manière intuitive la notion de limite (« On utilise le tableau de valeurs pour évaluer une limite, pour calculer les valeurs d'images. Quand on a une fonction qui, pour une valeur, n'est pas définie : mais qu'est-ce qui se passe si on s'approche de cette valeur… » (Corinne). Dans ce cas, la lecture du tableau est orientée par un processus : le tableau de valeurs, en plus de représenter les points du graphique d'une fonction, représente un processus de rapprochement.

Un certain sens est attribué au tableau de valeurs par les enseignants des deux ordres; des manières d'enquêter sur ce tableau de valeurs, imbriquées à des manières de faire; des raisons du rejet de la tâche, des circonstances précisées, qui viennent compléter ce que les enseignants peuvent faire avec les tableaux de valeurs à chacun des ordres.

Une manière d'enquêter sur le graphique de la fonction à construire et les concepts associés (domaine, asymptotes, continuité, limite)

<u>Une manière d'enquêter sur le domaine de la fonction</u>

Les enseignants des deux ordres vont indexer différemment l'information donnée : « soit f une fonction définie sur l'intervalle… » (voir tableau 6.4).

Tableau 6.4

Extraits de verbatims illustrant des manières d'enquêter sur le domaine

Au secondaire	Au collégial
Est-ce que le fait d'avoir écrit « défini sur l'intervalle de −3 à 3, cela dit que c'est une droite ou juste des points [sous-entendu considère-t-on les nombres réels ou les entiers] ? (Sam)	Parce qu'elle est définie sur tout l'intervalle continu. Moi cela me laisse entendre qu'il faut qu'ils poursuivent quelque chose à partir de ça [sous-entendu le tableau de valeurs]. (Colette)
Si la fonction est définie sur IR, elle part de −3 et se rend à 3. (Sandra)	C'est sûr, quand je vois « défini de −3 à 3 », pour moi, ça m'indique que le domaine c'est l'intervalle. (Colette)
[...] c'est sûr, on dit que c'est défini de « −3 à 3 », mais il n'y a rien qui dit que la fonction est définie sur les réels, sur les entiers... (Scott)	Au cégep, on définit sur l'intervalle [sous-entendu pour parler du domaine; cette réponse fait suite à la question de la chercheuse concernant les manières de parler du domaine]. (Colin)
On ne dit pas nécessairement que c'est le domaine. C'est sûr qu'en langage moins mathématique je dirais qu'avant −3 à et qu'après 3 on ne le sait pas... on ne connaît rien... (Scott)	

Ce qui se dégage ici fait entrer sur le sens donné au domaine, indissociable des manières de faire des enseignants mises en évidence précédemment. Chez les uns (au secondaire) lorsqu'on s'interroge sur le domaine, on indexe celui-ci à une signification précise : l'ensemble sur lequel est définie la fonction (on parle d'une fonction dont on ne sait pas si elle est définie sur les réels ou sur les entiers). La manière d'enquêter sur le domaine tourne alors autour de l'idée de relier les points ou non. Quant à l'intervalle, il correspond à la partie connue pour laquelle on a de l'information (« avant −3 et après 3, on ne le sait pas ») L'intervalle, c'est là où il y a de l'information, cela nous dit ce que l'on connait.

Pour les enseignants du collégial, l'intervalle sur lequel est définie la fonction est le domaine. La manière d'enquêter sur le domaine tourne alors autour d'une idée de continuité, d'abord du domaine (« parce qu'elle est définie sur tout l'intervalle continu ») mais aussi de la fonction (« je ne pense pas qu'elle est continue [sous-entendu la fonction] » Colette). Cette manière de donner sens au domaine est perceptible dans leur lecture des solutions d'élèves : par exemple, Colin dira : « C'est drôle, plusieurs ont dépassé le −3 à 3. Nous [sous-entendu au collégial], ce ne serait pas très bon qu'ils dépassent le −3, 3... dans les problèmes d'optimisation et tout ça... ».

Chez les enseignants du collégial, l'intervalle est aussi vu comme une condition à prendre en compte, une signification perceptible dans la manière dont ils reformulent la tâche à faire par les étudiants : ainsi Corinne mentionnera : « Je peux dire aussi, pour la consigne en a, qu'il s'agit de tracer une courbe compatible avec ce tableau de valeurs. Avec ce tableau de valeurs, la consigne n'est pas tracer une courbe qui satisfait les conditions ci-haut [sous-entendu, soit f une fonction définie sur l'intervalle], ceci [une production d'étudiant] est compatible avec le tableau de valeurs. Si j'étais un prof qui corrigeait, ceux qui ont dépassé, je ne peux pas vraiment les pénaliser. C'est compatible avec le tableau de valeurs »).

Une manière d'enquêter sur le graphique aux deux ordres

Les enseignants vont enquêter différemment le passage au graphique (voir tableau 6.5).

Tableau 6.5

Extraits de verbatims illustrant des manières d'enquêter sur le graphique

Au secondaire	**Au collégial**
Pratiquement, toutes les productions entre les deux premiers points, c'est quasiment toutes des droites. Est-ce que c'est vraiment ça ? Pourquoi ce serait ça plutôt qu'autre chose ? (Scott) Ce que j'ai trouvé intéressant par exemple, c'est que lorsque qu'on l'a dessiné, ce que je me suis posé comme question, c'est est-ce que c'est qu'une ligne... qu'est-ce qu'il y a entre deux points ? Là, tu nous es arrivée avec tes exemples [des solutions d'élèves]... Ça ce serait exploitable à un moment donné dans un cours. Mais comme ça ? (Sam)	Non moi je ne pense pas que c'est continu, cela dit juste, qu'en chaque point, il y a une valeur... en voici quelques-uns. Donc il y a quelques trous à combler de différentes façons. [...] Puis tous les étudiants ont fait des fonctions continues. (Colette)

Les enseignants du secondaire approchent d'une certaine façon le graphique à construire à partir du tableau de valeurs : on se centre ici sur ce qui relie (ou non) les points. On peut percevoir ceci dans la manière dont les enseignants « lisent » les solutions d'élèves (une tendance observée à la linéarisation) : [ils] « relient les points par des segments de droite, comme un diagramme à lignes brisées » (Scott), ou encore dans leur questionnement sur le type de fonction entre deux points : « Entre deux points, on peut tracer plusieurs types de fonctions. Intéressant ! » (Sam). Cette manière d'enquêter sur le graphique à construire à partir du tableau de valeurs vient préciser les MFM identifiées précédemment (esquisser un graphique à partir d'un tableau de valeurs). Des extraits provenant d'autres tâches viennent enrichir l'analyse en termes de manières d'enquêter sur le graphique. Par exemple, les enseignants projettent dans le graphique ou l'écriture symbolique des caractéristiques (graphiques) spécifiques à une fonction, pour reconnaître l'allure, le modèle de fonction : le sommet de la quadratique (et ses deux branches symétriques), les deux paires d'asymptotes dans la rationnelle, un type de variation, l'effet des paramètres : [« Comment fait-on pour savoir qu'une fonction appartient à une certaine famille ? » (Chercheuse)] « Par la constatation des caractéristiques, ça porte des caractéristiques graphiques, deux branches symétriques, un sommet [dans le cas de la fonction quadratique par exemple] » (Serge); « Quand une dizaine de manuels dit que le sommet de la quadratique c'est (h, k) » (Sam). Ces manières d'enquêter sont imbriquées aux manières de faire : esquisser un graphique à partir d'une fonction écrite symboliquement et établir des liens entre les modes de représentation via les caractéristiques d'une fonction (variation, sommet, allure, etc.).

Les enseignants du collégial approchent également d'une certaine façon le graphique à construire à partir du tableau de valeurs : on est centré sur la continuité (ou non) de la fonction. On peut percevoir ceci dans la manière dont ils réagissent aux solutions d'élèves (ils sont surpris que les élèves aient produits des courbes continues) et dans ce qu'ils explicitent. Colette dit par exemple : « Non, moi je ne pense pas que c'est continu, cela dit juste qu'en chaque point, il y a une valeur, en voici quelques-uns [quelques points]. Donc il y a quelques trous à combler de différentes façons ». Elle précise ainsi ce que signifie « défini sur l'intervalle -3 à 3 » pour y faire apparaître, ou mettre en évidence, la possibilité d'une discontinuité. Autrement dit, elle ne se préoccupe pas tant des différentes façons de relier les points donnés dans la table que de savoir si la fonction va être continue sur les sous-intervalles découpés par ces points. Cette manière d'enquêter au collégial vient là aussi préciser les MFM identifiées précédemment (anticiper les comportements limites d'une fonction en tout point à partir de différents modes de représentation).

D'un côté, on fait apparaître la possibilité de relier les points de différentes façons, supportée par une idée de variation, de modèle de fonction connue qu'on essaie de retrouver (comment ça varie entre deux points). De l'autre, on fait apparaître la possibilité de discontinuités, on se questionne sur une discontinuité potentielle en lien avec ce que signifie *être défini sur l'intervalle.*

Une manière d'enquêter sur la limite

Les enseignants ont des manières différentes d'enquêter sur la limite (voir tableau 6.6).

Tableau 6.6

Extraits de verbatims illustrant des manières d'enquêter sur la limite

Au secondaire	Au collégial
Malgré que, lorsqu'on voit les fonctions rationnelles, avec les asymptotes, c'est un beau moment où l'on peut parler de limite sans vraiment [sous-entendu expliciter que c'est une limite]. Bien, en leur disant, vous allez voir ça un peu plus tard. Moi, je le vois au niveau algébrique, lorsque le x devient de plus en plus près de ça, on le fait moins dans une table de valeurs. Lorsque le x devient de plus en plus près de deux par exemple, qu'est-ce qui se passe ? On le voit peut-être plus de façon... [intuitive ou graphique] (Scott) [Serge complète] Dans un graphique... Les élèves sont déjà sensibilisés à ça [sous-entendu à la limite] mais graphiquement. (Serge)	[Après avoir exploré dans le graphique avec une droite dans laquelle il y a un « trou »,] on le fait numériquement, avec une calculatrice graphique ou un petit logiciel. Quand on s'approche de plus en plus près de -2 par la gauche puis après par la droite. Bon et puis là on conclut que... Puis là je prends un autre exemple, je prends $\frac{1}{x+2}$. La différence... là il y a une asymptote. Qu'est-ce qui se passe numériquement ? [...] Après, j'introduis la notation. [« C'est ça. »] (Corinne, appuyé de Colin).

Scott met au jour une certaine façon d'enquêter sur la limite, associée à la fonction rationnelle et le travail sur le graphique, en lien avec les asymptotes. Serge met en évidence une façon de faire en classe liée cette idée de limite et d'asymptote : approcher la limite (sans la nommer formellement) à travers le graphique, lorsque la fonction vue a des asymptotes. La manière d'enquêter sur la limite, de donner sens à celle-ci, est fortement liée à la fonction elle-même et au graphique de la fonction, tout en étant parlée en termes relevant du registre numérique (une réflexion sur le quotient d'une division dont le diviseur augmente de plus en plus).

Dans la manière d'enquêter des enseignants du collégial, la limite semble plus englobante, c'est-à-dire qu'elle est d'abord liée à l'idée de limite infinie (« on regarde où ça s'en va », par ex. lorsque la fonction tend vers l'infini ou asymptotique), à l'idée de limite finie (« évaluer la limite d'une fonction autour d'une valeur », par ex. non asymptotique), mais en plus, elle n'est pas nécessairement attribuable à la fonction seulement et au graphique : « on s'intéresse à des variations qui sont de plus en plus petites » (Corinne). En d'autres termes, la limite n'est pas relative à la fonction, mais bien aux variations sur des intervalles qu'on cherche à rendre de plus en plus petits.

Ces manières d'enquêter et de donner sens viennent éclairer des MFM différentes à chaque ordre. Du côté du secondaire, la manière d'enquêter autour de l'asymptote, vue comme une caractéristique d'une fonction, renvoie à une MFM (établir des liens entre les modes de représentation via des caractéristiques de la fonction). Du côté du collégial, la manière d'enquêter intuitivement la limite, graphiquement avec un « trou », avec une idée notamment de limite finie, mais aussi numériquement (« avec le tableau de valeurs », Corinne) est imbriquée à une manière de faire (anticiper les comportements limite d'une fonction en tout point, à partir de différents modes de représentation).

Une manière d'enquêter sur la variation

Lors du retour en groupe, pendant les discussions issues de la situation de *breaching*, j'ai affiché, au rétroprojecteur, des tableaux de valeurs tirés de manuels du secondaire, dans toutes sortes de situations. Une discussion à propos des contextes d'utilisation s'amorce. En explicitant les contextes d'utilisation du tableau de valeurs, les enseignants du secondaire et du collégial vont être amenés à préciser leurs manières d'enquêter sur le tableau de valeurs :

Serge	[Au secondaire, on utilise le tableau de valeurs] pour reconnaître le modèle… Parce qu'on travaille sur les variations aussi au secondaire. Le modèle, on le reconnaît par ses caractéristiques de variation [sous-entendu visibles dans le tableau de valeurs]. Au collégial, c'est la suite, l'idée est la même : on observe des variations.
Colin	On ne regarde pas les variations entre chaque valeur [sous-entendu comme vous le faites au secondaire avec un tableau de valeurs], on regarde où ça s'en va finalement. C'est un petit peu différent…
Serge	La seule parenté finalement, c'est ce que je voulais dire, c'est qu'on s'intéresse aux variations, mais de façons différentes.
Corinne	Les variations sont de plus en plus petites… [sous-entendu au collégial].
Colin	C'est ça.

Dans les deux cas, les enseignants parlent de la variation, mais leurs manières d'enquêter sur cette variation sont différentes, comme le disent bien d'ailleurs les enseignants eux-mêmes : dans un cas ce que l'on recherche, ce que l'on tente de trouver dans le tableau de valeurs, ce sont des caractéristiques de cette variation (taux de variation constant par ex.); dans l'autre cas on s'intéresse à un changement de variation, à des variations locale de plus en plus petites. La manière d'enquêter au secondaire s'imbrique à la manière de faire *établir des liens entre les différents modes de représentation et les caractéristiques d'une fonction* (caractéristiques d'un modèle de fonction à l'étude).

Au collégial, la manière d'enquêter autour de la variation est supportée par une idée de limite au voisinage d'un point donné (« on regarde où ça s'en va », « les variations sont de plus en plus petites »). Ce changement d'échelle dans leur manière d'enquêter est fortement imbriqué à cette idée d'anticiper les comportements limite d'une fonction en tout point, à partir de différents modes de représentation.

Dans cette séance, il a aussi été question de tableau de variation (voir la partie 2 de la tâche proposée au départ). Nous revenons maintenant sur ce qui ressort de l'analyse des échanges sur celui-ci.

Une manière d'enquêter sur le tableau de variation

Les enseignants des deux ordres s'entendent pour dire que le tableau de variation est utilisé au collégial, mais n'est pas vraiment utilisé au secondaire (voir tableau 6.7).

Tableau 6.7

Extraits de verbatims illustrant des manières d'enquêter sur le tableau de variation

Au secondaire	Au collégial
Mais on le fait au secondaire en quelque sorte. À partir de la règle d'une fonction quadratique, on va leur demander le sommet, ils vont connaître le domaine et ils vont pouvoir dire où c'est croissant, où c'est décroissant. (Serge) Ce qu'on fait aussi c'est le travail à l'envers [de ce qu'on fait usuellement]. C'est-à-dire qu'on va partir d'une liste de propriétés d'une fonction, et il faut retrouver la fonction. Parfois, pour les mêmes propriétés, il peut y avoir deux ou trois solutions. Ce sont des façons de parler des fonctions. (Scott)	Je leur donne un but à faire le tableau [sous-entendu le tableau de variations]. À partir de l'étude de signes, les dérivées, les dérivées secondes, ils ont trouvé son domaine avant, il faut qu'ils tracent le graphique de cette fonction là qui est complexe. Ce sera pas juste une quadratique, il y a toutes sortes d'affaires mêlées tu sais, puis là, la seule façon de s'orienter, bien c'est le tableau de variations. Puis en plus j'ajoute la concavité, les flèches sont pas droites, il y a de la concavité. (Corinne) [Colin appui Corinne : « il y a quand même un but à faire le tableau de variation »].

Le tableau de variation au collégial est vu comme un outil, un tableau dans lequel on collige beaucoup d'informations. Corinne justifie son utilisation de tableaux de variation et met en avant un certain rationnel :

- des fonctions complexes avec lesquelles on travaille (dimension institutionnelle);
- aider à se guider (un outil pour supporter l'analyse de la fonction et la construction de son graphique).

Elle fait donc ressortir la complexité des fonctions avec lesquelles les enseignants du collégial travaillent. Le tableau de variation va alors être vu comme un outil pour guider l'analyse de la fonction. La manière de « lire » les productions d'étudiants vient préciser quelque peu cette manière d'enquêter sur le tableau de variations. Par exemple, on s'intéresse aux productions (voir un exemple de production à l'Appendice K) dans lesquelles il y a des erreurs dans l'interprétation des flèches : « Ce qui m'a étonnée dans ces solutions, c'est qu'il y en a qui ont pu trouver qu'entre 2 et 3 il y avait quelque chose, mais que les flèches ne voulaient rien dire pour eux. Moi, je rentre là-dedans, ça croît [signe de flèche vers le haut], ça décroît [signe de flèche vers le bas] comme si ça allait de soi. Ça ne va pas de soi » (Corinne). Corinne met au jour un allant de soi, les flèches dans le tableau de valeurs qui représentent la croissance et la décroissance. Les enseignants du collégial confirment cette manière de représenter la croissance qui va de soi pour eux. Autrement dit, dans leur manière d'enquêter sur le tableau de variation, les symboles et conventions utilisés parlent d'eux-mêmes pour les enseignants du collégial. Chez les enseignants du secondaire, même si le tableau de variation n'est pas utilisé, il est mis en parallèle avec ce qu'ils font, faisant ainsi ressortir une manière d'enquêter sur ce tableau de variations, de lui donner un sens : on lui associe des « propriétés des fonctions », des caractéristiques. Pour eux, ce mode de représentation (tout comme l'étaient le tableau de valeurs et le graphique) est vu comme une manière de « parler » des fonctions.

6.1.3 Des territoires constitués

L'entrée prise pour présenter l'analyse, celle des procédures interprétatives, est intéressante puisqu'elle fait ressortir des éléments nouveaux qui n'apparaissent pas dans les chapitres IV et V. Il ressort de cette analyse autour du travail sur les fonctions, les modes de représentation et les concepts associés :

- Des MFM fortement imbriquées à un rationnel qui les fonde, de l'ordre de considérations institutionnelles.
- Des procédures interprétatives qui ouvrent sur :
  - Des manières d'enquêter sur les modes de représentation et les concepts associés.
  - Des manières d'indexer un sens à ces modes de représentation et concepts associés.
- Des circonstances de l'action qui viennent spécifier ces MFM.

Bref, un territoire d'ethnométhodes se constitue graduellement à chacun des ordres (voir le tableau 6.2 et 6.3), ce territoire se constitue autour des thèmes abordés à la partie 6.1.2. Ce territoire reconstitué à chacun des ordres sert ici à montrer comment se particularise en partie le secondaire et le collégial lorsqu'il est question de fonctions. Je m'attarde maintenant à mettre ces territoires en parallèle de manière à aller plus loin sur les enjeux de transitions. Cette lecture met donc en parallèle ce qui particularise chacun des ordres. Des MFM et des manières d'enquêter au secondaire faisant ressortir un travail d'identification de fonctions de base sous différents angles et au collégial, des MFM et des manières d'enquêter qui passent par différents outils pour concevoir globalement le comportement d'une fonction, mais aussi, en retracer les comportements locaux plus fins. Ces manières de faire et d'enquêter mises en évidence se constituent en des cultures qui se distinguent à chacun des ordres.

Tableau 6.8

Territoire des ethnométhodes mathématiques des enseignants du secondaire à propos du travail sur les fonctions, les modes de représentation et les concepts associés

Rationnel lié à des considérations institutionnelles

Attentes envers les élèves fortement liées à l'identification de différentes familles de fonctions à travers divers modes de représentation.

MFM	Associer un tableau de valeurs, un graphique ou une écriture symbolique à un modèle de fonction.	Esquisser un graphique à partir d'un tableau de valeurs ou d'une écriture symbolique.	Établir des liens entre un tableau de valeurs, un graphique ou une écriture symbolique et les caractéristiques d'une fonction.
Manières de donner sens	- Le tableau de valeurs vu comme une représentation d'une fonction.	- Un domaine vu comme l'ensemble sur lequel est définie la fonction. - Voir l'intervalle comme une partie qui délimite ce qui est connu.	- Le sens intuitif de la limite infinie (asymptotique), vue comme une caractéristique propre à une fonction (rationnelle ou tangente par ex.). - La variation vue comme un écart et comme une caractéristique d'une famille de fonctions.
Manières d'enquêter	- Une manière d'enquêter sur le tableau de valeurs qui fait apparaître un modèle de fonction connue ou à l'étude.	- Une manière d'enquêter sur la construction d'un graphique supportée par l'idée de relier les points (ensemble des réels) ou non (ensemble des naturels ou entiers). - Une manière d'enquêter sur le graphique à construire : on se centre sur ce qui relie deux points.	- Une manière d'enquêter sur la variation supportée par une idée de reconnaître la fonction. - Une manière d'enquêter sur la limite qui est informelle, dans le graphique et axé sur la fonction.

Un territoire délimité par les circonstances de ces MFM

Des circonstances qui doivent être remplies, des attentes, des finalités :

- Travailler avec un tableau de valeurs ou d'autres modes de représentations (graphique, symbolique) lorsqu'on a assez d'information pour reconnaître un modèle de fonction, lorsque la fonction est connue ou à l'étude.
- Avoir un contexte, lorsqu'on cherche à valider le modèle à partir d'un tableau de valeurs.

Tableau 6.9

Territoire des ethnométhodes mathématiques des enseignants du collégial à propos du travail sur les fonctions, les modes de représentation et les concepts associés

Rationnel de l'ordre d'exigences institutionnelles
Un des buts du cours de calcul différentiel est de tracer le graphique d'une fonction complexe et donc, d'arriver à comprendre son comportement.

MFM	Retracer le comportement de n'importe quelle fonction à partir d'une expression algébrique.	Mobiliser des outils pour retracer le comportement d'une fonction et pour tracer le graphique.	Anticiper les comportements limites d'une fonction en tout point, à partir d'une expression algébrique ou d'un graphique.
Manières de donner sens	- Le tableau de valeurs vu comme un ensemble de points. - Le tableau de variation vu comme un outil pour colliger de l'information sur le comportement de n'importe quelle fonction en tout point.	- L'intervalle vu comme le domaine de la fonction. - L'intervalle vu comme une condition à prendre en compte pour tracer le graphique.	- Le sens infini (asymptotique) et fini (non asymptotique) de la limite; une limite qui est relative à la valeur d'une fonction ou à ses variations. - La variation encapsulée, objectifiée et utilisée comme outil dans l'étude locale des fonctions.
Manières d'enquêter	- Une manière d'enquêter qui fait apparaître des points et tout ce que le tableau de valeurs ne permet pas de voir. - Une manière d'enquêter sur le tableau de variation qui fait apparaître des points critiques et un découpage de la fonction.	- Une manière d'enquêter sur le graphique à construire liée à la continuité et la discontinuité.	- Une manière d'enquêter sur le tableau de valeurs qui fait apparaître un processus de rapprochement, de limite. - Une manière d'enquêter sur l'intervalle qui cherche à montrer la possibilité de discontinuité de la fonction associée. - Une manière d'enquêter sur la variation supportée par une idée de limite.

Un territoire délimité par des circonstances de ces MFM
Des circonstances qui doivent être remplies, des attentes, des finalités :

- Il convient d'utiliser des outils qui permettent d'aborder les fonctions globalement et de voir où la fonction « s'en va », mais aussi qui permet d'aborder les éléments plus complexes de la fonction (et aller dans le détail).

6.2 Le point de vue de la culture

L'analyse qui a été conduite a permis de mettre en lumière un territoire constitué au secondaire et au collégial autour des fonctions, des modes de représentation et des concepts associés (domaine, variation, limite). Ces territoires (voir tableaux 6.6 et 6.7) ont été constitués à partir de MFM, mais aussi en termes de procédures interprétatives, lesquelles ont permis d'entrer sur ce qui relevait de l'implicite et de mettre en évidence des manières d'enquêter et de donner sens. Dans cette partie, ces territoires sont revisités à la lumière de leur cohérence, de leur organisation. En effet, l'analyse précédente laisse entrevoir deux cultures qui se constituent différemment en ce qui a trait aux ethnométhodes mathématiques (MFM, manières d'enquêter et de donner sens), en lien avec les fonctions et les modes de représentation. En effet, à travers leurs manières d'enquêter, les enseignants précisent des manières de faire et mettent au jour une certaine cohérence de l'ordre d'une culture.

Le plan *technique* (celui de l'explicite et de l'institutionnalisé), visible notamment dans le rationnel des enseignants, agit en quelque sorte comme une ressource structurante pour les MFM. En effet, ce plan *technique* de la culture est aussi discernable à travers les MFM dégagées, le travail à propos des fonctions étant développé dans les programmes (contrairement à ce qu'il en est pour le symbolisme et le contexte, qui sont parfois évoqués dans les programmes, mais auxquels sont rattachées des MFM qui restent floues). Or, ce plan s'accompagne aussi d'une série de petits détails de l'ordre du plan *informel*. Les procédures interprétatives (aussi de l'ordre des ethnométhodes) ont permis d'entrer dans ce plan *informel* de la culture à chacun des ordres via des manières d'enquêter et de donner sens (indexicalité). Ainsi, l'analyse précédente met en évidence que les enseignants ont tout de même des marges de manœuvre, des manières fines d'enquêter, de donner sens aux objets connotés par le contexte précis du secondaire ou du collégial.

Cette culture qui se constitue à chacun des ordres autour des fonctions, des modes de représentation et des concepts associés est abordée du point de vue de cette imbrication des plans *technique* et *informel*. Comment se distingue et s'organise cette culture à chacun des ordres ?

6.2.1 Une culture qui se constitue au secondaire

Lorsqu'il est question de décrire les MFM au secondaire, vient cette idée d' « association » et d' « identification » en établissant des liens entre les caractéristiques des fonctions et les modes de représentation : « associer » les modes de représentation à des fonctions et à leurs caractéristiques propres (une certaine allure dans le graphique, une certaine manière dont varient les données dans le tableau de valeurs, une identification par la règle algébrique de la fonction, etc.). Tel qu'il a été vu, cela signifie, du point de vue des MFM, qu'à la vue d'un mode de représentation, l'enseignant dresse un premier état, du point de vue des caractéristiques qu'il peut dégager, pour reconnaître une fonction connue ou à l'étude : par ex. par une allure dans le graphique, par des valeurs ou des variations (écarts) dans un tableau, par des caractéristiques de l'écriture symbolique. Autrement dit, à travers différents points de vue (les divers modes de représentation), les enseignants reconnaissent à quelle fonction certaines caractéristiques appartiennent. Ainsi, on cherchera à associer des caractéristiques particulières à une famille de fonctions dans chacun des modes (que l'on pense par exemple aux caractéristiques de variation visibles dans le tableau de valeurs ou dans un graphique). Du point de vue d'une culture, il semble que les enseignants dressent ou reconnaissent le portrait global de chacune des familles de fonctions à l'étude à travers ces divers modes, par des traits (caractéristiques) particuliers pour chacune.

Une idée de portraiturer les familles de fonctions

La métaphore du portrait est parlante pour imager la culture du secondaire liée aux fonctions. On dresse le portrait de chacune des fonctions à l'étude dans lequel chaque mode de représentation présente un certain angle du portrait de la fonction. On peut aussi portraiturer toute la famille des fonctions à travers chacun des modes de représentation (comme il a été vu dans le chapitre IV, en lien avec le symbolisme). Le jeu, pour les enseignants du secondaire, en est un d'identification de familles de fonctions particulières sous ces différents portraits (le tableau de valeurs, le graphique, l'écriture symbolique, voire même à travers un contexte).

L'idée du portrait est aussi parlante dans le sens où l'image est fixe en termes de « distance focale » (chaque mode est un portrait de la fonction, vue sous un angle particulier). On s'intéresse aux caractéristiques globales de chacune des fonctions. Il n'y a en effet aucune nécessité de changer la distance focale (comme c'est le cas au collégial). Il n'y a pas de nécessité, chez les enseignants du secondaire, à enquêter une fonction dans les fins détails puisque le comportement des fonctions est déjà connu, les domaines sont connus, les sommets s'il y a lieu le sont, les asymptotes aussi (par ex. associées à la fonction rationnelle), etc. Tout est connu, il n'y a qu'à identifier la famille à travers les divers modes de représentation.

Ces MFM au secondaire sont imbriquées aux manières d'enquêter et de donner sens : on connait le domaine de toutes les fonctions à l'étude, ainsi, on enquêtera sur l'ensemble sur lequel est défini la fonction; on connait le comportement des fonctions, l'intervalle vient délimiter la partie qui délimite ce qui est connu; le tableau de valeurs représente une fonction d'une famille de fonctions à l'étude, on cherchera laquelle; la variation vue comme une caractéristique propre à chaque famille de fonctions, on enquêtera donc sur la variation pour l'associer à la bonne famille. Finalement, différentes caractéristiques particularisent les fonctions des familles à l'étude (le type de variation, un sommet, des asymptotes, etc.). Tous ces éléments et ces modes de représentation sont autant de façon de « parler » d'une fonction.

Toujours du point de vue des manières d'enquêter et de donner sens mis en évidence par les enseignants, il y a une idée de « transparence » liée aux modes de représentation.

Une idée de transparence des modes de représentations

Comme il a été mentionné, un mode de représentation représente une fonction à l'étude et permet de la reconnaître à partir de caractéristiques graphiques, de caractéristiques de variation, de caractéristiques symboliques. Cette idée de transparence des modes de représentation est aussi supportée par une idée de *cohérence* entre les modes de représentation lesquels sont liés entre eux via les caractéristiques des fonctions.

Une idée de caractéristiques spécifiques pour chacune des familles de fonctions

En effet, l'identification ou l'association des fonctions se fait par rapport à des caractéristiques spécifiques à chacune des familles de fonctions. Par exemple, le sommet d'une fonction quadratique est visible dans le graphique (évidemment), mais aussi dans l'expression symbolique (les enseignants utilisent l'écriture canonique). Autrement dit, les caractéristiques sont visibles ou reconnaissables à travers plusieurs modes de représentation. Les enseignants reconnaissent l'esquisse d'un graphique (et l'effet des paramètres) dans l'expression symbolique, ils reconnaissent un type de variation par l'allure d'une courbe (visuellement) et à travers le tableau de valeurs, en regardant les écarts successifs entre les valeurs (numériquement).

6.2.2 Une culture qui se constitue au collégial

Dans le cas du collégial, des verbes comme « retracer » et « anticiper » ont été utilisés pour décrire les manières de faire. Il s'agit au collégial de retrouver la trace des fonctions, de reconstituer la fonction (graphiquement) à l'aide d'indices et d'outils. Il ne s'agit plus d'identifier comme c'est le cas au secondaire, mais de retrouver le comportement d'une fonction plus complexe et de prévoir les comportements limites des fonctions à partir d'une expression symbolique. Ceci exige de la part des enseignants des changements d'échelles fréquents (cf. prochain paragraphe) pour retracer et anticiper (et éventuellement produire le graphique) le comportement d'une fonction. Il se dégage donc une culture de changement d'échelle.

Une idée de changer d'échelles (zoomer)

La métaphore parlante pour décrire la culture du collégial en lien avec les fonctions est celle du *zoom*. En effet, le jeu des enseignants du collégial se situe au niveau des changements d'échelles. On enquête sur une fonction (via son expression symbolique ou dans le graphique) avec différents outils, mais aussi à des échelles différentes. Tantôt on cherche à faire apparaître une allure générale, tantôt on cherche à déterminer des comportements locaux de la fonction.

Au collégial, on travaille avec des fonctions complexes, c'est-à-dire que ces fonctions n'ont plus nécessairement des caractéristiques de variation précises. Comment enquête-t-on sur la variation alors ? Au collégial, la variation devient en quelque sorte l'élément qui permet de jouer avec les fonctions à différentes échelles. On s'intéressera à la variation comme concept en soi, considéré indépendamment des fonctions spécifiques auxquelles elle s'applique; la variation encapsulée, dont on fait un outil d'analyse pour retracer le comportement de de n'importe quelle fonction. Ainsi, on cherche à s'intéresser à tout type de variation, en n'importe quel point. Pour ce faire, on comparera au voisinage de chaque point de la fonction, la variation de celle-ci avec la variation d'une droite qui effleure le graphique de la fonction en ce point. À travers ce travail, on s'intéressera encore aux variations, mais cette fois-ci, celles sur des voisinages qui deviennent de plus en plus petits, de sorte que la variation de la droite qui effleure puisse être trouvée. Il y a donc un double travail sur la variation. Un travail sur la variation comme concept en soi, pour développer un outil et un travail d'utilisation de cet outil pour étudier localement une fonction donnée.

Une idée d'outil pour certains modes de représentation

Chez les enseignants du collégial, il y a des distinctions à établir entre les modes de représentation. Autrement dit, contrairement à ce qui se passe au secondaire, chaque mode n'est pas une représentation « fidèle » d'une fonction. Évidemment, les fonctions abordées par les enseignants du collégial sont inconnues du point de vue de leur allure dans le graphique ou du point de vue de leurs caractéristiques précises (variation, sommets, etc.). Implicitement, les modes de représentation privilégiés sont donc ceux qui permettent de se plier à leurs manières de faire : retracer le comportement de n'importe quelle fonction et anticiper les comportements limites, dans le détail. Ainsi, l'utilisation du tableau de valeurs ne peut être envisagée pour retracer le comportement d'une fonction que ce soit globalement ou dans le détail. De plus, certains modes de représentation sont vus comme des outils. C'est le cas du tableau de valeurs et du tableau de variation. Les modes de représentation « fidèles » d'une fonction sont l'expression algébrique (qui donne la fonction) et sa représentation graphique. Le tableau de variation est l'outil intermédiaire qui permet de « décortiquer » l'expression symbolique et de colliger les informations nécessaires pour connaître le comportement d'une fonction. Cet outil peut aussi guider la construction du graphique. Ainsi, tant qu'on ne connaît pas le comportement d'une fonction en tout point, il faut mettre en évidence au collégial toutes les possibilités, comme celle de discontinuité.

Une idée de caractéristiques générales pour aborder n'importe quelle fonction

Finalement, plutôt que s'attacher aux caractéristiques particulières des fonctions comme c'est le cas au secondaire, on s'intéresse aux caractéristiques qui permettent d'aborder tout type de fonctions, aux caractéristiques générales des fonctions. La variation est donc abordée d'une toute autre façon. Au collégial, comme il a été mentionné, on cherche à retracer le comportement d'une fonction complexe. Ainsi, d'un point de vue *informel*, lorsqu'on présente une fonction quelconque dans un graphique (ou lorsqu'on demande aux étudiants d'en produire un) on doit mettre en évidence les possibilités de discontinuités, de changement de variations, etc. Autrement dit, de la même façon qu'un triangle doit être générique lorsqu'utilisé comme figure servant de base au raisonnement dans une démonstration, les graphiques de fonctions quelconques au collégial doivent être génériques (comme il a été vu dans les réactions d'enseignants du collégial vis-à-vis les productions des étudiants). Alors qu'au secondaire, un graphique s'associe au tableau de valeurs, à une règle, à un nom de fonction, dans le cas du collégial, il ne peut pas nécessairement s'arrimer à une expression algébrique ou à un tableau de valeurs de la même façon[94]. Encore une fois, il s'agit d'un changement d'échelle par rapport au secondaire; pour regarder les variations en général, du point de vue de n'importe quelle fonction, un zoom arrière s'impose.

6.2.3 Ce qui se dégage

Que peut-on dégager globalement de cette lecture ? Au plan *technique*, il semble aller de soi que le collégial se situe dans une certaine continuité avec le secondaire. À cet ordre, l'idée est d'étudier en profondeur plusieurs familles de fonctions, à travers les différents modes de

---

[94] J'ai pu voir en action la déstabilisation causée par l'introduction du graphique générique produit par Corinne lors d'une première séance du cours de Calcul différentielle. Elle a demandé aux étudiants d'identifier le graphique de fonctions parmi quatre choix de graphique. Lorsqu'elle a tracé le graphique d'une fonction (avec plusieurs sommets, changement de variation, etc.), certains étudiants ont pu l'identifier comme une fonction, mais des réactions vis-à-vis le tracé se sont aussi fait entendre dans la classe : « oooouh ».

représentation. Au collégial, le travail se poursuit, on retrace le comportement de fonctions construites avec plusieurs fonctions vues au secondaire. Or, bien que le plan *technique* agisse comme ressource structurante, vient en quelque sorte structurer la culture constituée à chacun des ordres, une série de petits détails relevant du plan *informel* montrent les marges de manœuvre des enseignants, et montrent que cette culture s'organise aussi dans l'implicite. Cette lecture met en relief que la signification des modes de représentation pour ceux qui en font usage s'arrime au contexte dans lesquels ils sont utilisés. Les enseignants des deux ordres utilisent des modes de représentation pour présenter les fonctions, mais les manières d'enquêter sur ces modes, la manière dont les enseignants les utilisent amènent des distinctions intéressantes.

6.3 Analyse d'une trajectoire d'harmonisation entre les deux ordres

La première partie de ce chapitre met en évidence des différences notables dans les ethnométhodes mathématiques qui caractérisent le travail sur les fonctions à chacun des ordres. Quel sens peut prendre dès lors une harmonisation entre les deux ordres ? Dans le cadre de la deuxième séance, nous avons amorcé un travail d'harmonisation en ce qui concerne les MFM autour de fonction. Dans ce qui suit est présentée la trajectoire de développement de cette harmonisation, qui s'est étalée sur plusieurs séances, et son analyse.

6.3.1 Reconstruction d'une trajectoire d'harmonisation à propos des fonctions

L'analyse aborde trois *temps*, liés, qui peuvent être distingués dans cette reconstruction de la trajectoire d'harmonisation : (1) un premier temps dans lequel vont émerger des idées clés qui serviront de tremplin dans la construction qui suivra; (2) un deuxième temps de retour sur la séance 1 portant sur les modes de représentation (tableaux de valeurs et tableaux de variation : voir §6.1) qui sert à enrichir la construction amorcée au temps 1; et (3) un troisième temps d'élaboration de tâches concrètes par les enseignants du secondaire et du collégial. Chaque temps se décline en plusieurs *moments clés* dans cette trajectoire.

6.3.1.1 Un premier temps de la trajectoire : l'émergence d'idées clés

La reconstitution de ce premier temps est issue des données provenant de la discussion entre un enseignant du secondaire et deux enseignantes du collégial (Corinne, Colette et Scott)[95]. Ce premier temps a eu lieu à la deuxième séance (14 mars 2011). Quelles sont les idées clés qui ont émergé des discussions entre les enseignants et la chercheuse et ont débouché, par la suite, sur une harmonisation ?

Moment 1 : émergence d'une première idée clé (importance du registre graphique)

Ce premier moment de la trajectoire s'est constitué dans des discussions informelles entre les enseignants (pendant que la chercheuse[96] prépare le matériel, ils discutent entre eux). L'analyse des échanges informels fait ressortir progressivement l'importance du registre graphique pour les enseignants et éventuellement les raisons d'un tel choix. Le graphique apparaît pour les enseignants comme un mode « parlant » pour les élèves. Scott relate que ses élèves peuvent résoudre des systèmes de deux équations relativement aisément de manière algébrique, mais qu'ils sont incapables d'interpréter les résultats : « Algébriquement ce qu'on obtient c'est spécial [fait référence à une résolution qui donnerait par ex. 0 = 7] ça fait comme si on s'était trompé. Graphiquement, certains se rendent compte pourquoi : 'ah, c'est parce que c'est parallèle, y'a pas de point de rencontre' ». Ainsi, Scott mentionne qu'il travaille la résolution dans le graphique (en articulation avec la résolution algébrique), un registre « parlant » pour donner sens à l'interprétation algébrique; ce qui rappelle certainement le rationnel soulevé dans l'analyse à propos du symbolisme (chapitre IV) : donner du sens. Un tel sens du symbolisme dans la résolution algébrique passe par le registre graphique. Lorsque la chercheuse reprend les propos de Sam « donc graphiquement, il y a quelque chose qui 'parle' aux élèves alors qu'algébriquement ça n'est pas nécessairement le cas ? » (Chercheuse), Corinne enchaîne en relatant un événement dans lequel elle avait demandé aux

---

[95] En effet, lors de la deuxième séance, un enseignant du secondaire (Sam) et un enseignant du collégial (Colin) étaient absents. De plus, un enseignant de secondaire s'est joint au groupe un peu plus tard cette journée-là (Serge). Cette première partie de la séance était consacrée à un retour sur ce qui ressortait des discussions sur la tâche présentée à l'Appendice O.

[96] Pour bien faire apparaître les différentes voix impliquées dans cette trajectoire d'harmonisation, lorsqu'il est question de mes interventions en tant que chercheuse, j'en parlerai à la troisième personne, comme pour les enseignants.

étudiants de trouver un domaine. Ceux qui avaient utilisé un graphique avaient tous réussi. Elle aussi confirme que le mode graphique est « parlant » pour trouver les caractéristiques de la fonction (ici le domaine). On retrouve donc ce que les enseignants du collégial recherchent dans un mode de représentation (retracer le comportement en tout point du domaine).

Bien que ce moment ne prenne pas place dans le cadre de la rencontre planifiée, cet élément central restera dans la trajectoire à venir (sera réinvesti par la chercheuse qui a ciblé ici un élément commun et important aux deux ordres) : **celui du mode graphique comme d'un mode « parlant » pour les élèves et les étudiants.** Il s'agit en effet d'un élément sur lequel les enseignants s'entendent (un mode de représentation important aux deux ordres).

Moment 2 : des constatations de part et d'autre et la création d'un contraste et d'un vide à combler

Il est évident qu'une harmonisation se travaille autour d'un thème. Le thème des fonctions avait été très important lors de la première rencontre, les enseignants parlaient déjà du registre graphique comme d'un registre important dans le contexte des fonctions et la chercheuse avait senti le besoin, en lien avec le travail amorcé, de demander aux enseignants ce que signifiait travailler avec les fonctions à leur ordre. Cette question, lancée dans l'action avait pour but de faire apparaître des MFM en lien avec les fonctions via des attentes et un rationnel, de façon à dégager les éléments importants à chacun des ordres.

La chercheuse a noté au tableau ce qui ressortait globalement (dans ce qui était alors dit) pour le secondaire et le collégial, s'assurant que les enseignants se reconnaissaient bien dans ce qu'elle écrivait (voir figure 6.1). La chercheuse voulait que cette figure soit utilisée comme base de réflexion dans une perspective d'harmonisation. À gauche, elle a écrit sommairement ce qui se fait au secondaire autour des fonctions, et à droite, ce qui se fait au collégial. La question mise en avant était donc : *comment au secondaire s'approcher du collégial, et au collégial, s'approcher du secondaire ?*

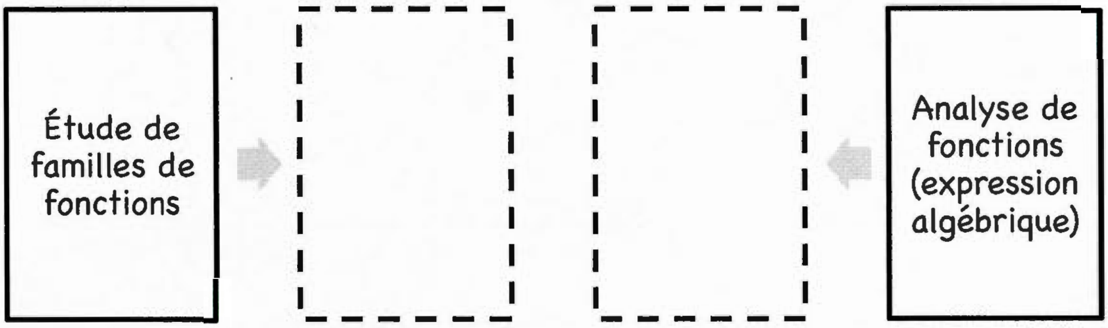


Figure 6.1 Schéma 1 utilisé comme base de réflexion

Il est intéressant de constater ici que plusieurs façons schématiques de lier le secondaire et le collégial auraient pu être mis en avant par la chercheuse. **Implicitement, en faisant ce schéma, elle met en œuvre une façon de concevoir l'harmonisation (qui se place, pour elle, à chacun des ordres) et essaie d'établir des ponts, de se rapprocher de l'autre.** D'autres schémas auraient en effet été possibles. Par exemple, en mettant ce qui se fait au secondaire et au collégial côte à côte (sans les rectangles vides au centre), l'exercice de lier la manière de travailler les fonctions à chacun des ordres aurait pu conduire à penser l'harmonisation dans le sens suivant : qu'est-ce qui prépare à quoi ou qu'est-ce qui est le prolongement de quoi ? Ou encore comment passer de l'un à l'autre ? L'utilisation d'un seul rectangle vide (ou tout autre nombre impair) aurait pu mener à tenter de trouver des manières de travailler communes aux deux ordres. La figure retenue dans l'action par la chercheuse n'est donc pas anodine : elle a orienté la réflexion autour de la perspective d'harmonisation d'une certaine façon; elle sous-entend en effet « qu'est-ce qui n'existe ni au secondaire, ni au collégial, et qui pourrait se situer entre les deux, dans le territoire du secondaire ou dans celui du collégial. » Les liens à créer sont en dehors de ce qui se fait au secondaire et au collégial mais en même temps, doivent être plausibles au secondaire (dans le cas du premier rectangle vide) et au collégial (dans le cas du deuxième rectangle vide)[97].

Moment 3 : des ponts possibles à chacun des ordres pour se rapprocher de l'autre

Une discussion autour des liens entre ce qui se fait de part et d'autre sur les fonctions (au secondaire et au collégial) a suivi. Scott met alors en évidence ce à quoi on s'attend de l'élève au secondaire : qu'il connaisse et soit capable d'identifier différents modèles de fonctions de base. Il mentionne de plus qu'ultimement, même si l'élève est confronté à un mélange de fonctions (il fait référence au travail qui l'attend au collégial), il doit se dire « une x carré par une racine de x [$x^2\sqrt{x}$], ça ne m'énerve pas parce qu'une $\sqrt{x}$, je sais c'est quoi et un x^2 aussi » (Scott, reprenant les propos fictifs d'un élève). Or, en réalité, dit-il, « on ne le fait vraiment pas dans cette optique-là ». Ce que Scott affirme, c'est que les opérations sur les fonctions ne sont pas vues comme la création de nouvelles fonctions à partir de celles déjà connues. La chercheuse, ayant en tête le registre graphique comme élément important aux deux ordres, mentionne : « si c'est un mode de représentation parlant, est-il possible de voir graphiquement l'effet de l'opération proposée par Scott dans un graphique » ? Elle tente en ce sens d'établir un premier pont : elle propose en fait de faire les « mélanges » dont parle Scott, dans un mode de représentation important aux deux ordres.

Chercheuse	[À Scott] En lien avec ce que tu mentionnais avec la résolution graphique d'un système d'équations, est-ce qu'on pourrait voir graphiquement l'effet, par exemple, d'une addition entre une fonction linéaire et une sinusoïdale, ou d'une multiplication d'une linéaire par une sinusoïdale ? Est-ce que ce serait un pont entre le secondaire et le collégial ?
Scott	Moi, définitivement, c'est ce que je vois. Sans aller jusqu'à...[il pointe au tableau, le rectangle de droite], je ne ferais pas du collégial. On a vu des fonctions [fait référence aux différentes fonctions de base] et on essaie de passer au moins une période là-dessus : on essaie de mélanger des fonctions. On a vu quelque chose de nouveau [sous-entendu une nouvelle fonction à l'étude] et on essaie de mélanger dès que c'est possible. Puis, trouver une façon de présenter à quoi ça ressemble [sous-entendu dans le graphique].
Colette	Puis quand on arrive dans le cours NYA [cours de calcul différentiel], ça fait longtemps que je ne l'ai pas enseigné, mais quand on arrive avec des fonctions comme sécante, 1/cos, il y a toute cette histoire de $1/x$ [sous-entendu que les élèves

[97] L'utilisation d'un schéma comme base de discussion aurait donc pu ouvrir sur différentes manières de créer un espace et sur des liens envisagés différemment.

	ont vu au secondaire, c'est ce qu'ils voient dans l'expression donnée 1/cos x] mais c'est pas $1/x$, c'est une autre fonction, donc la logique [comment retrouver le graphique de 1/cos en réfléchissant au comportement de $1/x$] doit être là parce qu'on l'applique, dans le fond.
Chercheuse	1/cos x, est-ce que c'est vu au secondaire ?
Scott	La définition de cosécante est vue, mais pas la fonction.

Dans ce que dit Scott, on voit apparaître des MFM proches de celles du collégial : « Mélanger »[98] des fonctions (travailler avec des fonctions qui ne sont pas juste des fonctions de base) et retracer le comportement (regarder à quoi ça ressemble) graphiquement. L'idée de construire le « mélange » est une idée intéressante pour Scott. Pour Colette aussi qui réagit, laissant apparaître l'intérêt pour le collégial. Elle met en évidence une difficulté des étudiants dans le passage au collégial : voir 1/cos$x$ comme $1/x$.

J'écris alors au tableau (figure 6.2) ce qui ressort, cette idée de combiner des fonctions connues, en opérant (comme le mentionne Sam) ou en composant (comme le mentionne Colette). J'ajoute « dans le registre graphique » puisque c'est ce qui semble être parlant pour les élèves. Selon Scott, dans les manuels le travail se fait algébriquement, essentiellement. Scott suggère aussi d'ajouter les réciproques des fonctions : « C'est comme une tradition que tout le monde ne remet pas en question, ça va bien ensemble. Au secondaire, on va faire les opérations sur les fonctions, les compositions et les réciproques ». Ce faisant, Scott ouvre les possibilités du secondaire, il reste en quelque sorte sur **le territoire du secondaire (après tout, les opérations sur les fonctions, la composition, les réciproques sont au programme), mais il a maintenant un nouvel horizon, celui du collégial pour voir autrement ce territoire, lui donner un nouveau sens.**

---

[98] Terme introduit par Sandra à la première séance pour exprimer ce que les enseignants du secondaire font (« toi [au collégial], dans le fond, tu mélanges un paquet de fonctions »).

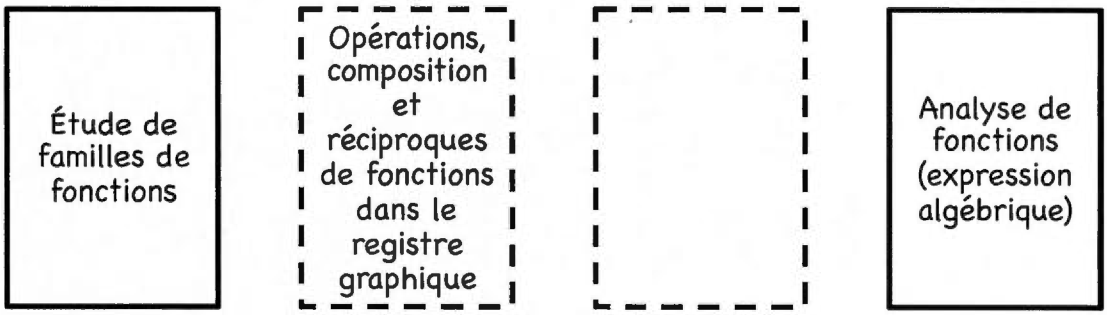


Figure 6.2 Schéma 2 utilisé comme base de réflexion

La discussion porte ensuite sur le rectangle vide restant, pour le collégial. La discussion tourne autour de l'utilisation des paramètres. On essaie de faire le lien entre le secondaire via les paramètres puisqu'ils sont beaucoup utilisés (il en avait d'ailleurs été question à la première séance). Comment les réinvestir ? Cette avenue paraît peu prometteuse dans la mesure où les enseignants du collégial n'en voient pas l'intérêt, comme l'explicite Corinne : « on ne fera pas de retour sur les paramètres, on ne réinvestit pas la partie faite sur les paramètres. On n'en a pas vraiment besoin au collégial ». Ceci met en évidence qu'**il y a recherche de quelque chose de plausible, pertinent pour sa pratique. On cherche à aller vers l'autre, mais tout en restant cohérent dans son propre territoire.**

Alors qu'on se questionne sur ce qui peut aller dans le rectangle restant, au collégial, Colette fait une proposition. Elle propose d'écrire dans le dernier rectangle de droite $\frac{x^3}{1-x^2}$ en mentionnant qu'elle voit une sorte de progression. Elle mentionne qu'au collégial, on pourrait revoir le tracé des fonctions de base avec les paramètres (entendus comme les paramètres tels qu'ils sont utilisés au secondaire), et passer à une fonction où ce n'est plus possible de réfléchir comme au secondaire (avec les paramètres) pour tracer son graphique. J'écris alors la suggestion (voir figure 6.3).

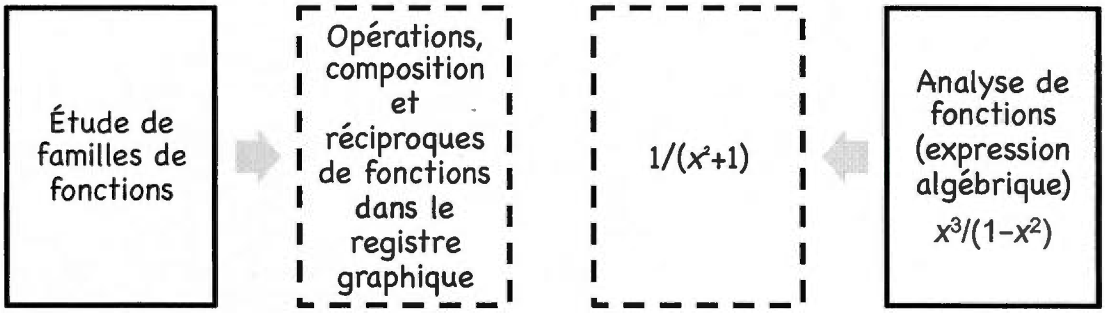


Figure 6.3 Schéma 3 utilisé comme base de réflexion

Colette amène cette idée en relatant une expérience vécue : « Moi je voyais $1/(x^2+1)$. Je sais qu'en *Calcul intégral*, quand les étudiants m'arrivaient, ils avaient un truc à faire, je ne me rappelle plus exactement quoi, trouver une intégrale... Ils ne savaient pas comment tracer ça. Il y avait tellement d'étudiants qui venaient à mon bureau. Puis là, c'était pas le temps de commencer à prendre la dérivée première et la dérivée seconde. C'était pas ça ! Puis c'était pas non plus une fonction avec les paramètres donc, quelque part, il fallait une intuition... ».

Dans ce que propose Corinne, il y a cette idée d'ébranler la conception que l'étude des paramètres donne accès à toutes les fonctions. Il est intéressant de constater qu'elle fait cette suggestion à la suite du commentaire de Corinne qui mentionne qu'au collégial, on ne réinvestit pas les paramètres. Ainsi, **une façon de passer à autre chose est d'ébranler la conception que l'étude des paramètres donne accès à toutes les fonctions, de mette à l'épreuve cette conception, bref de la problématiser.** Avec l'exemple proposé par Colette ($1/(x^2+1)$, tracer un graphique à l'aide des paramètres (déplacements horizontaux et verticaux, dilatation, contraction) n'est plus possible (par exemple à partir de $1/x^2$). En effet, bien qu'en apparence la fonction ressemble à ce qui pourrait être vu au secondaire, ça ne fait pas partie du territoire du secondaire. Or, Colette mentionne que ça ne relève pas non plus du territoire du collégial. Il s'agit donc, selon elle, d'un « entre deux ». Comment tracer le graphique de ces fonctions qui ne sont ni du territoire du secondaire, ni de celui du premier cours de calcul au collégial. Un nouveau travail autour de fonction émerge de cette réflexion, celui de **développer une manière différente d'« analyser » ou de retracer le comportement d'une fonction pour en esquisser le graphique (intuitivement).** On voit par ailleurs que tout le travail fait jusqu'à maintenant s'appuie sur un mode de représentation particulier, le graphique, qui sert de « pont ».

On constate, à cette étape, que chacun vise l'ordre de l'autre dans sa démarche mais en s'appuyant sur des éléments qui relèvent de son propre ordre : un « mélange » de fonctions (plutôt de l'ordre du collégial) mis en relation avec les opérations sur les fonctions (vues au secondaire) pour l'ordre secondaire; et ébranler le concept de paramètres (plutôt de l'ordre du secondaire) en analysant de nouvelles fonctions autrement qu'avec les outils du calcul, plus intuitivement (retracer le comportement d'une fonction) pour l'ordre collégial. Du point de l'harmonisation, il s'agit en quelque sorte de **rester dans le territoire à un ordre donné, mais un territoire ayant comme horizon le territoire de l'autre ordre, et parfois même d'élargir ce territoire (au collégial).**

En effet, ce que propose Colette fait partie d'un territoire élargi pour le collégial. En ce sens, le schéma proposé oriente en quelque sorte la lecture du « vide » à combler. Développer une intuition pour comprendre le comportement d'une fonction à partir d'une expression algébrique et permettre d'esquisser directement le graphique sans passer par les paramètres (puisqu'ils sont inopérants ici), non plus que par l'attirail d'outils du premier cours de calcul (la dérivée et tout ce qui vient avec), un tel travail avec cet 'attirail' faisant partie des compétences attendues dans le cours de calcul différentiel. De plus, ce que Colette propose d'ajouter dans le dernier rectangle (celui du collégial), l'expression $x^3/(1-x^2)$, est pour elle l'occasion de susciter chez les étudiants un besoin pour la création de nouveaux outils qui permettront de savoir à quoi ressemble le graphique, et même de le tracer de façon relativement fiable. Pour Colette, l'intuition n'est plus suffisante ici. Le tableau 6.10 reprend les éléments clés de ce premier temps de la trajectoire, qui font apparaître également le maillage des apports des uns et des autres dans cette construction (enseignants et chercheuse).

Tableau 6.10

Le premier temps de la trajectoire d'harmonisation

<table>
<tr><td rowspan="2">Moment 1
Un élément qui lie les deux ordres</td><td colspan="2">Le graphique comme un mode « parlant » aux deux ordres et donc un point de rencontre intéressant pour les enseignants dans une perspective d'harmonisation (amené par les enseignants des deux ordres)</td></tr>
<tr><td>Un registre « parlant » pour donner sens à l'interprétation algébrique (dans la résolution) au secondaire (un rationnel qui rappelle celui imbriqué aux MFM à propos du symbolisme).</td><td>Un mode « parlant » pour trouver les caractéristiques mathématiques associées à la fonction au collégial (un rationnel qui rappelle celui exprimé en termes d'attentes envers les étudiants, à la section 6.1).</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Moment 2
Des contrastes à créer</td><td colspan="2">Un contraste et un vide à créer et à combler</td></tr>
<tr><td colspan="2">La constitution d'un schéma servant de base de réflexion pour l'harmonisation : cette figure oriente la perspective d'harmonisation en sous-entendant que les liens sont à créer à chacun des ordres (une certaine conception de l'harmonisation implicitement à l'œuvre, mise en avant par la chercheuse)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Moment 3
Un rapprochement</td><td colspan="2">Des ponts possibles pour se rapprocher de l'autre (amenés par les enseignants du secondaire et du collégial, dans un registre graphique réinvesti par la chercheuse)</td></tr>
<tr><td>On voit, dans le territoire du secondaire, une place pour le travail autour des opérations sur les fonctions, composition, réciproque (effectivement au programme), mais avec un nouvel horizon, celui du collégial : les opérations sur les fonctions vues comme un moyen d'approcher le comportement graphique d'un mélange de fonctions.</td><td>On voit, dans le territoire du collégial, une place pour retracer intuitivement le comportement d'une fonction via son graphique, mais avec en plus un nouvel horizon, celui du secondaire : on cherche à ébranler la conception que l'étude des paramètres donne accès à toutes les fonction. On cherche en même temps à motiver la pertinence de la création et de l'utilisation de nouveaux outils.</td></tr>
</table>

6.3.1.2 Deuxième temps de la trajectoire : retour sur la séance 1 et sur les modes de représentation à propos du travail sur les fonctions

À la suite d'une première réflexion autour de l'harmonisation possible, la chercheuse propose aux enseignants deux tâches. D'abord, revenir sur la séance 1 pour voir si des éléments intéressants peuvent être retenus en termes d'harmonisation. Ensuite, la chercheuse propose d'élaborer concrètement des tâches à partir de la figure créée (voir troisième temps).

Moment 4 : le passage du tableau de valeurs au tableau de variation, une harmonisation ponctuelle

Après avoir présenté ce qui ressortait de part et d'autre, et avoir pensé à une progression possible, la chercheuse a demandé aux enseignants ce qu'ils pensaient de la reconstruction de la première séance, et ce qu'ils retenaient de la première situation présentée lors de cette séance (voir figure 6.1). Des discussions avaient notamment eu lieu autour du fait que les enseignants du secondaire utilisaient davantage le tableau de valeurs et que ceux du collégial travaillaient avec le tableau de variation. Corinne développe autour de liens à établir entre le tableau de valeurs et le tableau de variation. Elle dit :

Corinne Moi je me souviens, quand on en avait parlé [sous-entendu la dernière fois], ce que j'avais trouvé intéressant, [...] c'est que je me demandais comment je présente ce fameux tableau de variation [sous-entendu aux étudiants]. Dans le fond, c'est une table de valeurs qu'on a augmenté avec de l'information nouvelle. Souvent, ils [les étudiants] ne savent pas où écrire, je voyais qu'ils étaient perdus dans ce tableau-là. Les étudiants plus faibles, ils sont perdus dans ce tableau. Je me dis, dans le fond, si je le raccrochais à quelque chose qu'ils connaissent comme le tableau de valeurs, [je pourrais] partir d'un tableau de valeurs. Au lieu de choisir des chiffres au hasard, bien là on les choisit spécifiquement puis là on regarde cet intervalle-là, cet intervalle, quand il y a du vide entre deux nombres, ça représente tous les nombres entre ces deux valeurs critiques-là... Bien moi j'avais trouvé ça intéressant de dire que dans le fond, une table de variations c'est une table de valeurs où j'ai augmenté le nombre d'informations. **Ça c'en est un lien qu'on peut faire avec le secondaire.** Moi je me dis que c'est un peu ça qui manque, quand j'ai l'impression de les perdre [sous-entendu les étudiants] à un moment donné, c'est que je ne les raccroche pas à quelque chose de connu. Tu sais, partir avec ce qu'ils connaissent, tu construis par-dessus. Et là, des fois, on montre quelque chose de nouveau et il y a un flottement, il n'y a rien entre les deux. Avec les plus forts ça va, mais avec les plus faibles, il faut toujours qu'ils soient raccrochés à ce qu'ils connaissent.

Des liens s'établissent donc entre le secondaire et le collégial, à partir de la situation présentée à la première séance. Ce lien est fait entre le tableau de valeurs et le tableau de variation. Dans ce qui précède, Corinne entre sur **une relecture du tableau de variation guidée par le tableau de valeurs** (une manière d'enquêter qui bouge) tel qu'il est vu au secondaire : elle réinterprète, dans le tableau de variation, la manière de choisir les points (par rapport aux points d'un tableau de valeurs), la manière de regarder ce qui se passe entre deux points, plus proche de la manière de voir du secondaire (deux points du tableau de valeurs sont pour eux reliés), elle voit le tableau de variation comme un tableau de valeurs dans lequel on a ajouté de l'information. Encore une fois, on se situe dans le territoire du collégial, utiliser le tableau de variation, mais vu avec un nouvel horizon, celui du secondaire (impliquant un choix particulier de nombres représentant des valeurs critiques, un regard sur l'intervalle entre ces deux nombres).

Cette façon de se placer dans une perspective d'harmonisation chez Corinne semble porteuse et incite la chercheuse à poursuivre dans le même sens, mais cette fois-ci en sollicitant les enseignants du secondaire. Que peuvent-ils voir dans le tableau de variation qui serait lié à leur territoire ? Cette façon de faire dans le cadre de la rencontre **met, encore une fois, en évidence la façon de concevoir l'harmonisation qui se place pour la chercheuse à chacun des ordres**. En ce sens, elle demande si, au secondaire, une utilisation du tableau de variation peut se faire. Les enseignants s'engagent dans une réflexion, en se rendant vite compte que les fonctions à l'étude varient à peu près toutes dans le même sens (mise à part la quadratique, la valeur absolue, ...) de sorte que l'utilisation du tableau de variation ne semble pas prometteur.

Moment 5 : une place pour le tableau de signe au secondaire

Scott voit pourtant une place, au secondaire, pour l'utilisation d'un tableau de variation, voir même d'un tableau de signe (aussi utilisé au collégial et non au secondaire).

Scott	J'ai pensé, en regardant le tableau de variation, aux opérations sur les fonctions [en pointant la figure au tableau, cf. figure 6.3]. Ça peut se travailler à l'intérieur de ce tableau-là. Il y a deux fonctions sur lesquelles on opère, on peut voir le signe de chacune. À telle valeur de x, il y en a une qui vaut zéro, entre tel intervalle, les deux sont positives ou négatives, le quotient ou le produit, selon l'opération, on peut voir ce qu'on peut faire.
Colette	Toi, si je comprends bien, tu suggères dans le fond, pour combler l'espèce de trou [où] on ne sait pas trop comment faire, d'utiliser des tables de variation.
Scott	C'est ça, comme un troisième outil pour voir le résultat.
Corinne	C'est justement un outil où tu vas colliger de l'information et quand ça devient plus complexe, tu vas utiliser une stratégie. Dans un tableau de variations, te demander ce qui se passe avec les signes, avec la croissance. Si tu rentres sur un quotient, c'est une façon de colliger l'information.

En fait, en partant de ce qui est fait au collégial, Scott fait ressortir l'idée de travailler les opérations sur les fonctions en articulant le registre graphique, l'expression algébrique et un tableau de signe : « un troisième outil pour voir le résultat ». On reconnaît ici une MFM faisant partie du territoire du secondaire, étendue à un mode de représentation faisant partie du territoire du collégial. Du point de vue de l'harmonisation, ce qu'il fait, c'est qu'il **reconnaît une circonstance dans laquelle l'utilisation du tableau de signe serait envisageable. Autrement dit, il s'agit de reconnaître dans le territoire de l'autre, des éléments (un mode de représentation) pouvant être importés dans son territoire. Ce faisant, on élargit en quelque sorte le territoire du secondaire.** Remarquons par ailleurs l'utilisation du mot « outil » chez Scott, montrant en quelque sorte qu'il se place implicitement dans des MFM proches de celles du collégial. On constate donc **une nouvelle MFM hybride**, qui jumelle l'articulation de trois modes de représentation dont une a un statut d'outil.

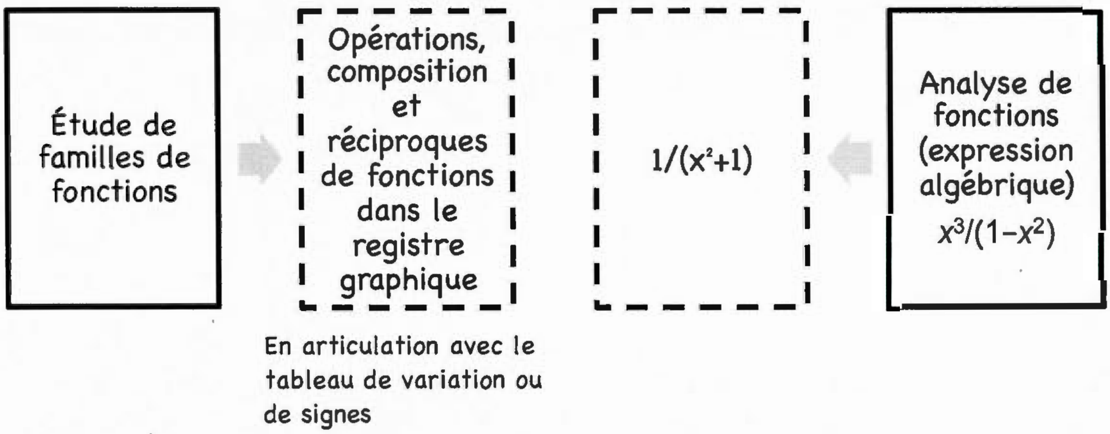


Figure 6.4 Schéma 4 utilisé comme base de réflexion

Moment 6 : un élargissement du territoire du secondaire qui se poursuit

Scott demande aux enseignantes du collégial quel mélange de fonctions serait utile pour le collégial. Les enseignantes réfléchissent et réalisent qu'il y a beaucoup de quotients et de compositions. La chercheuse demande alors s'il n'y a pas moyen de voir les fonctions de base du secondaire sous l'angle des opérations sur les fonctions, ou comme des compositions. En fait, la chercheuse suggère en quelque sorte de décomposer certaines fonctions de base à l'aide des opérations sur des fonctions encore plus élémentaires, ou encore avec des compositions : **un changement de regard** important par rapport au territoire de pratique du secondaire et au travail sur l'identification de familles de fonctions. Mais il se situe tout de même au secondaire (avec les opérations) et sort les enseignants des MFM usuelles (qui caractérisent ce territoire). Voyons comment cela a émergé de la discussion.

Chercheuse *Mais même les fonctions de base, on ne peut pas en voir certaines comme des compositions de fonctions ou comme des opérations sur des fonctions...*

[Les enseignants réfléchissent, Scott semble dire oui...]

Corinne Bien justement, quand tu fais une translation il y a une composition. Elle donne l'exemple de x^2 qui devient $(x-1)^2$, et elle dit c'est une translation mais c'est une composition quelque part... J'imagine qu'ils partent de fonctions polynomiales... [elle tente d'énumérer les fonctions du secondaire, mais pose la question]. C'est quoi les familles de fonctions que vous voyez au secondaire ? Il y a polynomiales, rationnelles...

Scott En fait polynomiales, c'est du deuxième et du premier degré.

Corinne Corinne : pas plus loin que ça ?

Scott Pas plus loin...

Colette Nous on arrive avec notre x^3 comme s'ils avaient déjà vu ça.

[La chercheuse écrit au tableau $x^3 = x \cdot x^2$].

Écrire la fonction présentée par Corinne au collégial (x^3) comme une opération sur deux fonctions connues fait apparaître un lien possible.

Du point de vue de l'harmonisation, cette question est importante d'une part, dans la mesure où elle place d'emblée les enseignants du secondaire et les enseignants du collégial dans un travail conjoint pour le secondaire. Il s'agit d'**une question qui fait entrer les enseignants du collégial dans le territoire du secondaire et qui élargit en même temps ce territoire.** Ce qui peut être fait est négocié. D'autre part, cette question a permis de constater que les enseignants du secondaire construisaient des familles de fonctions, que ceux du collégial « mélangeaient » les fonctions de base et qu'il y avait en quelque sorte des lieux intermédiaires (cf. analyses précédentes). Or, il s'agit bien d'un territoire élargi dans la mesure où ce qui est proposé reste plausible pour le secondaire. Autrement dit, ce n'est pas un nouveau territoire qui se constitue, ou qui s'organise en dehors de l'un ou l'autre des ordres; mais bien une extension d'un des deux territoires déjà constitué. En fait, au collégial, on parle de classification de fonctions (selon Corinne) et la manière de classifier ne correspond pas aux familles de fonctions du secondaire. Par exemple, au secondaire, les fonctions affines et quadratiques sont deux familles de fonctions distinctes alors qu'au collégial, la classe des fonctions algébriques regroupe toutes les fonctions polynomiales (voir par ex., manuel *Point de vue mathématique au secondaire* ou *Calcul différentiel* au collégial[99]). En ce sens, la construction de la fonction x^3 (graphiquement) devient un moyen d'élargir le concept de famille des fonctions et d'ainsi, **élargir le territoire du secondaire.** En même temps, cette question est venue problématiser certains allants de soi chez les enseignants du collégial (les fonctions polynomiales prises comme allant de soi). La figure 6.5 présente le schéma qui s'est élaboré graduellement dans la séance.

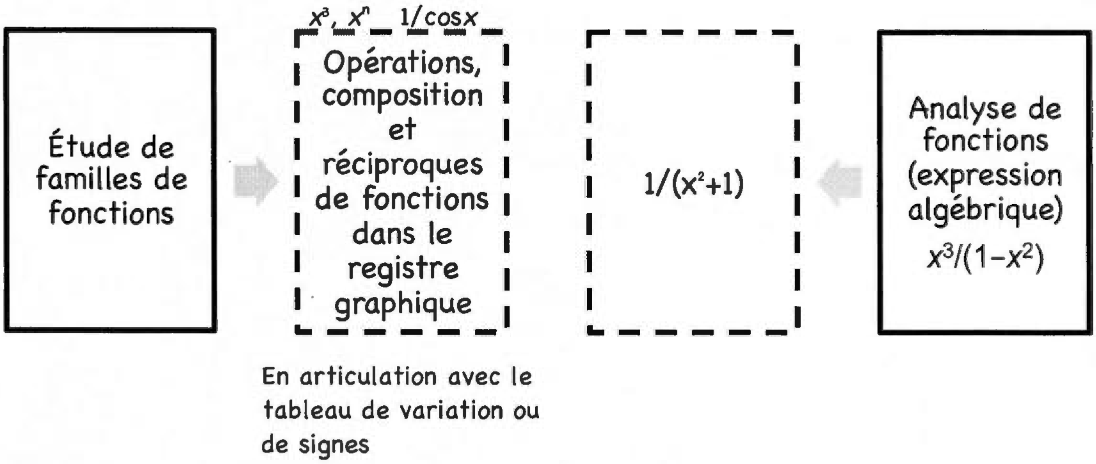


Figure 6.5 Schéma 5 utilisé comme base de réflexion

Le tableau 6.11 présente une synthèse du deuxième *temps* de la trajectoire d'harmonisation.

[99] Guay, S. et Van Moorhem, A. (2008). Point de vue mathématique (2e cycle, 2e année). Éditions Grand Duc. et Hamel, J. et Amyot, L. (2007). *Calcul différentiel.* Éditions ERPI.

Tableau 6.11

Le deuxième temps de la trajectoire d'harmonisation

Moment 4 Une harmonisation ponctuelle	Un tableau de variation vu comme un tableau de valeurs augmenté On se situe dans le territoire du collégial (utiliser le tableau de variation pour retracer le comportement d'une fonction), mais il est vu avec un nouvel horizon, celui du secondaire. Des manières d'enquêter nouvelles sur le tableau de variation (à partir du tableau de valeur, où on ajoute de l'information) et des MFM avec ce tableau de variation imbriquées à des manières d'enquêter (une façon d'aller chercher des valeurs (critiques) pour les points; de regarder l'intervalle entre deux points).
Moment 5 Des outils « importés »	Une place pour le tableau de signe au secondaire On reconnait dans le territoire du collégial un esquisser un graphique à partir d'un mode de représentation» qui peut être « importé » dans le territoire du secondaire dans certaines circonstances (opérations sur les fonctions). On élargit ainsi le territoire du secondaire. Une MFM hybride s'y construit autour de l'utilisation de ce tableau de signes : à la fois MFM du secondaire (articuler différents modes de représentation : symbolique, graphique et tableau de signes) et du collégial (utiliser le tableau de signes comme un outil pour retracer le graphique).
Moment 6 Un questionnement conjoint	Un élargissement « co-constitué » du territoire du secondaire Une question clé (« quelles fonctions mélanger au secondaire ? ») invite les enseignants du collégial dans le territoire du secondaire et ouvre d'une part sur un élargissement du territoire du secondaire (des MFM associées à la reconnaissance de familles de fonctions, fonctions portraiturées qui sont élargies à un mélange de fonctions) et d'autre part, sur la problématisation de certains allants de soi au collégial (les fonctions polynomiales) Une chercheuse qui contribue en suggérant un changement de regard important sur les fonctions par rapport au territoire du secondaire.

6.3.1.3 Troisième temps : élaboration de tâches au secondaire et au collégial

Comme suite aux discussions, nous avons convenu de travailler concrètement sur des tâches liées avec ce qui venait d'être élaboré. Serge et Scott devaient élaborer une tâche pour le secondaire et Corinne et Colette, une tâche pour le collégial. Les enseignants travaillent donc sur leurs tâches respectives et se présentent ensuite leur travail.

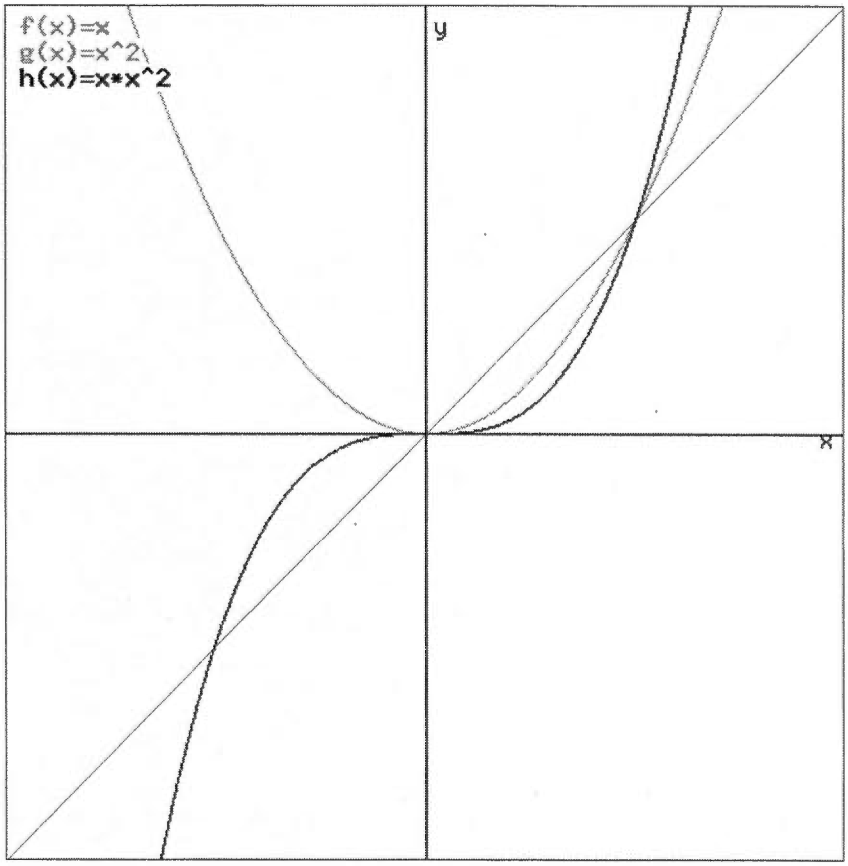
Moment 7 : élaboration d'une tâche au secondaire

Serge et Scott ont travaillé autour de la fonction $f(x) = x^3$ vue comme la multiplication d'une fonction affine et d'une fonction quadratique. D'abord, ce choix de fonction se situe à la jonction du secondaire et du collégial. En effet, la fonction x^3 ne fait pas partie des familles de fonction à identifier au secondaire. Alors qu'au collégial, comme le rappelait Corinne, on considère les fonctions polynomiales de degré n comme une grande classe de fonctions. Ainsi, du point de vue de l'étudiant, le passage des fonctions polynomiales de degré un et deux aux fonctions polynomiales de degré n vient d'abord jouer sur le concept de famille de fonctions (certainement l'ébranler, il doit être revu) et ensuite, sur l'allure graphique d'une telle famille de fonctions[100]. Du point de vue de l'harmonisation, le choix de cette fonction est donc tout à fait judicieux puisqu'elle se situe en quelque sorte sur une frontière floue par rapport à ce qui se fait à chacun des ordres. Dans un sens, la construction de cette fonction, comme les enseignants de secondaire vont la mener, peut s'intégrer dans le territoire du secondaire. En même temps, elle n'en fait pas partie officiellement (comme une famille de fonctions à l'étude). De la même manière, elle fait partie d'une classe de fonctions de base au collégial, mais n'est pas introduite de manière particulière. **Ce choix va dans le sens d'un rapprochement avec le collégial.** La figure 6.6 présente ce que les enseignants ont produit lorsqu'ils ont travaillé sur cette fonction.

Le travail fait par Serge et Scott va dans le sens de ce qui avait été discuté aux temps 1 et 2. En effet, ils ont traité x^3 comme la multiplication des fonctions x et x^2. Ils ont aussi articulé les modes de représentation discutés aux temps 1 et 2 : l'expression symbolique, le graphique et le tableau de signe. Ce qui n'avait pas été discuté et qui apparaît sont les MFM entourant ce travail (des MFM dont ils attestent dans l'action).

---

[100] En effet, toutes les familles de fonctions peuvent être représenté par un graphique de base. Or, il est impossible de présenter un graphique de base pour la famille des fonctions polynomiales de degré n.



	$-\infty,-1[$	-1	$]-1,0[$	0	$]0,1[$	1	$]1,\infty$
x	$-$	-1	$-$	0	$+$	1	$+$
x^2	$+$	1	$+$	0	$+$	1	$+$
$x \cdot x^2$	$-$	-1	$-$	0	$+$	1	$+$

Figure 6.6 Graphique 1 produit par les enseignants du secondaire

En fait, les enseignants ont tracé le graphique des deux fonctions de base pour opérer à même le graphique (en articulation avec l'expression algébrique et le tableau de signe). La manière de faire de Scott et Serge en est une du collégial, « retracer le comportement d'une fonction » qui s'appuie, de manière imbriquée, sur une MFM du secondaire (articuler le travail sur différents modes de représentation pour pouvoir tracer ce graphique). Cette manière de faire dans l'action se précise d'une certaine façon. On retrace le comportement en décortiquant la fonction pour *faire apparaître des fonctions connues, on retrace le comportement de la fonction (produit) à partir du comportement de fonctions connues*. Ceci amène plus précisément les enseignants à s'orienter en enquêtant sur *des points remarquables* (les intersections des graphiques des deux fonctions) et sur *les intervalles*. Scott explique le travail fait :

Scott	Puis là au départ on a juste identifié le (0 , 0) et l'intersection (1 , 1). On a fait un premier tableau de signes où on s'est intéressé à quand x égale 0, x est plus petit que 0 et x est plus grand que 0. On s'est rendu compte que ce n'était pas assez. En fait, on l'a réajusté en disant que l'on devait faire ça [sous-entendu celui de la figure 6.6]. S'intéresser à quand c'est égal [sous-entendu les points d'intersection], après ça il y avait l'intervalle entre 0 et 1 exclus, ensuite à 1, puis après de 1 à l'infini. La raison est la suivante : c'est sûr qu'ici [à l'origine] les deux valent 0, donc le produit va donner 0, ça c'est correct. Les deux ici [à (1 , 1)] valent exactement... dans le fond sont positives et égales à (+1) donc le produit va donner plus un. Puis ici, entre 0 et 1, les deux fonctions sont positives mais plus petites que 1, tandis que après 1, les deux fonctions sont positives mais plus grandes que 1. Graphiquement, on travaillait sur la valeur de la fonction pour savoir qu'est-ce que donnaient les résultats. Autrement dit ici, vu que jusqu'à 1, les deux fonctions sont tout le temps plus petites que 1, le produit va donner une valeur qui est plus petite que la plus petite des deux fonctions. Autrement dit, le résultat va donner une courbe qui est plus basse que la courbe qui est la plus basse entre les deux. Et dès que ça dépasse 1, on peut voir que, bien dès qu'on dépasse cette valeur-là, le produit va tout le temps être une valeur plus grande, une valeur qui est supérieure à la plus grande valeur des deux fonctions. Donc le graphique devrait passer là, c'est mal fait, en fait là je changerais de couleur si j'étais en classe. Donc entre 0 et 1, le produit va être plus bas que la plus petite des deux. Puis après 1 ça va être plus haut que la plus grande des deux.
Chercheuse	*Tu dis « si j'étais en classe, je le ferais d'une autre couleur ». Comment ferais-tu le reste avec des élèves ?*
Scott	C'est ça, en fait, un peu dans cet ordre-là, évidemment plus lentement, mais de voir que cette fonction-là est le produit de deux fonctions que l'on connaît. Évidemment le graphique, j'aurais un plan cartésien pour pouvoir aller chercher peut-être des points importants pour les deux fonctions. Bien pour la fonction linéaire, ça se trace bien, facilement. Pour la quadratique, évidemment, on aurait (0 , 0); (1 , 1); (2 , 4); au moins quelques points. Puis là pour voir vraiment, après ça c'est vraiment tout le discours pour savoir qu'est-ce que ça donne...

Dans ce que présente Scott, **les enseignants du secondaire adoptent une manière de faire du collégial, tout en l'adaptant à leur territoire**. En fait, ils retracent le comportement d'une fonction à partir d'une expression algébrique (MFM du collégial « retracer le comportement de n'importe quelle fonction à partir d'une expression algébrique »), en articulant un travail graphique et dans le tableau de signe (MFM du secondaire : articuler le travail dans différents modes de représentation). Ce faisant, ils ont des manières d'enquêter comme : voir des points remarquables dans le graphique, une manière d'enquêter qui regarde à la fois le signe (dans le tableau de signe) et la valeur sur le graphique; et des manières de faire : opérer/retracer le comportement en articulant graphique, tableau de signes et valeurs numériques, une manière de parler de l'opération en termes graphiques (« Autrement dit, le résultat va donner une courbe qui est plus basse que la courbe qui est la plus basse entre les deux »). Certaines de ces MFM et ces manières d'enquêter sont hybrides dans la mesure où elles conjuguent à la fois des éléments du secondaire et du collégial :

- Une manière d'enquêter sur la fonction qui regarde à la fois le signe (dans le tableau de signe) et la valeur sur le graphique : une manière d'enquêter qui allie plusieurs modes de représentation (ME du secondaire), avec un nouveau mode (du collégial);
- Une MFM du collégial (retracer le comportement d'une fonction à partir d'une expression symbolique) revue à la manière du secondaire (articulation entre les modes de représentation, parlé dans le graphique).

Aussi, plutôt que de procéder à une étude systématique avec outils permettant de retracer des caractéristiques observées dans n'importe quel type de fonctions (comme au collégial), leur lecture est orientée par le graphique : on voit d'abord les points d'intersection entre les deux courbes initiales, on réfléchit ensuite à ce qui se passe entre deux points en articulant la réflexion dans le graphique, le signe de la fonction et les valeurs prises dans l'intervalle. On remarque dans ce qui précède que la lecture du tableau de signes est orientée par des points remarquables et des intervalles entre ces points. Ce qui se dégage à ce moment-ci du travail fait au secondaire est présenté dans le tableau 6.12.

Tableau 6.12

La construction d'une première tâche d'harmonisation au secondaire

Un choix qui va dans le sens d'un rapprochement vers le collégial	Choix de la fonction x^3 • Un choix de fonction qui vise un certain rapprochement avec le collégial et dont l'exploration ne se situe ni au secondaire, ni au collégial. • Une manière d'enquêter qui sort du territoire du secondaire : voir la fonction comme la multiplication de deux fonctions connues. Le travail avec les opérations sur les fonctions fait partie du secondaire, mais la manière d'enquêter sur cette fonction « produit » semble nouvelle.
Des MFM du territoire de l'un (collégial) adaptées dans le territoire de l'autre (secondaire) et qui font apparaître de nouvelles manières de faire et d'enquêter.	Une articulation entre les modes de représentations • Une MFM hybride : Une manière de faire propre au collégial revisitée dans le contexte du secondaire : retracer le comportement d'une fonction exprimée sous sa forme algébrique (MF du collégial) en articulation avec le graphique et le tableau de signe (MF du secondaire). • Une manière nouvelle d'enquêter sur le graphique (en articulation avec le tableau de signes) : voir des points remarquables dans le graphique et des intervalles. • Des manières de faire nouvelles : opérer/retracer le comportement en articulant un travail graphique (situation de la courbe) et numérique (grandeur et signe), une manière de parler de l'opération en termes graphiques (une courbe plus basse que la plus basse...)

Moment 8 : pousser la tâche au secondaire jusqu'à sa « limite »

Évidemment, les enseignants du secondaire se sont rendu compte que cet exemple était un bon exemple pour articuler le travail graphique et le tableau de signes. Ils ont voulu pousser plus loin ce travail et pour ce faire, ils ont choisi la fonction suivante : $f(x) = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-3)}$. Le choix de cette fonction est clairement orienté par le collégial. Contrairement à celle de la tâche précédente, la fonction proposée est clairement de l'ordre collégial. En effet, les enseignants du secondaire tentent de voir les fonctions « à trous », largement discutées par les enseignants du collégial à la séance 1, du point de vue de leur territoire, c'est-à-dire en les traitant comme le résultat d'une opération sur les fonctions. Autrement dit, ils cherchent en quelque sorte à tester la méthode graphique. Au secondaire, les fonctions ne sont pas toutes continues, mais les seules fonctions discontinues abordées sont la fonction partie entière et la fonction rationnelle de base ($1/x$). Ainsi, les enseignants ont cherché à explorer un type de fonction travaillée au collégial dans leur territoire.

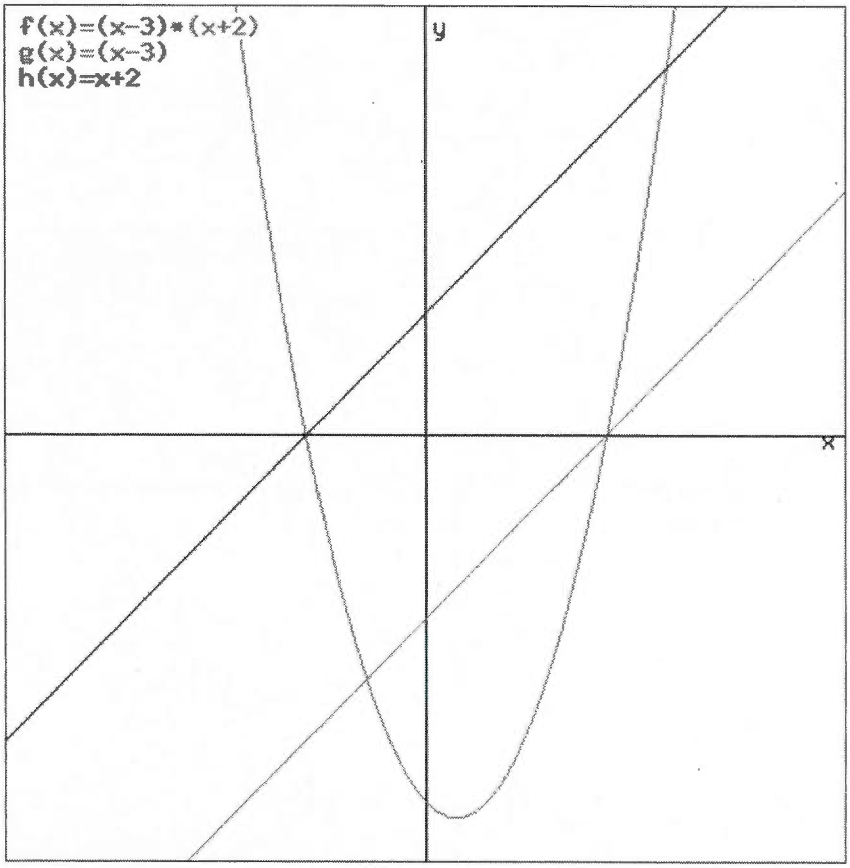


Figure 6.7 Graphique 2 produit par les enseignants du secondaire

Les réactions des enseignants des deux ordres montrent que d'une part, l'élargissement du territoire a son intérêt pour les enseignants du secondaire, mais ses limites pour les enseignants du collégial. En fait, les enseignants s'engagent dans un travail similaire au précédent (moment 7) et voient cette fonction comme le résultat d'une opération : une quadratique (numérateur) et une fonction affine (dénominateur).

Scott	Là, le résultat, c'est vraiment [trace la droite $y = x+2$]. Dans ce cas-là, non seulement c'est parallèle, mais... Dans ce cas-là, notre problème se situait vraiment... en fait le vrai résultat, il y a vraiment un point ouvert [à $x = 3$]. Il y a vraiment une discontinuité. Mais c'était surtout le fait que ici, à partir de ce point-là, ça c'est vraiment une fonction qui augmente de façon égale [$y = x-3$], et celle-là augmente de plus en plus vite [$y = (x-3)(x+2)$]. Pourtant, le quotient donne quelque chose qui augmente de façon égale. [Il est surpris].

Comme mentionné, les enseignants du secondaire ont tenté **d'importer un type de fonctions à l'étude au collégial, dans le territoire du secondaire.** La manière d'enquêter est en quelque sorte orientée par ce territoire. Scott enquête « graphiquement » sur le fait que les droites soient parallèles, sur le fait qu'il y ait une discontinuité en $x = 3$ et sur la variation (linéaire), les enseignants du secondaire identifient à partir du graphique un type de famille de fonctions et des caractéristiques (parallèles). Les enseignantes du collégial réagissent :

Corinne	C'est qu'algébriquement, ça tu peux le simplifier, pour voir si c'est égal en tous points sauf $x =$ ... c'est comme ça qu'on le montre nous autres. On dit cette fonction est-elle égale en tous points à la droite $x + 2$...
Scott	C'est ça! Ce qu'on a fait, c'est qu'on a travaillé vraiment de façon algébrique pour voir si on avait une valeur de... des deux fonctions ici, si elle augmente d'une certaine valeur, de toute façon ces deux expressions là [*en pointant les 2* $(x-3)$], vont toujours se simplifier.

Corinne enquête plutôt sur la forme algébrique, « c'est que ça peut se simplifier ». D'un côté on tente de gérer le quotient algébriquement (MFM du collégial) alors qu'au secondaire, on tente de le gérer en articulation avec le graphique (MFM du secondaire).

Les enseignants du secondaire s'engagent donc dans une MFM propre à celles du collégial : retracer le comportement d'une fonction. Or, de manière plus précise, contrairement à ce qui se passe au collégial, où l'on utilise des outils de nature algébrique (factoriser, simplifier, dériver), ici on tente de comprendre le résultat dans le graphique. Les manières d'enquêter des enseignants du secondaire restent celles du secondaire : « pourquoi on obtient une fonction linéaire ? Ce n'est pas évident, parce que les variations de la quadratique sont linéaires, les autres c'est des variations qui sont constantes... » (Serge); « Bon, il y a une réflexion à y avoir autour de ça [sous-entendu autour de $x = 3$]. À 3, on aurait 5; si la valeur existait, l'image serait 5. Elle n'existe pas, mais si elle existait... », (Scott). Les enseignants du secondaire restent dans le registre graphique.

Dans le contexte du secondaire, on s'engage dans un travail sur les opérations (en poussant la limite du choix de fonctions jusqu'à prendre des fonctions qui relèvent du territoire du collégial, cf. dernier exemple). Ce choix met en relation l'opération sur les fonctions et la fonction résultante au plan graphique (« Mais que les élèves réalisent que l'on obtient une droite et non pas une courbe, là, il faudrait que l'on réfléchisse un peu plus longuement là-dessus. Il y a un pont là à construire dans... », (Serge). Les enseignants essaient, non sans difficulté, de donner sens à l'opération graphiquement et non de se donner des outils pour étudier n'importe quelle fonction comme au collégial. En fait, ils sont parfaitement conscients que la simplification est possible. Mais ils essaient de « retrouver » $(x + 2)$ par une analyse graphique.

Chez les enseignantes du collégial, le travail algébrique vient, comme outil, permettre de tracer le graphique (cf. analyse précédente) : on retrouve ici une MFM du collégial (cf. 6.1). Les enseignantes du collégial sont plutôt à la recherche d'une efficacité, de moyens plus généraux comme le montrent les extraits suivants :

Corinne	Moi, j'me demande si c'est nécessaire d'aller jusque-là quand on voit que ça se simplifie puis...
Colette	Parce que si on met $(x–2)$ au numérateur, là c'est sûr que ça ne marchera plus. On ne sait pas trop ce que ça va donner ...
Corinne	Oui
Colette	C'est pour ça que... c'est ça qu'on se disait : de là à tirer des méthodes, des techniques.... [À propos de x^3] Ça c'est un exemple qui fonctionne super bien puis de la façon que vous l'avez expliqué, c'est vraiment... Mais il y a des cas où on dirait que ...
Corinne	... là tu vas utiliser d'autres outils. Dans le fond, ce qu'on dit, c'est juste d'utiliser l'intuition parce que le taux de variation peut t'orienter pour tracer le graphique puis avoir une idée du graphique. Ce raisonnement-là reste dans le fond, un coup que tu l'as fait.... Mais on peut demander n'importe quoi d'autre...
Scott	Non, non
Corinne	Des fois on peut pas avoir d'intuition du graphique. Comme là, à part le $(x–3)$ qui se simplifie, j'sais pas comment...
Colette	Non, ça ne marcherait pas.
Corinne	T'sais $(x–5)\ (x+2)/(\ x–3)$. ça ne simplifie pas. Intuitivement, c'est quoi le graphique ?
Colette	Ça devient assez compliqué...

Les réactions des enseignantes du collégial mettent en évidence qu'elles se demandent à quoi sert ce détour par le quotient chez les enseignants du secondaire. Pour Corinne et Colette, Scott et Serge perdent de vue le sens du quotient et de la simplification : pourquoi la propriété de simplification serait-elle tout à coup mise de côté ?[101] Corinne met aussi en évidence qu'une fonction vue comme le résultat du quotient d'une quadratique et d'une affine, $(x-5)(x+2)/(x-3)$, devrait apparaître semblable à celle explorée, mais donne en fait un graphique complètement différent, une hyperbole dans ce cas.

Dans ce qui précède, les enseignants du secondaire essaient de donner un certain sens à l'expression « $(x+2)(x-3)/(x-3)$ » sur laquelle ils enquêtent de manière locale (pour cette unique fonction), à l'aide du mode graphique (voir analyse précédente). Les enseignantes du collégial semblent remettre en question cette façon de faire, elles pointent plutôt la limite de ces façons de faire du secondaire, attestant de circonstances où il devient difficile de le faire (« des fois on ne peut avoir d'intuition du graphique, ça devient compliqué; $(x-5)(x+2)/(x-3)$ ça ne simplifie pas, intuitivement c'est quoi le graphique ?).

Qu'est-ce que ceci met en évidence ? C'est comme si on était à la limite du territoire du secondaire (les enseignants du secondaire tentent avec difficulté, avec l'exemple de fonction qu'ils prennent, $(x+2)(x-3)/(x-3)$, de donner sens à l'opération sur les fonctions graphiquement) et au commencement du territoire du collégial (avec une façon de voir et de faire, utiliser les outils algébriques et autres, qui permettent d'outrepasser les difficultés du secondaire).

---

[101] Dit autrement, pour les enseignantes du collégial, ce type de fonctions est à l'étude dans certaines circonstances fortement lié à des considérations d'enseignement : pour parler de discontinuité et de limite (pour illustrer qu'une fonction peut ne pas être définie en $x = 3$, mais peut quand même avoir une limite quand x tend vers 3, etc. Dans ces circonstances, il n'y a pas lieu de ne pas considérer la simplification. Au contraire, elle permet d'illustrer que « tu peux le simplifier, pour voir si c'est égal en tous points sauf $x = 3$, c'est comme ça qu'on le montre nous autres. On dit cette fonction est égale en tous points à la droite $x+2$ » (Corinne).

Tableau 6.13

La construction d'une deuxième tâche d'harmonisation au secondaire

Un choix qui va sur le terrain du collégial	Choix de la fonction $(x+2)\ (x-3)/\ (x-3)$ • Un choix de fonction qui est du territoire du collégial. • Une manière d'enquêter qui sort du territoire du secondaire : voir la fonction comme la multiplication de deux fonctions connues. Le travail avec les opérations sur les fonctions fait partie du secondaire, mais la manière d'enquêter sur cette fonction « produit » semble nouvelle.
Des manières de faire du territoire de l'autre (collégial) adaptées dans son territoire (secondaire) et qui font apparaître de nouvelles manières de faire et d'enquêter.	Un questionnement qui cherche à de donner sens dans le graphique, mais dont l'articulation avec le registre algébrique (la simplification) n'est pas envisagé (comme porteur de sens).
Des réactions des enseignantes du collégial	Les enseignantes du collégial remettent en question les manières de faire des enseignants du secondaire : • Des manières d'enquêter sur la fonction dans le registre algébrique. • Des limites du point de vue de la généralisation de ce que les enseignants du secondaire font.

Moment 9 : élaboration d'une tâche par les enseignantes du collégial

Corinne présente la tâche et entame la discussion en disant : « Bien moi je suis contente d'avoir pu travailler avec toi [la chercheuse] j'me suis dit ça va... ma première semaine de cours, je vais la changer au complet. J'ai trouvé ça, la tâche qu'on a fait, c'est juste de partir de ce que les étudiants savent. Donc au début, ça serait comme une tâche en grand groupe juste pour faire des rappels. Qu'est-ce que vous savez ? » (Corinne). Les enseignantes du collégial proposent une tâche en plusieurs étapes. D'abord, (1) elles proposent de donner aux étudiants des fonctions de base à tracer, ensuite (2) de tracer trois fonctions qui ont subi des transformations linéaires ou des dilatations. Ensuite (3) elles proposent une série de nouvelles fonctions à tracer intuitivement comme $(1+x)/x$, une fonction que les élèves du secondaire connaissent, mais écrite sous une forme différente : « Mais on se demandait s'ils verraient que c'est $(1/x)+1$, c'est la même chose. On voulait juste voir si d'autres formes de représentations algébriques ça les… [sous-entendu ça les gênerait, et comment ils les gèreraient] » (Corinne).

Suivent (4) d'autres fonctions comme $1/x^2$ et $1/(x^2+1)$:

Corinne	Trouver les graphiques de $1/(x^2+1)$ et $1/x^2$. C'est étonnant, c'est assez différent. Ça, ça donne quelque chose comme ça [elle esquisse au tableau], tandis que ça ici, ça donne quelque chose qui ressemble à ceci [esquisse au tableau]. C'est quand même assez différent, il n'y a pas d'asymptote dans le premier puis là il y en a une dans l'autre.
Scott	[Rires d'étonnement] C'est vrai ça ! Ça fait un choc ça!
Corinne	Ouais [rires].
Scott	Mais pour nous, ce n'est pas la même famille de fonctions [Rires d'étonnement].

Cette idée vient en quelque sorte **problématiser les familles de fonctions construites au secondaire**. En effet, les familles de fonctions du secondaire se reconnaissent par des caractéristiques visibles dans le graphique, dans la règle, dans le tableau de valeurs lorsqu'il est présenté d'une certaine façon. Or, ici, dans la perspective du secondaire, $1/(x^2+1)$ est visuellement (dans la règle) très proche de ce qui a pu être fait au secondaire. Ce choix est intéressant aussi dans la mesure où il vient ébranler une conception des étudiants (selon Corinne), dès qu'il s'agit d'une rationnelle, les étudiants pensent que c'est une fonction qui a des asymptotes verticales. Ainsi, les enseignantes du collégial tentent de problématiser ce qui est connu des étudiants. Cette idée de familles de fonctions, cette idée de paramètres. En effet, il n'est pas question d'une transformation linéaire dans ce qu'ont proposé les enseignants. C'est plus complexe, c'est une composition de fonctions.

D'autres fonctions sont aussi proposées avec l'idée d'en introduire de nouvelles et d'éventuellement, de créer le besoin d'utiliser des outils. Le tableau suivant 6.14 présente les fonctions proposées par les enseignantes du collégial et la progression pensée par elles, dans l'action.

Tableau 6.14

Fonctions présentées par Corinne et Colette pour l'introduction du cours du calcul différentiel

Elles entrent sur le territoire du secondaire avec des fonctions de base à esquisser dans le graphique.	1. Esquisser le graphique de fonctions de base (connue). $f(x) = x^2$ $f(x) = \frac{1}{x}$ $f(x) = \sqrt{x}$
Elles poursuivent dans des MFM du secondaire avec des fonctions de base qui ont subi des transformations, à esquisser.	2. Pousser en complexifiant… un peu ! $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ $f(x) = \frac{1}{x+1}$ $f(x) = (x-3)^2 + 2$
Elles introduisent des MFM hybrides : elles se situent encore dans le territoire du secondaire (fonction connue), mais on rentre sur le registre algébrique pour pouvoir tracer la courbe, plutôt de l'ordre du collégial.	3. Varier l'écriture. $f(x) = \frac{x+1}{x}$
Elles introduisent de nouvelles MFM (esquisser intuitivement le graphique des nouvelles fonctions) guidée par les MFM du secondaire (ébranler le concept de famille de fonctions, de paramètre et la conception qu'une fonction rationnelle a nécessairement une asymptote verticale.	4. Introduire de nouvelles fonctions $f(x) = e^x$ $f(x) = \frac{1}{x^2}$ $f(x) = e^{x^2}$ $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$ $f(x) = \frac{1}{e^{x^2}}$

6.3.2 Qu'apporte cette reconstruction à propos de la perspective d'harmonisation

La trajectoire d'harmonisation se constitue au croisement des territoires des deux ordres en faisant émerger des nouvelles manières de faire et d'enquêter. Le territoire à chacun des ordres se restructure à la lumière du territoire de l'autre ordre. On peut percevoir à travers la reconstitution de la trajectoire, la manière dont se constitue cette harmonisation, son thème, l'aménagement des tâches et dans la manière dont elle évolue et se transforme, une idée de rapprochement entre les ordres. Ce qui caractérise cette trajectoire est en effet un effort de rapprochement chez les enseignants des deux ordres. Une telle reconstruction d'une trajectoire d'harmonisation à travers différents *moments*, qui témoignent aussi de différents *accounts* (notamment celui de l'élaboration de tâches) où des MFM et des manières d'enquêter (ME) peuvent s'actualiser, se constituer (discussion informelle, combler un vide, élaboration de tâches), laisse entrevoir des éléments constitutifs de cette trajectoire :

- Établir des liens, repérer des lieux communs pour établir des ponts entre les territoires du secondaire et du collégial[102] :
  - Le mode graphique comme mode « parlant » aux deux ordres (moment 1), qui ouvre (moment 3) sur la possibilité d'opérer sur les fonctions (au secondaire) dans ce registre et la possibilité de retracer le comportement d'une fonction intuitivement dans le registre graphique au collégial. Il conduit à l'élaboration de tâches au secondaire et au collégial dans lesquelles le registre graphique est central (moments 7, 8, 9).
  - Le tableau de valeurs, au secondaire, versus d'autres tableaux (de variation, de signe) au collégial (moments 4 et 5, et réinvesti dans la construction d'une tâche au moment 7).
- Créer des contrastes dans l'idée de faire apparaître un vide à combler, la nécessité d'un rapprochement à faire :
  - Un contraste créé en lien avec le travail sur les fonctions à chacun des ordres (ce que veut dire travailler les fonctions à chacun des ordres) et à partir d'un schéma pris comme base de réflexion (qui traduit implicitement une certaine conception de l'harmonisation, c'est-à-dire une harmonisation pensée à l'intérieur d'un ordre, plausible dans le territoire de cet ordre et qui essaie de se rapprocher de l'autre).
- Tenter un rapprochement en comblant le vide ainsi créé :
  - Reconnaître dans le territoire de l'autre des éléments pouvant être importés dans son territoire (exemple du mélange de fonctions importé dans le territoire du secondaire, les concepts de famille de fonctions et de paramètre pour le collégial, dans le but de les ébranler).

---

[102] La notion de territoire est ici parlante pour interpréter cette reconstruction. Le territoire renvoie en effet non pas à une région géographique fixée *a priori* mais à une terre qu'on organise, qu'on aménage pour y « vivre » (Raffestin, 1981). On voit bien dans la trajectoire que cet espace est en continuelle organisation. En d'autres mots, les enseignants organisent de manière cohérente leur territoire, à la lumière du territoire de l'autre ordre.

- Revisiter son propre territoire avec comme horizon le territoire de l'autre : des MFM qui restent celles du secondaire, du collégial mais une manière d'enquêter différente, avec un horizon qui est celui de l'autre ordre (ex., la façon d'enquêter sur le tableau de variations pour les enseignants du secondaire; sur le tableau de valeurs pour les enseignants du collégial)
- Élargir son territoire (des manières de faire et d'enquêter hybrides telles...)

- Élaborer des tâches à partir de ce rapprochement, où vont s'actualiser des manières de faire et d'enquêter nouvelles :
  - Une réorganisation du territoire à chacun des ordres dans l'idée, dans cette construction de tâche, d'un territoire poussé à la limite (on sort du canevas usuel d'opérations sur les fonctions avec l'exemple $(x+2)(x-3)/(x-3)$ avec l'idée de voir jusqu'où on peut aller pour donner du sens graphiquement. Des réactions au collégial qui mettent en évidence qu'on doit aussi enquêter sur l'expression algébrique.

Du point de vue de l'harmonisation, que s'est-il passé, notamment lors de la construction des tâches ?

- **Une réorganisation du territoire au secondaire faisant apparaître de nouvelles MFM et ME.**
  - En effet, une nouvelle fonction est abordée ($f(x) = x^3$) et selon les manières de faire usuelles, les enseignants auraient pu l'explorer à travers ses différentes représentations, lui repérer des caractéristiques propres, enquêter sur le type de variation, etc. Or, à la suite des discussions avec les enseignants du collégial, on voit cette fonction comme le résultat d'une opération sur des fonctions connues qu'on investigue à partir du comportement de ces deux fonctions connues, graphiquement (en articulation avec le tableau de signes), une MFM du collégial revisitée à l'ordre secondaire.
- **Une réorganisation du territoire du collégial faisant apparaître de nouvelles MFM.**
  - On travaille sur des fonctions complexes et leur graphique, mais ce tracé est problématisé. Il est situé par rapport aux fonctions de base et transformées (MFM

du secondaire). Le travail sur le tracé d'une courbe est ensuite poussé, il se situe encore dans le territoire du secondaire, mais fait entrer sur celui du collégial par le registre algébrique (on doit passer par une ré-écriture pour tracer le graphique), puis, on introduit de nouvelles MFM (esquisser intuitivement le graphique de nouvelles fonctions choisies pour ébranler des MFM du secondaire, le jeu sur les paramètres, le concept de famille de fonctions, etc.).

- **Des MFM qui sont importées et revisitées à la lumière de son territoire (élargissement du territoire).**
  - Les enseignants du secondaire se sont appropriés des outils et des MFM des enseignants du collégial (avoir recours au tableau de signe et retracer le comportement d'une fonction) à travers les opérations sur les fonctions de l'ordre du secondaire. Or, dans ce contexte, les MFM sont tout à fait différentes au secondaire et au collégial. Les enseignants du secondaire articulent un travail graphique, numérique lié au tableau de variation. Les enseignants du collégial travaillent dans le registre algébrique pour tracer le graphique et retracer son comportement.
  - Au collégial, on importe en quelque sorte les concepts de paramètres et de famille de fonctions pour les problématiser.
- **Dans cette reconstruction, on met au jour des cultures différentes.**
  - Comme il a été vu, les enseignants du secondaire se sont engagés dans l'exploration d'une fonction vue comme le quotient d'une fonction quadratique par une fonction affine. La manière d'enquêter des enseignants du secondaire, guidée par le graphique et une nécessité d'attacher un sens à cette opération, est assez éloignée de la manière d'enquêter des enseignantes du collégial (plus proche de la nécessité d'une analyse algébrique). Celle-ci cherche à simplifier algébriquement pour d'une part être efficace dans ce cas particulier, mais aussi pour pouvoir aborder d'autres cas de fonction. On voit bien que même lorsque des MFM sont reprises par les enseignants de l'autre ordre, elles sont adaptées au contexte, et donc ouvrent sur d'autres MFM et d'autres manières d'enquêter (des manières de faire et d'enquêter hybrides). Ces manières de faire et d'enquêter sont structurées par un rationnel,

celui de donner sens chez les enseignants du secondaire (remis en question par les enseignantes du collégial dans le cas du quotient, on se situe effectivement à la limite, voir en dehors de ce qui peut se faire « à la manière » du secondaire) et un souci d'aborder les mathématiques d'un point de vue général au collégial, d'avoir recours à des outils efficace (notamment l'algèbre).

- **Dans cette reconstruction, on établit des frontières claires.**
  - Lorsque les enseignants du collégial problématisent le concept de famille de fonctions et celui de paramètre (provenant du secondaire), ils établissent des frontières claires. Autrement dit, ils mettent en évidence ce qui ne relève pas de leur territoire. De la même manière, lorsque les enseignants du secondaire retracent le comportement de la fonction $(x+2)(x-3)/(x-3)$, ils cherchent à donner lui sens via le graphique, ils cherchent en quelques sorte à explorer leurs propres MFM à jusqu'à la limite de leur territoire.
- **Enfin cette reconstruction fait apparaître un maillage entre les contributions des uns et des autres dans cette tentative d'harmonisation, dont celle de la chercheuse.**
  - Une certaine conception de l'harmonisation insufflée par le schéma retenu, qui va agir comme ressource structurante dans la manière dont les uns et les autres vont s'engager dans ce travail d'harmonisation; des éléments de transition ramenés dans la construction (le travail dans le registre graphique pour par exemple les opérations sur les fonctions; le travail sur le tableau de valeurs et de variation).

CHAPITRE VII

INTERPRÉTATION

L'étranger est l'unité de distance et de proximité.
Georg Simmel

La métaphore de l'étranger du sociologue Georg Simmel[103] (1908, p. 53) rend bien compte de l'approche qui caractérise le « voyage »[104] entrepris pour approcher les questions de transition secondaire collégial en mathématiques. Par opposition au voyageur qui ne fait que séjourner ponctuellement dans un pays, restant extérieur à celui-ci, sans tenter de comprendre la manière dont les habitants de ce pays fonctionnent de l'intérieur[105], la métaphore de l'étranger traduit en effet une relation à la fois de proximité et de distance : l'étranger fait partie du groupe (il en est proche, il est là dans le groupe et participe aux discussions, aux échanges) mais il en reste en même temps distant, comme une figure de médiation du groupe, à la fois donc du dedans et du dehors. Cette métaphore s'appliquerait sans doute aussi aux enseignants d'un ordre donné, par rapport aux enseignants d'un autre ordre dont ils sont,

---

[103] Cette métaphore de l'étranger, je la reprends de S. Desgagné qui la développe, notamment dans le cours de Recherche collaborative (Université Laval), pour situer la position du chercheur (dans une perspective ethnométhodologique) dans la recherche collaborative (Desgagné, 2001).

[104] Ce voyage, je ne l'ai pas entrepris seule, on m'a accompagnée. Pour rendre compte ici du voyage que nous avons fait ensemble, l'utilisation du « nous » est de mise.

[105] Les travaux de recherche menés sur la transition secondaire postsecondaire en mathématiques se positionnement davantage ici : le chercheur entre, de l'extérieur, sur ce qui caractérise les mathématiques à chacun des ordres par une analyse des aspects institutionnels de cette transition (cf. chapitre 1).

comme nous l'avons vu, à la fois proches et lointains. Pour poursuivre sur cette métaphore et celle du « territoire », porteuse comme nous l'avons vu dans les analyses précédentes (cf. chapitres IV à VI), au terme de ce voyage (que constitue la recherche collaborative), qu'apprenons-nous :

1) sur les « territoires visités » à chacun des ordres (ceux dont attestent les enseignants impliqués dans cette recherche) et qui se constituent au fil de leur activité quotidienne d'enseignants ?
2) sur les contrastes entre ces territoires (qui lui permet d'entrer sur les enjeux de transition) ?
3) et enfin sur la manière dont ces territoires se réorganisent, évoluent (dans le sens de rapprochements possibles, d'une harmonisation) ?

On retrouve là les trois questions de recherche au départ desquelles nous avons entrepris ce voyage, et sur lesquelles nous revenons maintenant.

7.1 Sur les territoires partagés par les enseignants d'un ordre donné : retour sur notre première question de recherche

Comment se particularisent les ethnométhodes mathématiques à chacun des ordres ?

L'entrée usuelle des recherches portant sur la transition a, à ce jour, majoritairement été celle des institutions, avec en arrière-plan l'*a priori* stipulant que ce que les enseignants font en classe est en quelque sorte structuré par cet arrière-plan. Les chercheurs s'intéressent ici aux tâches prescrites par les textes officiels, en particulier par les programmes ou les manuels, pour ce qui concerne les contenus abordés ainsi que certaines approches pédagogiques. C'est ici la *dimension institutionnelle*, explicite de la culture mathématique véhiculée par ces textes officiels, qui est examinée.

> [la théorie anthropologique du didactique] est en effet propre à caractériser les transitions institutionnelles (en général) en insistant sur la relativité des objets de connaissance aux institutions dans lesquelles ils se situent : chaque institution se caractérise par une certaine culture, traduite par des pratiques dont découlent les rapports personnels aux concepts (Praslon, 2000, p. 188)

Or, comme le met bien en évidence Roditi (sous presse), le travail des enseignants ne se réduit pas à la mise en œuvre de ces tâches et instructions officielles.

> Les enseignants exercent [...] leur métier en référence à des manières d'agir collectivement construites, [ce qui] confère à leur pratique une dimension sociale, et les conduit à répondre à des exigences issues du contexte dans lequel ils interviennent, principalement l'établissement scolaire (la direction, l'équipe enseignante, les autres professionnels, etc.) et les classes dont ils ont la charge (leur niveau, leur effectif, leur composition plus ou moins hétérogène scolairement ou socialement, etc.).

Ce sont en quelque sorte ces manières d'agir collectivement construites dans le contexte dans lequel elles interviennent (un contexte d'enseignement des mathématiques à un ordre donné) que cette recherche a tenté de comprendre. Si l'on se place du point de vue des fondements de cette recherche (ethnométhodologie et cognition située), les MFM sont vues comme se construisant dans une dialectique avec la pratique, une pratique sociale d'enseignement des mathématiques, et sont aussi structurantes de celle-ci (Lave, 1988).

Cette entrée ethnométhodologique via les enseignants (des deux ordres), et leurs MFM, a fait en sorte que des thèmes ont émergé (qui ont été importants dans les rencontres), thèmes peu traités dans les recherches antérieures à propos de la transition. On perçoit ici un premier apport de cette recherche : en entrant par les manières de faire et le plan implicite de la culture mathématique, les objets qui apparaissent des enjeux importants au regard de la transition ne sont pas ceux que faisait apparaître une analyse institutionnelle. Qu'on pense ici au symbolisme, plus souvent touché dans les recherches sur la transition par le biais du formalisme, et aussi à l'utilisation des contextes, pratiquement absent des recherches à propos de la transition. En ce sens, s'intéresser au plan *informel* de la culture, avec des enseignants, fait entrer sur des enjeux de transition que les chercheurs n'avaient pas encore explorés[106].

Au fil de la présentation de l'analyse, un territoire d'ethnométhodes partagées par les enseignants d'un ordre donné a été dégagé : par rapport au symbolisme, à l'utilisation de contextes, au travail sur les fonctions (et l'utilisation de modes de représentation). Ces ethnométhodes sont formées de manières de faire des mathématiques (MFM), de manières d'enquêter (ME) , de manières d'indexer un sens à certains objets (S), de circonstances de ces

---

[106] Fait aussi sans doute entrer sur la marge de manœuvre dont parle Roditi (sous presse) : nous sortons ici des textes officiels prescrits.

manières de faire (C) et de rationnels imbriqués à ces manières de faire et d'enquêter (R). Les tableaux 7.1 et 7.2 reprennent globalement ce territoire d'ethnométhodes mathématiques au secondaire et au collégial, tel qu'il se dégage de l'analyse.

Tableau 7.1 Territoire d'ethnométhodes mathématiques constitué par les enseignants du secondaire

		Un territoire d'ethnométhodes mathématiques partagées...	**... cohérent.**
Symbolisme	**MF**	· Partir d'un symbolisme de base/connu et le transformer. · Le fixer · Le choisir pour qu'il s'arrime aux contextes · Maintenir des notations intermédiaires · L'arrimer au registre graphique	***Un symbolisme signifiant*** - Un symbolisme processus. - Un symbolisme transparent. - Un symbolisme choisi.
	C	*Didactico-pédagogiques* · Un symbolisme de base pour l'introduction et un symbolisme plus élaboré pour représenter toute la famille des fonctions. · Utiliser les mêmes lettres pour les paramètres · Un symbolisme pour la fonction en contexte et un symbolisme pour la travailler en général · Descriptions en mots pour parler de croissance, symbolisme non conventionnel pour parler de *sin*. *Liées au contenu (fonction)* · En contexte de fonction, on utilise une manière de symboliser qui a une signification graphique	
	S	· Des lettres qui représentent des nombres et des transformations graphiques	
	R	*Prise en compte des élèves* · Reconnaissance de leur aisance (avec le symbolisme transformé) · Éviter les pertes de sens. *Préoccupation pédagogique* · Donner sens au symbolisme. · Rappeler le contexte, maintenir le sens. · Rendre toute l'information visible dans le symbolisme. *Contraintes institutionnelles* · Dans le programme (écriture canonique privilégiée et travail sur les paramètres).	
Contexte	**MF**	· Imager les mathématiques. · Contextualiser les mathématiques. · Travailler en contexte. · Manière de parler des concepts connotée par la situation. · Jouer dans le contexte, le transformer en lien avec les mathématiques à travailler. · Considérer les mathématiques exploitées et le contexte comme ayant une même importance et dans un rapport dialectique.	***Des mathématiques contextualisées*** - Des mathématiques agglutinées au contexte. - Des contenus et processus travaillés dans le contexte. - Des mathématiques orales. - Des mathématiques imagées.
	S	· Des objets mathématiques connotées par la situation/ le contexte (des grandeurs, un graphique qui nous parle d'une situation…)	
	R	*Didactique* · Le contexte comme support aux raisonnements. · Le contexte comme moyen d'assurer un engagement dans l'activité mathématique. *Vision des mathématiques* · Le contexte comme permettant une démarche de recherche.	
Fonction	**MF**	· Associer un mode de représentation à un modèle de fonction. · Esquisser un graphique à partir d'un mode de représentation. · Établir des liens entre un mode de représentation et les caractéristiques d'une fonction.	***Portraiturer des familles de fonctions*** - Des modes de représentation « transparents » - Des caractéristiques spécifiques à chaque famille de fonctions.
	C	Des circonstances qui doivent être remplies, des attentes, des finalités : · Travailler avec un tableau de valeurs ou d'autres modes de représentations (graphique, symbolique) lorsqu'on a assez d'information pour reconnaître un modèle de fonction, lorsque la fonction est connue ou à l'étude. · Avoir un contexte, lorsqu'on cherche à valider le modèle à partir d'un tableau de valeurs.	
	S	· Voir l'intervalle comme une partie qui délimite ce qui est connu. · Le sens intuitif de la limite infinie (asymptotique). La limite asymptotique comme une caractéristique propre à une fonction (rationnelle ou tangente par ex.). · Le tableau de valeurs vu comme la représentation d'une fonction · Un domaine vu comme l'ensemble sur lequel est définie la fonction. · La variation vue comme un écart et comme une caractéristique d'une fonction particulière.	
	ME	· Sur le tableau de valeurs qui fait apparaître un modèle de fonction connue ou à l'étude. · Sur la variation supportée par une idée de reconnaître la fonction. · Sur la construction d'un graphique supportée par l'idée de relier les points ou non. · Sur le graphique à construire centré sur ce qui relie deux points. · Sur la limite dans le graphique, informellement.	
	R	Attentes liées à la reconnaissance de différentes familles de fonctions à travers divers modes de représentation.	

Tableau 7.2 Territoire d'ethnométhodes mathématiques constitué par les enseignants du collégial

		Un territoire d'ethnométhodes mathématiques partagées…		**… cohérent.**
Symbolisme	**MF**	· Traduire en langage symbolique et traduire le langage symbolique. · Expliciter/préciser ce qu'il représente. · Faire parler le symbolisme.	· Utiliser un symbolisme donné *a priori*. · Jouer avec le symbolisme. · Utiliser un symbolisme qui varie selon les circonstances de son utilisation.	***Un symbolisme allant de soi*** Un symbolisme explicité. Un symbolisme déterminé et extérieur. Un symbolisme général et compact.
	C	*Activité mathématique* · Un symbolisme en contexte théorique, en démonstration, dans la présentation d'objets et dans les définitions. · Un symbolisme scientifique dans les applications.	*Liées au domaine mathématique* · Un certain symbolisme quand on exprime la fonction par sa règle, dans les propriétés des limites, dans le symbolisme de Leibniz, etc.	
	S	· Des lettres qui représentent des nombres mais qui peuvent aussi être remplacées par des expressions plus complexes.		
	R	*Prise en compte des élèves* · Les habituer aux traductions et à utiliser le langage mathématique. · Prévenir certaines erreurs courantes. *Vision de ce que c'est faire des mathématiques* · Faire entrer les étudiants dans le jeu du symbolisme.	*Contraintes institutionnelles* Utiliser le langage symbolique universitaire. S'arrimer au symbolisme des manuels, des autres cours de maths et de sciences.	
Contexte	**MF**	· Faire la correspondance entre les éléments du contexte et les outils mathématiques. · Projeter les maths dans une tâche. · Dresser le bilan des maths dans une tâche.	· Prévoir les contextes d'utilisation en présentant les concepts. · Faire coexister, non sans difficulté, un travail en contexte et un travail mathématique. · Rechercher les éléments mathématiques dans un modèle.	***Des mathématiques illustrées*** - Une correspondance univoque entre les éléments du problème et les éléments mathématiques. - Des mathématiques outils. - Des mathématiques écrites et symbolisées. - Des mathématiques achevées.
	S	· Les objets mathématiques sont décontextualisés.		
	R	*Pédagogique* · Le contexte pour permettre de voir si les étudiants peuvent appliquer ce qui leur a été montré. *Mathématiques* · Le contexte pour mettre en application des outils.		
Fonction	**MF**	· Retracer le comportement de n'importe quelle fonction à partir d'une expression algébrique. · Anticiper les comportements limites d'une fonction en tout point.	· Mobiliser des outils pour retracer le comportement d'une fonction et pour tracer le graphique.	***Faire des changements d'échelle (zoom).*** - Des modes de représentation « outils » - Des caractéristiques générales pour aborder n'importe quelle fonction.
	C	Des circonstances qui doivent être remplies, des attentes, des finalités : · Il convient d'utiliser des outils qui permettent d'aborder les fonctions globalement et de voir où la fonction « s'en va », mais aussi qui permettent d'aborder les éléments plus complexes de la fonction (et aller dans le détail).		
	S	· Le tableau de valeurs vu comme un ensemble de points. · Le tableau de variation vue comme un outil. · L'intervalle vu comme le domaine de la fonction ou comme une restriction du domaine. · L'intervalle vu comme une condition à prendre en compte pour tracer le graphique.	· Le sens infini (asymptotique) et fini (non asymptotique) de la limite, une limite qui est relative à la valeur d'une fonction ou à ses variations. · La variation vue comme une caractéristique locale des fonctions en général.	
	ME	· Une manière d'enquêter qui fait apparaître des points et tout ce que le tableau de valeurs ne permet pas de voir. · Une manière d'enquêter sur le graphique à construire, liée à la continuité et discontinuité.	· Une manière d'enquêter sur le tableau de valeurs qui fait apparaître un processus de rapprochement, de limite. · Une manière d'enquêter sur l'intervalle qui cherche à montrer la possibilité de discontinuité de la fonction associée. · Une manière d'enquêter sur la variation supportée par une idée de limite.	
	R	Attentes envers les étudiants liées à des considérations institutionnelles : Un des buts du cours de calcul différentiel est de tracer le graphique d'une fonction complexe, de connaître le comportement d'une fonction.		

Ces deux tableaux présentent la particularisation des ethnométhodes à chacun des ordres. Une lecture horizontale permet de voir les particularités pour chacun des thèmes qui ont émergé de l'analyse (on entre ici dans le territoire qui se constitue à propos du symbolisme; du contexte; des fonctions, cf. résultats des chapitres IV, V et VI), alors qu'une lecture à la verticale nous fait entrer dans ce qui particularise ces ethnométhodes au-delà des thèmes. C'est sur ce dernier point que nous revenons maintenant.

7.1.1 Au secondaire

Des MFM

Bien que les analyses aient été menées en parallèle, cette reconstitution du territoire global permet de mettre en lien les ethnométhodes dégagées pour chaque thème. À l'ordre secondaire, ces MFM se particularisent autour de l'idée de « **mettre en forme** » : un symbolisme (l'introduire graduellement, maintenir des notations intermédiaires, choisir un symbolisme, etc.); des mathématiques (par l'utilisation de contexte); et des familles de fonctions (à travers différents modes de représentation).

Des circonstances

Une circonstance, c'est ce qui se trouve autour, entoure une manière de faire. Les circonstances illustrent un certain découpage des manières de faire et délimitent ainsi le territoire constitué par les enseignants[107]. Comment les enseignants du secondaire circonscrivent-ils leur territoire ?

Lorsque nous regardons de plus près les circonstances développées par les enseignants, les circonstances explicitées mettent en évidence l'imbrication de plusieurs plans (didactique, pédagogique, institutionnel, mathématique) comme il a été question dans le chapitre II (§2.3). Par exemple, chez les enseignants du secondaire, sur le plan mathématique, la manière de faire « partir d'un symbolisme connu et le transformer » renvoie à une circonstance liée à une dimension didactico-pédagogique. En effet, autour de cet exemple, les circonstances s'explicitent en termes de contextes d'introduction ou non : « quand j'introduis, j'utilise un

---

[107] Par exemple, lorsque les enseignants du collégial disent jouer avec le symbolisme, les circonstances permettent de comprendre qu'ils le font dans des contextes précis (en application par exemple) mais que dans d'autres, ils ne jouent pas avec le symbolisme (dans les théorèmes et définitions).

symbolisme de base ». Ainsi, le découpage MFM se fait dans ce cas dans une dimension **didactico-pédagogique**, même si quelques éléments institutionnels sont imbriqués.

Un rationnel

De la même façon, le rationnel associé aux MFM est lui aussi connoté par la situation d'enseignement. Par exemple, les tableaux ci-dessus mettent en lumière les dimensions des rationnels évoqués aux chapitres IV, V et VI qui sont liées à des dimensions institutionnelles, pédagogiques, didactiques et mathématiques. Certaines particularités sont notables. Au secondaire, les enseignants cherchent à « **donner sens** » : au symbolisme (en choisissant d'introduire des notations intermédiaires pour éviter des pertes de sens, en choisissant de ne pas utiliser de symbolisme, d'écrire en mots, de choisir un symbolisme qui rappelle la situation, etc.); aux mathématiques (en utilisation des contextes comme support au raisonnement); et aux fonctions (à travers différents modes de représentation, différentes caractéristiques permettant de les reconnaître, en donnant un sens dans le graphique, etc.). Le tableau 7.3 montrent que le rationnel des enseignants est composé de plusieurs dimensions imbriquées.

Tableau 7.3

Illustration des dimensions imbriquées à partir des rationnels des enseignants du secondaire

	Rationnels au secondaire	Dimension
Symbolisme	Contrainte institutionnelle : le symbolisme utilisé dans les manuels	Institutionnelle
	Souci de cohérence sur le long terme, prise en compte des difficultés des étudiants, donner sens au symbolisme, rappeler le contexte à travers le symbolisme.	Didactico-pédagogique
Contexte	Le contexte comme support aux raisonnements et comme un moyen d'assurer son engagement dans l'activité mathématique.	Didactique
	Le contexte pour permettre une démarche de recherche.	Mathématique (vision des maths)
Fonction	Attentes liées à la reconnaissance de différentes familles de fonctions à travers divers modes de représentation.	Institutionnelle

Un territoire d'ethnométhodes mathématiques du secondaire qui se particularise :

- Des MFM qui s'articulent autour de l'idée de « mettre en forme » un symbolisme, des mathématiques, des fonctions.
- Des circonstances de ces MFM associées à un projet d'enseignement.
- Un rationnel imbriqué à ces MFM : « donner du sens ».

7.1.2 Au collégial

Des MFM

À l'ordre collégial, il ressort de ces MFM une idée de **« donner accès »** : à un symbolisme, celui de la communauté scientifique (avec l'idée de le traduire, de le donner *a priori*, de préciser ce qu'il représente, etc.); aux outils mathématiques qui permettront de résoudre des problèmes, illustrées les champs d'application des mathématiques; et finalement aux outils qui permettent de retracer le comportement de n'importe quelle fonction. Des particularités sont aussi visibles dans les circonstances.

Circonstances

Au collégial, les enseignants distinguent l'utilisation du symbolisme selon d'autres circonstances : un symbolisme pour présenter des définitions, des théorèmes et des démonstrations et un symbolisme propre au travail en contexte d'application. Dans ce cas-ci, le découpage des MFM se fait selon plusieurs aspects, mais particulièrement selon une dimension mathématico-institutionnelle (un travail théorique versus un travail d'application). Aussi, les circonstances peuvent être associées à des domaines particuliers (des lettres majuscules pour des matrices) et des notions particulières (f et g pour les propriétés des limites et u et v pour les propriétés des dérivées exprimées via le symbolisme de Leibniz), un découpage des manières de symboliser qui s'arrime aux domaines mathématiques.

Rationnel

Les enseignants du collégial parlent davantage d'une idée de préparation : au symbolisme mathématique et scientifique (en utilisant un tel symbolisme donné *a priori* et en s'efforçant de préciser ce qu'il représente, en jouant sur le symbolisme utilisé dans une expression, etc.); à l'utilisation d'outils mathématiques dans les domaines scientifiques (utilisés dans des problèmes, utilisés pour retracer le comportement de fonctions complexes). Le tableau 7.4

montrent que le rationnel des enseignants du collégial est lui aussi composé de plusieurs dimensions imbriquées.

Tableau 7.4

Illustration des dimensions imbriquées à partir des rationnels des enseignants du collégial

	Rationnels au collégial	Dimension
Symbolisme	S'arrimer au symbolisme des manuels et préparer les étudiants au symbolisme scientifique et universitaire.	Institutionnelle
	Prévenir des difficultés.	Didactique
	Habituer les étudiants aux traductions mathématiques, les faire entrer dans le jeu mathématique.	Mathématique
Contexte	Le contexte pour voir si les étudiants peuvent appliquer ce qui leur a été montré.	Pédagogique
	Le contexte pour mettre en application des outils.	Mathématique (vision des maths)
Fonction	Un des buts du cours de calcul différentiel est de tracer le graphique d'une fonction complexe, de connaître le comportement d'une fonction.	Institutionnelle

Un territoire d'ethnométhodes mathématiques du collégial qui se particularise :

- Des *MFM* qui s'articulent autour de l'idée de « Donner accès » à un symbolisme, aux domaines d'application des mathématiques, aux outils pour étudier n'importe quelle fonction.
- Des circonstances de ces MFM associées à un plan mathématico-institutionnel.
- Un rationnel imbriqué à ces MFM : « préparer les étudiants à des études en sciences ».

En somme, les ethnométhodes mathématiques chez les enseignants du secondaire et du collégial mettent en avant plan des manières de faire des mathématiques supportées par des circonstances et un rationnel relevant de dimensions institutionnelles, didactiques, pédagogiques et mathématiques.

7.2. Mieux percevoir les enjeux de transition (les contrastes entre ces territoires) : retour sur notre deuxième question de recherche

Comment se distinguent les cultures mathématiques dont attestent ces ethnométhodes ?

Ce qui précède présente une vue d'ensemble de ce qui particularise le territoire d'ethnométhodes mathématiques à chacun des ordres. Cette particularisation mène aussi à saisir les contrastes entre ces deux territoires et à percevoir les enjeux de transition qu'ils mettent en évidence. Nous nous attardons à ce qui se dégage de l'analyse en revenant sur :

1) un niveau « micro » pour un élément commun aux trois thèmes abordés (symbolisme, contexte, modes de représentation) : le travail sur les fonctions;
2) un niveau « macro » pour chacune des cultures mathématiques qui se dégage des analyses (sur le plan *informel*).

7.2.1. Le travail sur les fonctions à chacun des ordres sous l'angle des ethnométhodes mathématiques

À chacun des ordres, un élément commun aux trois analyses a été retenu : celui de *fonction*, beaucoup abordé dans l'activité réflexive. Il traverse les trois chapitres d'analyse (cf. chapitre IV, V, VI). Il apparaît donc judicieux, pour mieux percevoir les enjeux de transition, d'entreprendre ce travail sous l'angle de ce concept (même si les résultats des chapitres IV et V ne concernent pas seulement les fonctions).

Certains travaux plus spécifiquement liés au thème des fonctions ont été menés dans les études portant sur la transition secondaire postsecondaire. Il a déjà été question de Bloch (2000) et Praslon (2000) qui ont tous deux adopté une perspective d'articulation autour du passage à l'analyse à l'université, ou encore de Vandebrouck (2010), qui a repéré trois domaines de travail autour de la fonction dans sa progression au fil des ordres (voir §1.3.2). Pour ces trois chercheurs, lorsqu'il est question de fonction, l'horizon est systématiquement le cours d'analyse à l'université. Or, dans le cas du collégial au Québec (et même plus généralement en Amérique du Nord), le cours de calcul (différentiel) n'est pas un cours d'analyse et l'horizon n'est donc pas du tout le même.

Quoi qu'il en soit, l'intérêt est de montrer que l'entrée privilégiée, les MFM comme enseignants (au-delà de la dimension institutionnelle et explicite du travail sur les fonctions dans laquelle se sont placés les travaux susmentionnés sur la transition) est riche pour les questions de transition. Le concept de fonction est ici pris en exemple pour resserrer l'analyse et montrer les contrastes entre les deux territoires d'ethnométhodes.

Au secondaire, le portrait suivant du travail sur les fonctions se dégage de nos analyses (tableau 7.5). Nous avons repris le plan explicite, institutionnel (colonne de gauche dans le tableau) tel qu'il apparaît dans les programmes, de façon à bien mettre en évidence par contraste la richesse de ce que nous apprend le plan *informel* (celui des MFM en lien avec la symbolisation des fonctions, l'utilisation de contextes et de modes de représentation).

Tableau 7.5

Le portrait du travail sur les fonctions au secondaire qui se dégage des analyses

La partie explicite, du travail sur les fonctions	**Symbolisme**	**Contexte**	**Modes de représentation**
Les élèves en arrivent à analyser et à traiter des situations où interviennent un ensemble de concepts et de processus algébriques. Ils établissent des liens de dépendance entre des variables, modélisent des situations, les comparent, les optimisent au besoin et prennent, le cas échéant, des décisions éclairées au regard de celles-ci (MELS, 2012).	Une manière de symboliser les fonctions avec tous les paramètres (par ex. $f(x) = a \cdot c^{b(x-h)} + k$)	Des fonctions introduites avec un contexte, modélisées à partir du contexte, parlées dans les termes du contexte.	Reconnaître dans des modes de représentation des modèles de fonctions connues.
	Introduire graduellement le symbolisme (symbolisme de la fonction de base, ensuite transformé, introduisant graduellement les paramètres).	Jouer dans le contexte, le transformer en lien avec la fonction à travailler (ex. de la fonction rationnelle).	Associer un mode de représentation à un modèle de fonction.
	Fixer le symbolisme (une cohérence dans le symbolisme choisi, toujours les mêmes lettres pour les paramètres).	Interpréter le modèle en contexte (ex. croissance, décroissance, variation, etc.).	Esquisser un graphique à partir d'une représentation dans un autre mode.
	Choisir de ne pas symboliser ou avoir recours à des notations intermédiaires (ex. la croissance).	Des fonctions travaillées en contexte : parlées, imagées en contexte.	Voir un type de variation, des caractéristiques dans un mode de représentation.
	Arrimer le symbolisme au registre graphique.		
	Le travail sur les fonctions en lien avec le symbolisme : un symbolisme processus/ transparent/ signifiant.	Le travail sur les fonctions en lien avec l'utilisation de contextes : des mathématiques contextualisées.	Le travail sur les fonctions en lien avec les modes de représentation : portraiturer les familles de fonctions de base.

Au collégial, le portrait suivant du travail sur les fonctions se dégage (tableau 7.6, ci-dessous).

Tableau 7.6

Le portrait du travail sur les fonctions au collégial qui se dégage des analyses

La partie explicite, institutionnelle du travail sur les fonctions	Symbolisme	Contexte	Modes de représentation
Reconnaître et décrire les caractéristiques d'une fonction représentée sous forme d'expression symbolique ou sous forme graphique. Déterminer si une fonction a une limite, est continue, est dérivable, en un point et sur un intervalle. [...] Utiliser la dérivée et les notions connexes pour analyser les variations d'une fonction et tracer son graphique. (MELS, 2010).	Une manière de symboliser qui varie selon les circonstances ($f(x)$ pour exprimer la règle, f et g dans les limites, u et v avec la notation de Leibniz).	Des fonctions introduites en résolution de problèmes, déjà modélisées par une règle (la correspondance entre les éléments du contexte et les concepts est faite).	Retracer le comportement de n'importe quelle fonction .
	Utiliser un symbolisme donné *a priori* : par ex. la manière de symboliser une fonction avec la notation de Leibniz.	Sortir du contexte.	Mobiliser des outils pour retracer ce comportement et tracer le graphique.
	Jouer avec le symbolisme (remplacer ce qui est exprimer dans les déf. qui implique des fonctions par des expressions plus complexes (par ex. x devient sin$x$).	Interpréter les modèles et les tâches mathématiquement (par ex. le modèle d'un phénomène investigué par des caractéristiques mathématiques : limites, taux de variation, etc.).	Anticiper les comportements limites d'une fonction en tout point, à partir de différents modes de représentation.
	Traduire en langage symbolique (ex. la croissance).	Des fonctions travaillées dans le langage symbolique, en sortant du contexte).	Étudier la variation comme un objet en soi. L'utiliser ensuite comme un outil pour étudier le comportement de n'importe quelle fonction.
	Expliciter ce que signifient les symboles (par ex. soit u et v deux fonctions).	Prévoir (déjà) des contextes d'utilisation au moment de présenter des concepts mathématiques.	
	Le travail sur les fonctions en lien avec le symbolisme : un symbolisme extérieur, compact, général.	Le travail sur les fonctions en lien avec l'utilisation de contextes : des mathématiques illustrées.	Le travail sur les fonctions en lien avec les modes de représentation : changer d'échelles (zoom).

Cette mise en contraste permet de dégager un certain nombre d'enjeux clés de transition dans le travail sur les fonctions :

- enjeu du symbolisme : une symbolisation avec tous les paramètres versus un symbolisme condensé;
- l'utilisation d'un symbolisme fixe sur le long terme (toujours les mêmes lettres pour les paramètres) versus une façon de symboliser les fonctions sur laquelle on joue, qui se complexifie et qui varie selon les circonstances;
- enjeu du contexte : la croissance, les caractéristiques des fonctions sont parlées en contexte, versus des caractéristiques définies, écrites (en dehors du contexte, à l'intérieur des maths);
- un travail sur les fonctions fait à l'oral versus un travail fait via des mathématiques écrites, symbolisées;
- un travail important sur les paramètres (non repris au collégial);
- reconnaître une fonction dans des modes de représentation, versus utiliser des outils (mode de représentation – les tableaux) comme tremplin pour construire la fonction et retracer son comportement.

7.2.2. Comment se distinguent les cultures mathématiques dont attestent ces ethnométhodes ?

Le point de départ de cette recherche est justement cette idée de culture : éclairer le plan *informel* à chacun des ordres. Mais cette lecture en termes de culture, ce changement d'échelle (ce zoom arrière) permet également d'explorer des enjeux de transition.

L'analyse met en évidence que les MFM des enseignants sont enracinées dans une culture mathématique et ce, dans une dialectique entre les plans *formel*, *informel* et *technique*. L'entrée privilégiée était celle du plan *informel* mais des éléments relevant des plans *formel* et *technique* ont pu être dégagés dans les analyses.

Bien que celles-ci aient permis de montrer l'imbrication des trois plans, elles montrent aussi — à travers la symbolisation et l'utilisation du symbolisme, la contextualisation et l'utilisation de contextes, le travail avec les fonctions — la richesse de se situer au plan *informel* de la culture pour aborder les questions de transition. Cela confirme en quelque sorte l'hypothèse d'Artigue voulant que les éléments du plan *informel* de la culture soient centraux. Le tableau qui suit (7.7) met en parallèle les grandes catégories de la culture dégagée pour chacun des thèmes.

Tableau 7.7

Chacun des thèmes vus sous l'angle de la culture

	Secondaire	Collégial
Symbolisme	***Un symbolisme signifiant*** - Un symbolisme processus. - Un symbolisme transparent. - Un symbolisme choisi.	***Un symbolisme allant de soi*** Un symbolisme explicité. Un symbolisme déterminé et extérieur. Un symbolisme général et compact.
Contexte	***Des mathématiques contextualisées*** - Des mathématiques agglutinées au contexte. - Des contenus et processus travaillés dans le contexte. - Des mathématiques orales. - Des mathématiques imagées.	***Des mathématiques illustrées*** - Une correspondance univoque entre les éléments du problème et les éléments mathématiques. - Des mathématiques outils. - Des mathématiques écrites et symbolisées. - Des mathématiques achevées.
Fonction	***Portraiturer des familles de fonctions*** - Des modes de représentation « transparents ». - Des caractéristiques spécifiques pour chaque famille de fonctions.	***Faire des changements d'échelle (zoom).*** - Des modes de représentation « outils ». - Des caractéristiques générales pour aborder n'importe quelle fonction.

La question qui se pose : quels éléments de contraste entre ces deux permettent de mieux percevoir les enjeux de transition ? En se plaçant à une échelle plus éloignée, nous pouvons considérer simultanément les deux ordres pour les mettre en parallèle. Un tel changement d'échelle conduit à entrer sur des enjeux de transition.

Autour du symbolisme : quels contrastes entre les cultures mathématiques des deux ordres ?

L'analyse met en relief que les MFM des enseignants du secondaire (symboliser et utiliser le symbolisme) sont de l'ordre du processus alors que celles du collégial apparaissent quant à elles comme liées à un symbolisme achevé. Quelques distinctions ont été mises en évidence dans le chapitre IV (voir §4.4) :

- *Donner forme à un symbolisme* versus *agir sur un symbolisme existant* : le symbolisme est amené comme un processus au secondaire et est considéré comme achevé au collégial.
- *Un symbolisme parlant* versus *un symbolisme parlé* : on choisit une façon de symboliser parlante au secondaire, alors que le symbolisme utilisé au collégial est compact et général et c'est pourquoi il faut le traduire et le faire parler.
- *Éviter le formalisme* versus *inviter au formalisme* : on va choisir de ne pas introduire les définitions de manière formelle, à éviter ou retarder le symbolisme au secondaire; alors qu'au collégial, on introduit concepts et définitions de manière formelle, on cherche systématiquement à (tout) symboliser.

Il est clair que le symbolisme est conçu différemment à chacun des ordres. Une certaine marge de manœuvre ou un droit de regard vis-à-vis du symbolisme est mis en avant chez les enseignants du secondaire; alors que chez ceux du collégial, le symbolisme est clairement donné *a priori*, de l'extérieur. Cette lecture en parallèle met aussi en relief que les MFM des enseignants du secondaire (symboliser et utiliser le symbolisme) sont de l'ordre du processus alors que celles du collégial apparaissent comme liées à un symbolisme achevé. De plus, l'entrée par les manières de faire liées au symbolisme permet par extension d'ouvrir sur d'autres aspects de la transition : des manières d'enquêter et d'indexer un sens au symbolisme qui laisse entrevoir une idée de « transparence » pensée différemment, des manières différentes de concevoir la généralité, de penser le passage à un langage formel. Dans le cas du secondaire, on évite d'utiliser le langage formel pour éviter les pertes de sens et on privilégie un symbolisme transparent (par ex. utiliser une écriture comme $f(x) = ac^{b(x-h)} + k$ pour laisser voir toute les possibilités de la famille des fonctions exponentielles; ou encore privilégier une écriture « rapport » pour exprimer un sinus). Dans le cas du collégial, on initie les étudiants au formalisme et on privilégie des écritures générales et compactes, qui se plient à plusieurs contextes.

Autour de l'utilisation de contextes : deux visions des mathématiques

La culture qui se dégage à propos de l'utilisation des contextes relève véritablement du plan *informel*. L'analyse met ici en relief des enjeux de transition importants, le passage de mathématiques contextualisées à des mathématiques illustrées, les deux révélant des visions différentes des mathématiques. Des mathématiques dont le sens est supporté par le contexte et des mathématiques non articulées au contexte, qui prennent leur sens en dehors de ces contextes (à l'intérieur des mathématiques) et qui pourront être appliquées (en ayant recours à des outils mathématiques).

Ce contraste entre les deux cultures se manifeste dans la façon même de chercher des problèmes. Chez les enseignants du secondaire, on cherche des contextes pour introduire les mathématiques, on va modifier, faire bouger les contextes pour accompagner le travail mathématique à faire (cf. chapitre V, §5.4). Leur manière d'enquêter sur les mathématiques est imbriquée au contexte. Chez les enseignants du collégial on va chercher de bons problèmes pour illustrer les mathématiques, pour les faire fonctionner comme outils; ainsi, la recherche est guidée par la correspondance visée entre les mathématiques et leurs applications possibles. Ainsi, la manière d'enquêter des enseignants du collégial sur les problèmes est orientée par les mathématiques qu'ils veulent pouvoir illustrer. Le rôle du contexte n'est donc pas du tout le même qu'au secondaire.

Cela soulève le problème de la compatibilité, comme le mettaient en évidence les études antérieures, entre ces deux types de mathématiques, ces deux visions des mathématiques. Contrairement à ce que ces études semblent véhiculer, une vision n'est pas pour nous moins « sophistiquée » que l'autre, elles ont toutes les deux leur complexité, faire des mathématiques en contexte comme en témoignent les enseignants du secondaire est tout aussi exigeant que faire des mathématiques comme au collégial, on a tout simplement ici deux visions distinctes du travail mathématique, etun saut important au regard de la transition.

Autour des modes de représentation : des contrastes qui renvoient à des conceptualisations différentes

Dans le cas des fonctions, les distinctions en termes de MFM sont claires, elles s'articulent autour de l'idée d'étudier en profondeur plusieurs familles de fonctions, à travers les différents modes de représentation. Au collégial, le travail se poursuit, on retrace le comportement de fonctions complexes (construites à partir de plusieurs fonctions vues au secondaire, à l'aide des quatre opérations auxquelles s'ajoute la composition). Or, des distinctions plus subtiles ouvrent sur de véritables changements conceptuels. En effet, la signification des modes de représentation et des concepts associés au travail sur les fonctions, pour ceux qui en font usage (les enseignants), s'arrime au contexte dans lesquels ils sont utilisés. Les enseignants des deux ordres utilisent des modes de représentation dans le travail sur les fonctions, mais les circonstances dans lesquelles ces modes de représentation sont utilisés, la manière dont les enseignants les utilisent et leurs manières d'enquêter sur ces modes de représentation amènent à les distinguer.

- *Des modes de représentation qui n'ont pas la même signification* : chez les enseignants du secondaire, les modes de représentation portraiturent une fonction qu'il est possible de reconnaître (la table de valeur, l'écriture symbolique, le graphique donnent le portrait d'une fonction, d'un type bien identifié de variation); alors qu'au collégial, les modes de représentation n'ont pas tous le même statut, certains sont privilégiés (l'écriture symbolique par exemple), certains sont perçus comme des outils (ex. le tableau de variation).
- *Un domaine connu* versus *un domaine à connaître* : la manière d'enquêter sur le domaine est forcément différente puisque d'un côté les fonctions sont connues, leur domaine l'est aussi. On enquête alors sur l'ensemble, déterminé par le contexte, sur lequel est définie la fonction (souvent implicitement, à partir du contexte, discret ou continu). Chez les enseignants du collégial, le domaine est à enquêter puisqu'inconnu.
- La variation vue comme une caractéristique des familles de fonctions, *versus* la variation vue comme un outil pour étudier les fonctions.
- *Une variation conçue différemment* : une idée de co-variation chez les uns *versus* une idée de variation locale, et de variations de variations, chez les autres (lorsque les enseignants interprètent le graphique en contexte, voir chapitre V).

On pourrait penser *a priori* que des concepts comme ceux de domaine, de continuité, de variation, etc. sont invariants peu importe l'ordre d'enseignement ou le contexte dans lesquels on les utilise. L'analyse que nous avons menée montre plutôt que dépendamment des manières de faire des enseignants (fortement imbriquées à des considérations institutionnelles), le sens donné à ces concepts change dans le passage.

7.3. Sur les rapprochements possibles : retour sur notre troisième question de recherche

De quelles façons l'harmonisation se constitue-t-elle dans cette exploration ? Comment se développe-t-elle ?

Le survol des recherches rapportées en première partie a permis de mettre en lumière que la transition a principalement été abordée, dans les travaux en didactique des mathématiques, du point de vue d'une comparaison entre les deux ordres, comparaison d'où les enseignants sont absents. La considération du point de vue des enseignants dans cette recherche a mené au choix d'aborder la transition dans une perspective d'harmonisation : la finalité d'harmonisation entre les MFM des enseignants des deux ordres est celle qui donne sens à la participation des enseignants. Cet horizon va « façonner » la façon dont la transition va être approchée : des différences et des ressemblances sont mises en lumière, mais aussi des liens, des ponts possibles pour un réel rapprochement. Ceci ne doit pas être entendu comme la recherche de manières de faire communes aux deux ordres, mais plutôt comme celle d'un accord sur des MFM au secondaire qui peuvent s'harmoniser avec celles du collégial, et vice versa.

À cette étape de la discussion, nous aimerions donc revenir sur le sens que prend l'harmonisation dans le groupe, sur son développement (troisième question de recherche) et sur l'apport de cette exploration pour les questions de transition interordres en didactique des mathématiques. Mais d'abord, revenons sur la manière dont est implicitement conceptualisée la transition dans les recherches en didactique des mathématiques de façon à situer, par contraste, la conceptualisation de la transition qui sous-tend notre recherche.

7.3.1 Différentes conceptualisations (implicitement en jeu) de la transition

Les auteurs de la plupart des recherches en didactique des mathématiques qui traitent de transitions interordres ne définissent pas ce qu'ils entendent par transition, pas plus qu'ils ne marquent leur point d'entrée sur celle-ci. En fait, comme c'est par ailleurs le cas dans cette recherche, la transition est étudiée par l'entremise d'un objet : un contenu mathématique (les fonctions, la dérivée, la dualité en algèbre linéaire, etc.), une pensée mathématique (la pensée mathématique avancée), des organisations mathématiques (l'analyse de tâches sur des contenus communs) ou ici, des manières de faire des mathématiques. En d'autres mots, la transition constitue l'arrière-plan des recherches mais pas l'objet de celles-ci. Toutefois, comme elle y est en toile de fond, l'exercice de discerner les différentes façons de l'envisager devient intéressant puisqu'en effet, elle peut être pensée de plusieurs façons. Le regard peut être porté sur les institutions, sur les élèves, sur l'enseignement, avec en arrière-plan une certaine manière de « lire » cette transition.

Une première façon de concevoir la transition sous-tend les travaux qui l'abordent par l'entremise des organisations scolaires (de leurs productions et de leurs visées). Une deuxième conceptualisation sous-tend les travaux abordant la transition par le biais des élèves. Finalement, une troisième conceptualisation est celle d'une jonction où les chercheurs se placent, dans l'idée de construire des scénarios susceptibles de répondre au problème de la transition.

7.3.3.1 Une entrée par les organisations scolaires : une conceptualisation de la transition en termes de différenciation, rupture, incomplétude (d'un ordre à l'autre)

Cette entrée recouvre les productions qui sont propres aux organisations scolaires (les programmes, les évaluations, les manuels), les visées de ces organisations (voir le rapport Parent) et les disciplines qui leur sont particulières. Par exemple, ceux qui se placent dans une perspective de comparaison, par l'étude des manuels et des tâches de manuels, analysent la transition par le biais des productions de l'organisation scolaire. Pour eux, la transition est vue en termes de différence, d'incomplétude (des organisations mathématiques incomplètes au secondaire par rapport à des organisations complètes au postsecondaire), en termes de changement et en termes de rupture, impliquant dès lors qu'il y a une rupture potentielle, quelque chose de rompu ou à rompre. Ils regardent les organisations mathématiques des tâches et peuvent induire des difficultés (voire même les confirmer par l'analyse de productions d'étudiants) liées à la transition, mais l'idée principale est de cerner des différences. Par exemple, selon Praslon (2000), dans le domaine de l'analyse, le passage du secondaire au postsecondaire s'accompagne d'une accumulation de *microruptures*. Cet auteur traite de l'existence d'un *vide didactique*. Artigue (2004) parle d'un *changement de cultures* mathématiques. Bosch, Fonséca et Gascon (2004), Gueudet (2004), Winsløw (2007) parlent respectivement d'organisations mathématiques *incomplètes* au secondaire (des organisations n'impliquant pas les quatre composantes), *différentes* (relative à la géométrie au secondaire et à l'algèbre linéaire au postsecondaire) ou *nouvelles* (le bloc « technologie-théorie » d'une praxéologie[108] du secondaire devient le bloc « tâche-technique » du postsecondaire).

La manière dont a été pensé initialement l'ordre collégial dans le rapport Parent (voir chapitre I) renvoie elle aussi aux thèmes de la *rupture* et de la *différenciation*. On ne cherche pas ici à faire du cégep un prolongement du secondaire comme c'était le cas pour le secondaire par rapport au primaire. La transition peut aussi être pensée en termes de *phases*, impliquant ici qu'il y a des « états » intermédiaires entre deux « états ». C'est un peu le cas du cégep lui-même, qui est une phase intermédiaire entre le secondaire et l'université. Or, le cégep est reconnu en tant qu'organisation scolaire à part entière. Ce qui est retenu ici, en lien avec la transition du point de vue des institutions, ce sont des idées de rupture, de changement, de différence, d'incomplétude, mais aussi de phase intermédiaire. Comme mentionné précédemment, l'apprentissage et l'enseignement sont indirectement touchés dans ces façons d'aborder la transition mais n'en sont pas nécessairement le point d'entrée. Comment voit-on la transition quand l'entrée est celle des élèves ?

7.3.3.2 Une entrée par les élèves : une conceptualisation de la transition en termes de passage (à marquer), d'adaptation, d'affiliation

Du point de vue de l'élève, la transition est vue comme un *passage*. Par exemple, en constatant qu'il n'y avait aucun modèle théorique dans le panorama des recherches à propos de la transition, Clark et Lovric (2008) en proposent un, pour la transition secondaire postsecondaire en mathématiques, et qui s'appuie sur le concept anthropologique de *rite de passage*. Pour eux, et selon leur modèle, une transition douce ou harmonieuse n'est peut-être pas souhaitable. Le choc est inévitable pour ces auteurs puisque le rite de passage est un changement d'une situation bien définie à une autre situation bien définie. En ce sens, lorsque la transition secondaire postsecondaire est vue comme un rite de passage, cela suggère qu'il n'est pas raisonnable de simuler des situations du secondaire dans l'enseignement postsecondaire. Dans cette façon de voir, le passage est envisagé comme une rupture, mais

[108] De Vleeschouwer et Gueudet (2011) confirment les résultats de Winsløw mais cette fois-ci, autour de la notion de dualité en algèbre linéaire et ce, sous un angle différent, à partir de productions d'étudiants.

une rupture organisée et souhaitée, et qui doit être marquée. Coulon (1993) mentionne lui aussi que l'entrée dans la vie universitaire peut être considérée comme un *passage* : il faut passer du statut d'élève à celui d'étudiant. Pour réussir ce passage, il faut, selon Coulon, « *s'affilier* »; en d'autres termes s'approprier les pratiques et les fonctionnements universitaires pour qu'ils deviennent naturels. Il s'agit de connaître et de reconnaître les allants de soi et de parvenir à comprendre les règles implicites. Dans une recherche qu'il a conduite dans les années quatre-vingt, Coulon a étudié les pratiques d'affiliation au cours des premières semaines et des premiers mois d'entrée d'étudiants à l'université. Selon lui, il se dégage trois temps du passage : le temps d'étrangeté (rupture avec le familier), le temps d'apprentissage (adaptation progressive) et le temps d'affiliation (maîtrise relative des règles). Ces deux façons de voir la transition du point de vue de l'élève, celle de Clark et Lovric et celle de Coulon, sont bien différentes. Il semble que dans un cas, la transition doit être marquée et laissée à la charge de l'élève-étudiant alors que dans l'autre, la transition, bien qu'à la charge de l'élève-étudiant, peut être accompagnée. Lorsque la transition est pensée du point de vue des élèves, il est donc question de passage, de rite de passage, d'affiliation et d'adaptation.

7.3.3.3 Une entrée par l'enseignement et la jonction : une conceptualisation de la transition en termes d'articulation externe

Cette entrée est de nature différente des autres. Elle renvoie à l'idée de « répondre » au problème de la transition. Pour ce faire, un ordre donné essaie de préparer les élèves à l'ordre subséquent. L'ordre qui suit remarque les manques et difficultés des étudiants et essaie de pallier la situation. Tout n'est pas laissé à la charge de l'élève. Dans le cadre du panorama des recherches à propos de la transition, il a été mentionné que *cette dernière pouvait être pensée en termes d'articulation.* C'est le cas chez Praslon (2000) qui, comme il a été question plus haut, annonce un « vide didactique » laissé à la charge des étudiants dans la transition. Il met ainsi en évidence l'idée de combler ce vide par l'entremise d'un dispositif intermédiaire. Cette façon d'envisager la transition ouvre sur l'idée de joindre les deux ordres par un mécanisme externe, à travers la conception d'ateliers *ad hoc* préalables aux cours universitaires.

La transition peut être pensée en termes de *préparation.* C'est le cas chez Bloch (2000) qui se rend compte que des séquences d'enseignement élaborées pour le lycée dans la foulée d'une étude des attentes universitaires, constituent une préparation aux cours d'analyse à l'université. Comme la séquence d'enseignement proposée est celle de la chercheuse seule, cette contribution est elle aussi considérée comme « externe » à l'ordre secondaire.

Une conceptualisation différente de la transition dans cette recherche

Dans le cadre de la présente recherche, il est question d'harmonisation. Cette perspective vise un certain *rapprochement* entre les ordres secondaire et collégial. En effet, l'idée sous-jacente est en quelque sorte de favoriser un passage plus harmonieux pour les étudiants d'un ordre à l'autre. Or, à la différence de celle de Praslon ou de Bloch, la recherche ne se situe pas à l'extérieur de la pratique du secondaire ou du collégial, mais en amont ou en aval, à l'intérieur du territoire du secondaire, du collégial (leurs MFM, leur manière d'enquêter, de donner sens). Alors que chez Praslon, le dispositif mis en place est de l'ordre d'un cours de « mise à niveau » (ateliers *ad hoc*), dans le cas présent, en travaillant avec des enseignants des deux ordres, les manières de faire sont celles du secondaire ou du collégial, et sont internes au milieu en cause.

De plus, la visée est quelque peu différente. Évidemment, pour pouvoir harmoniser, un repérage des liens à établir est nécessaire. Il y a certainement une part d'attention aux différences : voir, repérer les discontinuités. Mais en même temps, l'attention est aussi portée sur les liens à faire, les ponts à bâtir. Les MFM dont on parle sont celles du secondaire, du collégial (elles restent plausibles dans le territoire du secondaire ou du collégial) mais ont comme horizon le territoire de l'autre, et tentent de se rapprocher des MFM de l'autre ordre.

Le tableau 7.8 présente une synthèse des diverses façons de concevoir la transition interordres (permettant de mieux voir où se situe la présente recherche).

Tableau 7.8 : Différentes façons de concevoir la transition interordre

Entrée par l'institution	Entrée par les acteurs	Entrée par l'enseignement et la jonction	
Par les établissements (leurs organisations et leurs visées), les manuels et les programmes (les productions de ces institutions) *Une conceptualisation en termes de rupture/différenciation/ /Changement de culture/ phase intermédiaire*	Par les élèves *Une conceptualisation en termes de passage/Rite de passage/ Affiliation/Adaptation*	En termes de préparation par des dispositifs externes *Articulation /préparation/ Vide à combler*	En termes de liaison, en partant de l'intérieur de chacun des ordres/ *Harmonisation/ rapprochements*

7.3.2 Retour sur trois expériences d'harmonisation

Nous revenons ici sur les trois expériences d'harmonisation relevées dans le cadre de cette thèse, pour répondre à nos questions de recherche (De quelles façons l'harmonisation se constitue-t-elle dans cette exploration ? Comment se développe-t-elle ?)

7.3.2.1 Une harmonisation informelle par rapport au symbolisme

Rappelons que la trajectoire d'harmonisation qui a été reprise au chapitre IV en est une informelle, non planifiée. Comme nous l'avons mentionné, les enseignants d'un ordre donné avaient été invités à rencontrer ceux de l'autre ordre et dès les premiers échanges, ils ont adopté une posture d'échange et d'ouverture menant à des expériences d'harmonisation dont le thème n'avait pas nécessairement été planifié par la chercheuse. Une telle expérience a été objet d'analyse au chapitre IV.

L'analyse de cette trajectoire d'harmonisation montre que celle-ci a été essentiellement axée sur un seul ordre, le collégial, et que son élément central a été une problématisation de l'utilisation du symbolisme. Il y a eu changement de point de vue dans la manière « d'enquêter » pour les enseignants du collégial sur le symbolisme au quotidien : la signification de la lettre a été regardée du point de vue de la cohérence à plus long terme, en mettant en évidence certaines « incohérences », selon les enseignants (on utilise f et g pour symboliser des fonctions au même titre que $y = f(x)$, mais aussi $v = v(t)$, $f = f(x)$, puis u et v). Cette interprétation sur le long terme des façons de représenter la fonction s'est constituée dans la séance. Dans la séance, nous assistons donc à la constitution d'une nouvelle manière d'enquêter sur le symbolisme, qui fait sortir les enseignants du collégial de leur territoire d'ethnométhodes usuelles, pour se rapprocher du territoire du secondaire (la cohérence du symbolisme sur le long terme pour contrer les difficultés des élèves fait partie du rationnel des enseignants du secondaire, qui les conduit à fixer ce symbolisme). Cette problématisation du symbolisme, guidée par le projet d'enseignement (ici la cohérence à long terme), se constitue dans la séance, elle ouvre sur un certain sens possible à ce que peut vouloir dire harmoniser des MFM à propos du symbolisme.

Les enseignants des deux ordres visitent également, dans ce cas, des aspects du territoire de l'autre sans nécessairement en adopter les manières de faire. Par exemple, les enseignants du collégial sont entrés sur cette cohérence sans adopter pour autant cette manière de faire des enseignants du secondaire, soit celle de fixer le symbolisme (garder le même symbole tout au long du processus). De la même façon, au secondaire, on s'est placé du point de vue du collégial pour interpréter la lettre selon leur manière de symboliser (*u* peut représenter une expression plus complexe). Il s'agit en quelque sorte d'enquêter sur le symbolisme à la manière du collégial (pour ceux du secondaire) et à la manière du secondaire (pour ceux du collégial), sans pour autant nécessairement modifier les MFM.

Ce qui se dégage dans ce cas

- **Un certain sens à ce que peut vouloir dire harmoniser** : une problématisation comme enseignants de l'utilisation du symbolisme en mathématiques à un ordre donné (ici le collégial).
- **Une harmonisation qui se développe comment ?**
  - Une visite du territoire de l'autre : se prêter au jeu d'enquêter sur le symbolisme à la manière de l'autre, sans nécessairement modifier les MFM à cet ordre (idée de cohérence pour le collégial; idée d'une lettre qui représente une expression complexe pour le secondaire).
  - Constitution d'une nouvelle manière d'enquêter sur le symbolisme (par la lunette de la cohérence à long terme) qui fait sortir du territoire d'ethnométhodes usuelles (au collégial) pour se rapprocher de celui du secondaire.

7.3.2.2 Une tentative d'harmonisation non-achevée en lien avec l'utilisation de contextes

Ici, comme mentionné, l'expérience d'harmonisation a été peu fructueuse. Il s'agissait d'une tentative amenée par la chercheuse à partir du compte rendu de ce qui était ressorti d'une séance précédente, à propos de « contexte ». Dans cette tentative (cf. chap. 5), la chercheuse essaie d'amener les enseignants du secondaire sur le terrain du collégial (partir de ce qu'ils font sur les fonctions en contexte pour essayer de penser à une généralisation en partant de ces exemples) et les enseignants du collégial sur le terrain du secondaire (partir d'un concept et penser à un contexte qui permettrait de l'introduire). Plusieurs raisons expliquent que cette tentative a été non fructueuse :

1) Il s'agissait d'une reconstitution de la chercheuse et d'une tâche d'harmonisation élaborée par celle-ci. Contrairement à la tâche d'harmonisation à propos des fonctions qui était très ouverte, celle-ci était plutôt structurée *a priori.* On peut se demander si le canevas proposé correspondait à un réel questionnement de la part des enseignants.
2) Dans le cas de l'utilisation de contextes, nous faisons face à deux manières de voir les mathématiques peu conciliables. Pour que chacune soit comprise du point de vue de l'autre, cela nécessite très probablement un travail de longue haleine.
3) On peut se demander si dans les tâches proposées, l'écart avec les MFM des enseignants impliqués, selon leur ordre d'enseignement, n'était pas trop grand.

Ce qui se dégage

- Un certain sens dans la manière dont l'harmonisation est pensée *a priori* : partir de son territoire (des mathématiques contextualisées au secondaire; des mathématiques utilisées comme outils au collégial) pour aller vers le territoire de l'autre (respectivement, aller vers des mathématiques générales; aller (ou revenir) vers des mathématiques contextualisées).
- On n'entre pas vraiment dans le territoire de l'autre, on reste dans son territoire (ex. des enseignants du secondaire qui vont tenter d'expliquer aux enseignants du collégial ce qu'ils pourraient faire avec le contexte).

7.3.2.3 Une trajectoire d'harmonisation autour des fonctions

La trajectoire d'harmonisation qui a été reprise au chapitre VI en est une planifiée, mais laissée très ouverte. Dans l'analyse, nous avons repéré trois temps de cette trajectoire et plusieurs moments dans chacun des temps.

Le premier temps de la trajectoire, axé sur l'émergence d'idées, s'est constitué autour d'un repérage d'éléments liant les deux ordres (registre graphique « parlant » selon les enseignants des deux ordres), des contrastes créés à partir de discussions autour des manières de faire à propos des fonctions à chacun des ordres et finalement, dans un rapprochement à faire entre les ordres. Ce premier temps de la trajectoire s'est caractérisé par le maillage des contributions des enseignants des deux ordres et de la chercheuse : la chercheuse repérant des enjeux de transition, des éléments communs comme des contrastes, constituant un schéma comme base de réflexion pour un rapprochement; les enseignants des deux ordres apportant des idées issues de leur ordre respectif pour combler le vide créé, établir un rapprochement plausible pour leur ordre. Ce rapprochement se constitue par les enseignants en revisitant leur territoire avec comme horizon, le territoire de l'autre.

Le deuxième temps de la trajectoire, axé sur une récapitulation d'un travail fait dans une séance précédente, s'est constitué autour d'ajout d'éléments dans la trajectoire entamée au temps 1. Les enseignants revisitent leur territoire avec un nouvel horizon, celui de l'autre ordre, ce qui fait émerger de nouvelles manières d'enquêter (par ex. sur le tableau de variation au collégial), de nouvelles MFM (par ex. une MFM hybride autour de l'utilisation d'un tableau de signe au secondaire : une articulation entre les différents modes de représentation (MFM du secondaire) en utilisant le tableau de signe comme outil (MFM du collégial). Finalement, certains aspects du territoire du collégial sont problématisés (par ex. problématisation d'allants de soi, la famille des fonctions polynomiales considérée comme connue) alors qu'au secondaire, la chercheuse contribue à un changement de regard important sur les fonctions par rapport au territoire du secondaire (passage de portraiturer une famille à retracer le comportement d'une fonction). Ainsi, les territoires à chacun des ordres s'élargissent.

Finalement, des tâches sont construites aux deux ordres. Les enseignants du secondaire ont élaboré une première tâche plausible dans le territoire du secondaire, avec comme horizon celui du collégial (la construction d'une fonction polynomiale de degré 3 vue comme la multiplication d'une fonction quadratique par une fonction affine). Ils ont aussi voulu pousser à la limite ce qu'ils pouvaient faire en explorant une fonction vue au collégial (une fonction vue comme le résultat du quotient de deux fonctions) pour voir jusqu'où il était possible d'aller dans l'interprétation graphique de cette opération quotient. Ils se sont prêtés au jeu en creusant cette question comme ils le pouvaient tout en laissant voir où s'arrêtait l'idée de donner du sens (un rationnel important pour eux) s'ils restaient dans un registre graphique (qui est bien celui du secondaire). Les enseignantes du collégial ont proposé une tâche suivant une certaine progression, élaborée à partir du territoire du secondaire.

- **Un certain sens à ce que peut vouloir dire harmoniser** : un rapprochement de la part des enseignants des deux ordres, des changements de regards, problématisation, élargissement du territoire.
- **Une harmonisation qui se développe comment ?**
  - Un repérage de lien et l'établissement de contraste : reconnaître des points de rencontre (le graphique « parlant » aux deux ordres) et créer des contrastes à partir de MFM distinctes à chacun des ordres.
  - Des ponts possibles pour un rapprochement : revisiter son propre territoire avec comme horizon celui de l'autre (par ex. les enseignants du secondaire se placent dans le territoire du secondaire pour travailler les opérations sur les fonctions, mais avec un nouvel horizon, celui du collégial : les opérations sur les fonctions vues comme un moyen d'approcher le comportement graphique d'un mélange de fonctions). Élargir son propre territoire (par ex. introduire le tableau de signe au secondaire).
  - Des harmonisations ponctuelles : des manières d'enquêter nouvelles qui prennent en compte ce qui est fait à l'autre ordre (par ex. voir, au collégial, le tableau de variation à partir du tableau de valeur, où on ajoute de l'information).
  - Un questionnement conjoint qui invite les enseignants du collégial dans le territoire du secondaire et ouvre d'une part sur un élargissement du territoire du secondaire (des MFM associées à la reconnaissance de familles de fonctions, fonctions portraiturées qui sont élargies à un mélange de fonctions) et d'autre part, sur la problématisation de certains allants de soi au collégial (les fonctions polynomiales).
  - Une chercheuse qui contribue en suggérant parfois un changement de regard, en proposant une manière de concevoir l'harmonisation.

- L'élaboration de tâches à chacun des ordres en expérimentant, en prenant ce lieu de dialogue pour expérimenter et discuter de ce qui peut se faire; explorer les limites de chacun des territoires.

En bref, après avoir mis en lumière ce qu'a signifié la perspective d'harmonisation pour chacun des thèmes lorsque des enseignants du secondaire, du collégial et une chercheuse collaborent, il se dégage ceci : dans une perspective d'harmonisation, tout en restant plausible pour son territoire, on doit fournir un réel travail, un réel effort de compréhension de l'autre ordre. Une perspective d'harmonisation fait émerger de nouvelles manières de faire et d'enquêter, qui relèvent d'un processus continu. **Elle amène à voir la transition d'une certaine façon, non pas en termes de ce que les MFM d'un ordre impliquent pour les enseignants de l'autre ordre, mais en termes plutôt d'une démarche de la part de chacun pour rejoindre l'autre.**

À ce stade de la discussion, quelques remarques sur les conséquences d'une telle entrée ethnométhodologique sur l'harmonisation, harmonisation vue comme un processus qui se constitue dans le groupe. Aborder les questions de transition requiert en ce sens d'abandonner l'idée selon laquelle les différentes MFM pourraient être harmonisées. La perspective d'harmonisation (entendue comme un processus et non comme un état achevé) semble plutôt ouvrir sur une pluralité de manières de faire, et un passage à de nouvelles manières de voir et d'enquêter. Cela a des implications importantes. On ne va pas voir les manières de faire, la rationalité, etc. comme incompatibles, mais c'est plutôt dans la différenciation (dont les acteurs impliqués prennent progressivement conscience) que ces incompatibilités, ces différences se constituent. Il ne s'agit donc pas d'envisager les diverses manières de faire qui émergent comme un fait avec lequel il est nécessaire de composer à défaut de pouvoir l'évincer. Une telle façon d'envisager suppose en effet l'existence de quelque chose qui peut être « ordonné », duquel la rupture ou le vide pourraient disparaître, comme si c'était fixe, en dehors de ceux qui font vivre les MFM, de ceux qui pourraient configurer la rupture et le vide.

Il s'agit plutôt d'abandonner l'idée qu'il puisse y avoir une résolution finale, une harmonisation complète; il s'agit plus ici d'accepter qu'il ne peut y avoir de consensus et que l'harmonisation est toujours à venir, toujours à refaire. Elle n'est pas un lien extérieur qui est établi entre deux identités déjà constituées, mais bien une perspective, un processus qui constitue les vides à combler en même temps qu'il constitue les territoires de chacun. Bref, la perspective d'harmonisation est une expérience, c'est une perspective dont l'intérêt n'est pas la possibilité d'un arrimage final —auquel cas le moment même de son accomplissement serait paradoxalement sa dissolution ! — mais bien plutôt l'horizon d'un rapprochement.

Ce projet de recherche, mené autour de la transition secondaire collégial, m'a amenée à développer le concept d'ethnométhodes mathématiques tout au long de cette entreprise de recherche : un premier cadrage théorique a été élaboré au chapitre 2, puisant aux fondements de l'ethnométhodologie, il a été enrichi par les analyses réalisées à propos du symbolisme, des contextes et des fonctions. Il nous semble intéressant en ce sens de revenir sur ce concept, la thèse ayant, au-delà des résultats repris précédemment, contribué à enrichir ce concept.

7.4 Un retour sur les apports théoriques de cette recherche : le concept d'ethnométhode mathématique

Ce concept est né de l'objet « manière de faire des mathématiques comme enseignant ». Le travail réalisé tout au long de cette thèse vient préciser comment ces ethnométhodes mathématiques se particularisent elles-mêmes sur un plan théorique.

Les ethnométhodes mathématiques sont ces procédures que les enseignants utilisent pour signifier ce que c'est faire des mathématiques comme enseignants à leur ordre respectif. Elles sont à la fois l'action « manières de faire des mathématiques », les circonstances de cette action, les raisons de cette action. Faire des mathématiques exige des enseignants une interprétation, une manière d'enquêter, de donner sens à ce qu'ils font, selon les circonstances de leurs actions.

Ce qui se dégage des ethnométhodes mathématiques est d'abord cette richesse du fait qu'elles peuvent être éclairées sous différents angles (par les MFM, les manières d'enquêter, le sens, le rationnel, les circonstances) et qu'elles s'actualisent de différentes façons (différents *accounts*). Le concept d'ethnométhode mathématique a été opérationnalisé dans le cadre de cette recherche. Voici donc comment, dans le tableau 7.9, ci-dessous.

Tableau 7.9

Le concept d'ethnométhode mathématique

Ethnométhodes mathématiques	
Ce sont les façons dont l'enseignant s'y prend pour faire des mathématiques dans le cadre de son enseignement à un ordre donné, de reconnaître ce qui se fait.	
Action	**Acteur**
Ce sont donc des manières de faire des mathématiques comme enseignant (à un ordre donné).	Repose sur la capacité de reconnaître ce qui se fait quand on fait des mathématiques comme enseignants.
Des circonstances de cette action (d'ordre mathématique, didactique, pédagogique) qui découpent, délimitent ces manières de faire.	Les enseignants sont en mesure de reconnaître les circonstances dans lesquelles ils font des mathématiques d'une certaine façon.
Liées à un rationnel : des raisons pratiques de l'action (guidées par des considérations institutionnelles, didactiques, pédagogiques, mathématiques).	Reposent sur la capacité interprétative des acteurs (des manières de reconnaître ce qui se fait, liées à un rationnel).
Imbriquées à des manières d'enquêter (sur les objets sur lesquelles portent ces manières de faire).	Des manières d'enquêter (procédures interprétatives indissociables de l'action).
Des manières de faire et d'enquêter indexées à des situations.	Une reconnaissance indexée à des situations (des contenus, des approches, des ordres, des niveaux).
Partagées par des membres	Des enseignants qui se reconnaissent des manières de faire familières au secondaire, au collégial.
Attestables : différents accounts possibles	Les enseignants attestent de leur MFM de différentes façons : dans l'action, dans le récit de l'action, en commentant des tâches, etc.

Des ethnométhodes mathématiques ancrées dans le contexte d'enseignement

Notre réflexion sur les ethnométhodes mathématiques et les concepts qui leur sont associés montre, par ailleurs, leur richesse dans le contexte de l'enseignement des mathématiques. Ils permettent de rendre « intelligibles » non seulement ce que sont ces MFM partagées par les enseignants d'un ordre donné et ce que veut dire faire des mathématiques en contexte d'enseignement, mais aussi la dynamique fine de leur constitution, les circonstances de ces manières de faire, le rationnel sous-jacent. Ce développement théorique a aussi un potentiel pour des travaux de recherche dans d'autres contextes (manières de faire les mathématiques dans des contextes professionnels par exemple, manières de faire les mathématiques partagées par des enseignants d'autres ordres et questions de transition, etc.).

Il a été développé dans le cadre théorique que les manières de faire sont vues comme se constituant dans une dialectique avec le contexte professionnel d'enseignement, qui agit comme « ressource structurante ». Comment cela se traduit-il concrètement lorsqu'il est question d'ethnométhodes mathématiques ?

L'idée que les ethnométhodes mathématiques se composent de diverses dimensions imbriquées a déjà été mise en parallèle avec la conceptualisation des connaissances mathématiques des enseignants proposée par Bednarz et Proulx (2009). Pour ces auteurs, pour un enseignant, une situation mathématique n'est jamais isolée de son contexte d'enseignement et est donc toujours ancrée dans ce contexte. Cette situation mathématique que l'enseignant interprète est supportée par des ressources de diverses dimensions : didactiques, pédagogiques, mathématiques, institutionnelles. Toujours selon Bednarz et Proulx, « ces dimensions sont constamment, et ce souvent de façon tacite, prises en compte dans la compréhension de la situation par l'enseignant. La 'résolution' d'une telle 'situation mathématique', son exploitation, se fait donc toujours simultanément sur différents plans » (op. cit., p. 5). L'imbrication de plusieurs dimensions est visible particulièrement dans les circonstances de l'action et dans le rationnel.

CONCLUSION

« Penser la recherche participative comme un voyage, c'est d'abord imaginer un acteur, chercheur ou praticien, en mouvement hors de chez soi » (Desgagné, 2007*b*). Dans le cadre de cette recherche, le voyage poursuivi a mené des enseignants du secondaire, du collégial et une chercheuse sur le terrain de l'exploration de la transition secondaire collégial, du point de vue des manières de faire des mathématiques, avec comme perspective dans ce voyage, celle de l'harmonisation. Avant de présenter les principales retombées de cette recherche et ses prolongements possibles, il convient de reprendre le processus d'élaboration de cette thèse.

Les grandes étapes de cette thèse

Dans la problématique, un objet de recherche s'est graduellement constitué pour aborder les questions de transition. Cet objet a trouvé un certain écho dans des préoccupations issues du milieu de l'enseignement (notamment à travers les propos d'enseignants du collégial), mais aussi dans une perspective plus large de recherche en didactique des mathématiques. L'élaboration de la problématique témoigne de l'adoption d'une posture de recherche cherchant à prendre ancrage dans un double registre, recherche et pratique. Elle a orienté l'étude de la transition vers une perspective globale (l'harmonisation), un objet de recherche spécifique (les MFM) et une façon d'aborder son étude exploratoire (avec des enseignants des deux ordres). Ces trois pôles pour étudier la transition, intiment liés, ont été problématisés.

Le choix d'entamer le cadre théorique par le biais de la théorie de la culture de Hall traduit une insertion dans un champ de recherche en développement. La culture de Hall, reprise à la suite d'Artigue, permettait d'aborder la transition interordres en essayant de comprendre, au plan *informel*, la culture mathématique à un ordre donné. En ce sens, l'entrée par la culture en est une intiment liée au contexte de transition qui constitue la trame de cette recherche. L'ethnométhodologie a été l'angle permettant d'entrer plus finement sur les manières de faire des mathématiques et leur constitution. Alors que la théorie de la culture de Hall positionne la recherche en continuité avec le champ, l'ethnométhodologie vient en quelque sorte rompre avec le positionnement habituel des recherches à propos de la transition. En effet, cette entrée par le biais des manières de faire des acteurs aborde l'objet de recherche en considérant le point de vue des acteurs, de l'intérieur de leur pratique, et le contexte dans lequel les manières de faire des mathématiques prennent place, le contexte d'enseignement. Bien que la cognition située ne soit pas réinvestie dans l'analyse au même titre que les deux entrées précédentes (théorie de la culture et ethnométhodologie), elle a quand même permis de mettre au jour que les manières de faire des enseignants allaient être fortement imbriquées à des considérations d'enseignants. En ce sens, il apparaissait important de la développer pour en quelque sorte attester de la complexité de ces manières de faire. En bref, l'objet central de cette recherche a été exploré sur un plan théorique sous trois angles : sous l'angle de la trame de la recherche (transition interordres par le biais de la culture), sous l'angle de leur constitution (ethnométhodologie) et l'angle du contexte dans lequel elles prennent place.

La méthodologie de recherche a conduit à mettre en évidence l'intérêt de collaborer avec des enseignants pour d'une part, aborder l'objet manière de faire des mathématiques, mais d'autre part, pour aller plus loin dans une perspective d'harmonisation. Il s'agit, dans ce cas, de faire de la transition le thème commun à partir duquel enseignants et chercheur peuvent ensemble s'interroger. Les situations qui ont servi de base de discussion dans l'activité réflexive ont été élaborées dans l'idée de jumeler des situations routinières et des situations inhabituelles qui déstabilisent et contribuent à préciser le « code de signification partagé » par les enseignants (*breaching*). Les réactions des enseignants ont mis en évidence ce qui était signifiant pour eux, leurs manières habituelles de faire des mathématiques et de donner sens à cette action. Il s'agit là d'un outil méthodologique riche pour aborder les MFM partagées par les membres.

L'analyse en termes d'ethnométhodes mathématiques a fait le choix d'une entrée particulière pour chacun des thèmes qui ont émergé des données (une entrée qui s'est révélée porteuse dans chacun des cas) : une entrée par des manières de faire, des circonstances de cette action et un rationnel pour étudier les manières d'utiliser le symbolisme; une entrée par les différents types d'accounts, donnant accès à des manières de faire et un rationnel autour de l'utilisation de contexte; puis, finalement, une entrée par les procédures interprétatives révélant des manières d'enquêter et supportant des manières de faire autour de fonctions et de l'utilisation de modes de représentation. Pour chacun des thèmes (symbolisme, contexte et fonction), des particularités du secondaire et du collégial ont été mises en évidence par le biais de la métaphore du territoire,

territoire qui s'est constitué dans le cadre de l'activité réflexive pour chacun des ordres. Ce territoire a aussi été regardé sous l'angle de son organisation, de l'ordre d'une cohérence d'une culture mathématique (à chacun des ordres). Ce faisant, il a été possible de distinguer le secondaire et le collégial et de mettre en avant certains enjeux de transition. Finalement, des trajectoires d'harmonisation ont été dégagées et analysées de manière à mieux comprendre cette perspective pour aborder les questions de transition : le sens que prend l'harmonisation dans cette exploration, la manière dont elle se développe.

Contributions et retombées de cette recherche

Cette recherche contribue au champ de la didactique des mathématiques en proposant une nouvelle manière d'aborder les questions de transition interordres (non restreinte à la dimension explicite et institutionnelle). Cette dernière permet d'enrichir la compréhension du phénomène de transition, en le regardant de l'intérieur de la pratique de l'enseignement (et non uniquement de manière externe, par les programmes, les tâches, etc.), en entrant sur la dimension implicite de ce qui se fait en mathématiques (ce que veut dire faire des mathématiques comme enseignants) et en considérant le point de vue des acteurs eux-mêmes pour aborder cette transition. En faisant cela, la recherche a contribué à préciser un territoire d'ethnométhodes mathématiques constitué par les enseignants des ordres secondaire et collégial, dont ils attestent lorsqu'ils abordent la transition. Elle a permis aussi de comprendre comment ces ethnométhodes s'organisent au plan *informel* d'une culture mathématique à chacun des ordres. De plus, l'entrée privilégiée, celle d'une harmonisation, a permis de mieux comprendre quel sens peut prendre l'harmonisation lorsque des enseignants des deux ordres sont amenés à travailler ensemble autour de la transition. Les situations élaborées par les enseignants des deux ordres avec la chercheuse autour du concept de fonction offrent à cet égard, sur le plan pratique, des pistes prometteuses. D'un point de vue théorique, le développement du concept d'ethnométhodes mathématiques a par ailleurs été précisé et enrichi. Il s'agit là d'une contribution importante de la thèse.

Du côté de la pratique, comme le mentionne Morrissette (2009) en considérant le modèle de recherche collaborative, un dispositif pouvant « survivre » en dehors de la recherche est mis sur pied. Ce dispositif peut tenir lieu de développement professionnel (voir Barry et Bednarz, 2010) pour des enseignants qui souhaitent aborder les questions de transition. De plus en plus de commissions scolaires mettent sur pied des programmes de liaison entre les deux ordres et la création d'espaces réflexifs dans lequel les enseignants peuvent échanger et être accompagnés paraît prometteuse pour le type de liaison souhaitée. De plus, le travail qui a été mené a été divulgué, en collaboration avec une des participantes, dans certains congrès s'adressant au corps professoral de niveau collégial. D'autres formes de diffusions sont à envisager pour d'une part, mettre en avant l'intérêt d'une démarche comme celle qui a été faite (la mise en dialogue entre des enseignants des deux ordres autour des manières de faire des mathématiques, d'une réflexion en termes d'harmonisation entre ces manières de faire), mais aussi, comme base de discussion avec d'autres enseignants pour poursuivre le dialogue sur ces questions, le but étant davantage de décloisonner les ordres d'enseignement, de favoriser le dialogue, de voir la richesse possible d'un tel dialogue. Une des recommandations qui peut être faite à la suite de ce travail est certainement de faire la promotion de lieux de discussions dans lesquels les enseignants de plusieurs ordres se côtoient et collaborent, d'installer une culture de développement professionnel interordres, voire même de faire de ce décloisonnement, de cette mise en dialogue, une partie intégrante de la formation initiale.

Quelques difficultés de cette recherche

Quelques réflexions ouvrent à cette étape sur une discussion possible quant à ce que l'on peut percevoir *a priori* comme des difficultés de cette recherche. Ces dernières ne sont pas nécessairement des limites si on les considère dans une perspective de recherche collaborative ou sous un angle ethnométhodologique.

Un dispositif de recherche souple et ouvert. Lorsqu'on s'engage dans une recherche collaborative, il y a une négociation continuelle entre ce que la chercheuse recherche et ce que les enseignants recherchent. Le caractère ouvert et émergent de l'approche de recherche collaborative fait en sorte que des thèmes vont apparaître, au cours des échanges, plus plausibles aux uns et aux autres. Cette exigence de double viabilité va faire en sorte, parallèlement, que des thèmes qui auraient pu (lorsqu'on les considère *a priori* sur un plan théorique) paraître intéressants à investiguer du point de vue de la transition secondaire collégial ne seront pas nécessairement repris. C'est le cas par exemple du thème de la variation ou encore de celui de démonstration. En effet, ces thèmes ont ouvert sur des discussions qui intéressaient les enseignants d'un seul ordre. La question qui se pose est relative à l'entrée sur ces thèmes : comment pourrait-on entrer sur ces thèmes d'un point de vue selon lequel les enseignants des deux ordres se sentent interpellés ?

La relation micro-macro. L'éclairage de la culture au plan *informel* est certes un intérêt pour aborder les questions de transition. Il est cependant toujours délicat de parler de culture sur un plan individuel. Pour cette raison, nous avions choisi de travailler avec trois enseignants, ce qui selon nous permettait de voir des MFM familières et partagées. Or, cette idée de parler de cette organisation du territoire en termes de culture est fortement liée à un positionnement épistémologique. D'un point de vue ethnométhodologique, un seul enseignant par niveau aurait pu permettre d'accéder aux MFM implicites qu'il entretient et actualise. C'est-à-dire qu'il est possible de donner un certain type d'aperçu d'une société [d'une culture] par le biais d'un individu (Pires, 1997). Cependant, dans la recherche, l'intérêt est aussi porté sur le caractère partagé de ces MFM à chacun des ordres. Plusieurs représentants d'un même groupe peuvent alors être nécessaires.

Les enseignants prenant part à la recherche ont véritablement abordé les tâches comme enseignants. De plus, ils se sont fait porte-parole de leur ordre. Dès les premiers échanges, l'utilisation du « nous » n'était pas qu'un pluriel du « je », c'est-à-dire une simple extension de leur propre pratique. Les enseignants du secondaire nous parlaient du secondaire et ceux du collégial nous parlaient du collégial. En conséquence, ce qui a été rapporté n'est pas une représentation du secondaire, auquel cas le territoire dégagé apparaitrait comme plaqué. Ce qui est repris des ethnométhodes mathématiques est plutôt une exploration d'un territoire à partir du point de vue de l' « habitant » qui nous en ferait faire une visite ou qui nous parlerait de sa ville. Autrement dit, c'est une visite à partir de laquelle on peut se faire une certaine impression du secondaire, du collégial. Cette exploration n'est pas Le Territoire ou La Culture, mais nous le fait voir, d'une certaine façon.

La poursuite des recherches sur le thème des transitions

Une extension des recherches possibles sur les MFM à propos des thèmes abordés mais aussi d'autres thèmes. Chacun des trois thèmes retenus dans cette thèse pourrait faire l'objet d'une recherche en soi. On pourrait en effet pousser l'idée de comprendre l'utilisation du symbolisme par des enseignants à différents ordres scolaires. Aussi, il semble qu'il y aurait un intérêt à comprendre comment dans l'enseignement on utilise les contextes. Solliciter d'autres enseignants (d'autres niveaux, d'autres domaines) pour enrichir l'analyse des différentes façons d'utiliser les contextes liés aux mathématiques apparaît comme un des prolongements directs de cette recherche. Plusieurs autres thèmes pourraient être abordés relativement aux MFM : résoudre des problèmes, démontrer, justifier, etc.

Une extension des recherches possibles sur les transitions. Un autre prolongement possible est celui des recherches sur le thème des transitions en général : inter-cycles à un même ordre, collégial-universitaire, scolaire-professionnel. En effet, le concept d'ethnométhode mathématique pourrait être réinvesti non seulement pour l'étude des questions de transitions interordres, mais aussi pour l'investigation, par exemple, des manières de faire des mathématiques par d'autres groupes de professionnels (ayant recours dans leur profession aux mathématiques : infirmières, ingénieurs, etc). D'autant plus que certaines recherches mettent en évidence que les manières de faire des mathématiques dans différents contextes renvoient à des épistémologies bien différentes de celles des mathématiques proprement scolaires (voir notamment Noss, Pozzi et Hoyles, 1999; Noss, 2002).

Finalement, il ressort aussi de ce travail une nouvelle problématique liée à la question d'harmonisation et qui pourrait conduire à une nouvelle recherche collaborative ou une recherche action : celle du passage du travail conjoint avec des enseignants d'un autre ordre à la classe. Suivre le travail d'un enseignant qui collabore avec des enseignants de l'autre ordre, et le travail qu'il ramène dans sa pratique. À cet effet, je peux déjà voir un potentiel pour la recherche (comme pour la pratique) puisque je suis en classe, avec une enseignante-collaboratrice du collégial qui a adapté la tâche et l'a proposée aux étudiants. L'interaction entre les étudiants ajoute certainement une dimension intéressante pour aborder la transition dans une perspective d'harmonisation.

Enfin, en plus d'avoir montré que la perspective ethnométhodologique était riche pour aborder la question de transition du point de vue des MFM, j'espère aussi avoir réussi à montrer dans cette thèse que l'étude des transitions en enseignement des mathématiques peut être poursuivie et encouragée en reconnaissant l'apport et la complémentarité possible d'une diversité de perspectives, en envisageant que la diversité des manières de faire des mathématiques est une richesse à alimenter, à condition de travailler ensemble en ce sens.

APPENDICE A

Tâche soumise aux enseignants lors de la rencontre d'information

Chercheuse : *C'est peut-être difficile de se faire une idée de ce à quoi pourrait ressembler les rencontres alors nous avons pensé donner un bref aperçu avec un petit exemple autour du thème de la factorisation !*

Dans l'exemple suivant, j'ai trouvé, dans un manuel du secondaire, une petite synthèse de ce qu'est la mise en évidence simple, et, dans un manuel du collégial, un encadré de révision autour de la mise en évidence simple.

Quelles sont les différences et ce qui, selon vous, pourrait poser problème aux élèves ?

Au secondaire

La factorisation par mise en évidence

Simple mise en évidence : Procédé qui permet de factoriser un polynôme en mettant en évidence un facteur commun à tous les termes.

Exemple :

$2x^3 + 6x^2 - 10x = 2x(x^2 + 3x - 5)$

Au collégial

RAPPEL | La mise en évidence simple

La mise en évidence simple est une technique de factorisation qui repose sur la distributivité de la multiplication sur l'addition.

$$ab + ac = a(b + c)$$

Par exemple, $x^2 + 2x = x(x + 2)$ si on met x en évidence.

Mais aussi $x^2 + 2x = x^2(1 + \frac{2}{x})$ si on met plutôt x^2 en évidence.

Vous trouverez sur le Compagnon Web une version plus détaillée de l'ensemble des rappels de l'ouvrage.

APPENDICE B

Le calendrier des activités

Date	Nature de l'activité	Description	Durée
Août et sept. 2009	Observations au collégial	Observation des quatre premiers cours de Calcul différentiel au collégial : une révision du secondaire et les premiers éléments d'introduction (limites et dérivées).	8 heures
Oct. 2009	Observation au collégial	Observation de deux cours de Calcul différentiel : retour sur les fonctions trigonométriques et introduction aux techniques de dérivée des fonctions trigonométriques.	4 heures
Nov. 2009	Observation au collégial	Observation d'un cours de mise à niveau qui correspond à la quatrième secondaire : domaine et co-domaine des fonctions.	2 heures
Déc. 2009	Observations au secondaire	Observation du premier cours sur la fonction exponentielle en cinquième secondaire.	1 heure 15
30 nov. 2010	Rencontre préalable sur le projet de recherche avec les enseignants (co-situation)	Présentation du projet de recherche aux enseignants intéressés à participer, discussions sur le projet menant à un choix de thématiques plus précises à aborder et à la clarification des modalités de fonctionnement, première activité permettant d'installer un premier dialogue entre les deux ordres (autour de la mise en évidence simple)	2 heures
14 janv. 2011	Première rencontre de l'activité réflexive	Journée type 1 Échanges autour du thème des fonctions : - Modes de représentation (table de valeurs, table de variations, graphique) - Variation - Rôle du contexte - Registre algébrique et paramètres	6 heures

14 mars 2011	Deuxième rencontre de l'activité réflexive	Suite aux échanges de la première rencontre, penser une harmonisation autour de ce que c'est connaître une fonction au secondaire et au collégial. Échanges autour du thème de fonction en lien avec: - La résolution de problème - Variation et croissance En fin de rencontre, premiers échanges autour de la démonstration	6 heures
15 avril 2011	Troisième rencontre de l'activité réflexive	Suite aux échanges de la première rencontre, penser une harmonisation autour des enjeux de généralisation et de ce que c'est utiliser un contexte au secondaire et au collégial. Dans l'après-midi, échanges autour du thème de démonstration : - Types de démonstration - Attentes envers les élèves et étudiants vis-à-vis la démonstration	6 heures
4 mai 2011	Quatrième rencontre de l'activité réflexive	Suite aux échanges des première et deuxième rencontres, penser une harmonisation autour des enjeux d'utilisation du contexte. Dans l'après-midi, poursuite des échanges autour du thème de démonstration : - Types de démonstration - Productions d'étudiants	6 heures
24 et 25 août 2011	Observation et co-enseignement au collégial (une activité non prévue au départ de la méthodologie, issue du caractère émergent de la recherche collaborative)	Essai d'une tâche élaborée dans le cadre des rencontres de l'activité réflexive autour des fonctions, dans une perspective d'harmonisation (revue par l'enseignante du collégial) et présentée aux élèves dans le premier cours de Calcul différentiel au collégial	4 heures
Octobre	Cinquième rencontre de l'activité réflexive	Retour sur ce que les enseignants ont expérimenté en classe. Suite des discussions à propos du symbolisme. Activités : - Des égalités de toutes sortes. - Discussions autour de l'introduction du symbolisme (limites, sinus, matrices, vecteurs).	6 heures
Novembre	Sixième rencontre de l'activité réflexive	Une rencontre autour de l'utilisation de la technologie. Les enseignants présentent chacun leur tour des activités qu'ils font avec leurs élèves ou leurs étudiants. En après-midi, je propose des tâches en liens avec les fonctions et l'utilisation de logiciel. Dîner synthèse.	6 heures

APPENDICE C

Déroulement de la situation

J'ai d'abord formé trois équipes interordres (un ou deux enseignants du secondaire et un enseignant du collégial). J'ai remis la tâche 1[109] (figure 3.3) aux équipes en demandant : *Est-ce un type de tâche que vous faites au secondaire ? Au collégial ?* L'idée sous-jacente était d'explorer comment le tableau de valeurs est exploité.

Soit une fonction *f* définie sur l'intervalle [-3; 3] dont on connait le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	1	-1	0	0,5	1	2

a) Tracer une courbe compatible avec ce tableau de valeurs.

b) Peut-on en tracer d'autres ? Si oui, tracez-en une. Si non, expliquez.

J'ai distribué des productions d'élèves et posé une nouvelle question : *Qu'est-ce que vous pensez de ces solutions d'élèves ?* J'avais l'intention de connaître les attentes et exigences des enseignants vis-à-vis des élèves ou des étudiants.

Nous avons par la suite discuté en plénière. J'ai préparé des extraits de manuels du secondaire et du collégial dans lesquels on retrouve des tableaux de valeurs pour appuyer la discussion et la

[109] Adaptée de Coppé, Dorier et Yavuz (2006).

poursuivre en demandant : *Comment se sert-on de tableaux de valeurs au secondaire et au collégial ?*

Après discussion, j'ai présenté une deuxième tâche (figure 3.4) à regarder en équipes interordres.

Soit une fonction f définie sur l'intervalle [-3; 3] dont on connait le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	1	-1	0	0,5	1	2

a) Complétez le tableau de variations ci-dessous pour qu'il soit compatible avec ce tableau de valeurs.

x	-3		-1	2		?		?
$f(x)$	2	↘	?	?	↘	?	↗	?

b) Y a t-il d'autres façons de le compléter ? Si oui, lesquelles. Si non, expliquez.

J'ai remis des productions d'étudiants en demandant aux enseignants ce qu'ils pensaient de leurs solutions. En collectif, les enseignants se sont exprimés sur la tâche et j'ai pu les questionner sur l'utilisation du tableau de variations au collégial. J'avais préparé des exemples d'utilisation de tableaux de variations dans différents manuels scolaires.

Finalement, en plénière, nous avons discuté du fait que le tableau de valeurs est utilisé plus au secondaire qu'au collégial. Le tableau de variations (et de signes) est utilisé au collégial seulement. *Comment penser la transition entre les deux ?*

APPENDICE D

Points d'ancrage possibles pour entrer sur les manières de faire les mathématiques à chacun des deux ordres : exploration de manuels, observations en classe, propos d'enseignants et travaux de recherche en didactique des mathématiques

Éléments à considérer	À l'ordre secondaire	À l'ordre collégial	Situations possibles déclencheur de réflexions
Registre de représentation	Registre graphique semble central et travail sur différents modes de représentation, de conversion d'une représentation à l'autre	Registre algébrique principalement	Situation tirée de Duval, Hitt ou Janvier (forçant le passage d'un registre à l'autre) pour entrer sur le secondaire dans ce cas versus situation de transformation à l'intérieur d'un même registre algébrique pour entrer sur ce qui se fait au collégial
Type d'étude de fonction et registre associé	Étude globale des fonctions : la construction du graphique et le tableau de valeurs vont jouer un rôle important	Étude locale de fonctions en lien avec la variation et le passage aux limites : c'est davantage le tableau de variation qui va être ici important	Les situations de l'article de Coppé, Dorier et Yavuz (2006) (questions proposées aux élèves et solutions des élèves) comme déclencheur pour les faire réfléchir (sur la rupture entre les deux, la signification de chacun des tableaux) et faire parler sur leur pratique (avec ce tableau de valeur, ce tableau de variation, ce qu'ils y voient, ce qu'ils en font, leurs finalités, etc.) Ad hoc : exemples de manuels des différentes utilisations des tables de valeurs et des tables de variations

Paramètres	Travail sur les paramètres pour montrer les « transformations » graphiquement versus sur la règle symbolique	Des paramètres non repris, mais davantage une étude locale de la fonction (en lien avec dérivées, tangente, limites…)	Exemple de situations autour de paramètres au secondaire, extrait de manuels avec l'écriture incluant les paramètres « a, b, h et k » versus l'écriture privilégiée des fonctions au collégial (le cas de la fonction exponentielle).
Contexte	Le rôle du contexte ici important (ancrage à la construction du graphique ou son interprétation, même s'il s'agit d'un faux contexte souvent)	Un « faux » contexte où le symbolisme est inséré (aucun travail de modélisation), un prétexte à une exploitation mathématique en lien avec le contenu abordé (dérivées, limites…)	Situations avec contexte autour de fonction tirées de différents travaux. Problème de bactéries (fonction exponentielle) tel qu'on le retrouve au secondaire et au collégial.
Opérations sur les fonctions	Les opérations sur les fonctions travaillées en soi	Les opérations sur les fonctions pour introduire les théorèmes sur les limites	Extraits ici de manuels aux deux ordres
Symbolisme	Une symbolisation de la fonction privilégiant une certaine forme	Une symbolisation plus étendue, formalisme	Extraits de manuels Erreurs d'élèves sur d'autres formes.

APPENDICE E

Extrait du manuel du secondaire

La fonction exponentielle

Certaines situations peuvent être modélisées par une fonction exponentielle. L'équation, sous la forme canonique, d'une fonction exponentielle est la suivante.

$$f(x) = a(c)^{b(x-h)} + k$$

La valeur de la base c est limitée aux nombres réels supérieurs à 0 et différents de 1 ($c > 0$ et $c \neq 1$).

Voyons l'effet sur le graphique de chacun des paramètres.

Le rôle de la base c ($a = 1$, $b = 1$, $h = 0$ et $k = 0$)

En faisant varier la valeur de la base c ($c > 1$), on observe une dilatation ou une contraction horizontale du graphique.

Exemple : Ci-dessous, **la base c prend respectivement les valeurs 2, 3 et 4.**

ÉQUATION

$(x) = 2^x$

$f(x) = 3^x$

$f_3(x) = 4^x$

GRAPHIQUE

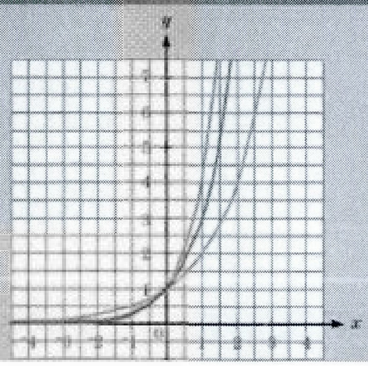


TABLE DE VALEURS

x	(x)	$f_2(x)$	$f_3(x)$
$^-2$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$
-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
0	1	1	1
1	2	3	4
2	4	9	16

Extrait du manuel du collégial

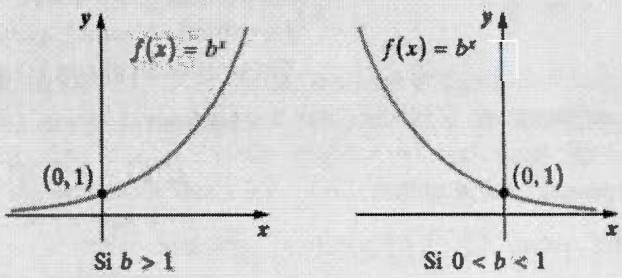
RAPPEL | La fonction exponentielle

La **fonction exponentielle** est une fonction de la forme $f(x) = b^x$ (où $b > 0$ et $b \neq 1$). On appelle b la base de la fonction exponentielle.

La représentation graphique de la fonction $f(x)$ dépend de la valeur de la base b (figure 3.1).

FIGURE 3.1 ▼

Fonctions exponentielles



APPENDICE F

Des égalités de toutes sortes

1) $(A \pm B)^2 = A^2 \pm 2AB + B^2$

2) $(AB)^2 = A^2B^2$

3) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

4) $AB^2 + BC^2 = AC^2$

5) $AB + BC = AC$

6) $d(P,Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

7) $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$

8) $0 = \sqrt[4]{\frac{3-x}{x-1}}$

9) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 12}$

10) $\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$

11) $x + x^2 = \sqrt{x^2 + x^4}$

12) $10 + x = 4x$

13) $x + 2y = 2$

14) $N(t) = \frac{200t}{1+t}$

15) $t_B = \frac{t_A}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

16) $(a \times f) = -(f \times a)$

17) $\Delta f = f(b) - f(a)$

18) $y = \frac{abx}{x^2+b^2}$

19) $f(x) = a\sin(bx - h) + k$

20) $\|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2}$

21) $P(x) = \sum_0^n a_i x^i$

APPENDICE G

Transcription des échanges

Dans ce qui suit, il est question d'une analyse en termes d'harmonisation, lorsque les enseignants discutent de l'égalité suivante :

$$\frac{d}{dx}(u+v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$$

[Nous travaillons autour de toutes sortes d'égalités. Lorsque nous arrivons à celle-ci, la discussion s'installe]

1. Colin	Cette égalité, ça, ça va. [Il est prêt à passer à la suivante, les autres aussi]
2. Chercheuse	*Ça va ? C'est quoi les lettres ? Ce sont des nombres ?*
3. Colin	Nous il n'y a pas de problème.
4. Chercheuse	*Ce sont des nombres ? C'est quoi le d, c'est quoi le x, c'est quoi le u et le v ?*
5. Corinne	C'est parce que le u et le v peuvent être des fonctions. Quand on utilise cette notation-là, tu dis u et v sont des fonctions. $u = f(x)$ et $v = g(x)$...
6. Colin	C'est ça.
7. Scott	C'est ça, quand on prend la petite minuscule, ouais c'est une variable mais ça peut représenter une expression algébrique aussi.
8. Colin	Mais on le dit...
9. Scott	Mais pourquoi on mettrait une minuscule si c'est une expression ?
10. Chercheuse	*Mais est-ce que vous l'utilisez cette notation-là ?*
11. Colin	Oui, pour les habituer aux intégrales...
12. Chercheuse	*Pourquoi ce n'est pas grave si on ne met pas « de x »... u(x) ou v(x).*

[Colette et Corinne essaient d'expliquer à la chercheuse ce qu'est u...Elles ne voient pas ce que la chercheuse veut dire par u « de x »...]

13. Chercheuse	*Mais pourquoi on ne met pas le « de x » si c'est une fonction.*
14. Colette	Ok...
15. Colin	Parce que c'est défini on va dire soient u et v deux fonctions de x... Puis là on part.
16. Colette	Je pense que le u peut vouloir dire...
17. Scott	Le petit u minuscule pourrait être une variable.
18. Colette	u peut être égal à x deux [x^2], v peut être égal à $3x + 5x+$... C'est comme un y. Ça pourrait être comme un y. Ça pourrait être un $f(x)$.
19. Chercheuse	*u c'est comme y ?*
20. Colin	C'est parce que c'est comme une définition qu'on leur donne en disant que u et v sont des fonctions de x.

21. Corinne On peut écrire une fonction $f(x) = ...$, bien on l'écrit aussi $y = ...$

22. Chercheuse Alors u serait du même type que y.

23. Colin Oui c'est ça.

[Les enseignants du secondaire se regardent et rigolent.]

24. Chercheuse Et pourquoi ce n'est pas « y » alors ?

25. Scott Ils ont oublié la petite patte [du y...pour passer de u à y]. Les enseignants du secondaire rient.

[Colin et Corinne sont sans mots.]

26. Colette On va aussi écrire $u = u(x)$ ou $v = v(x)$.

27. Sam Puis mu + y [$\mu + y$]... ha ha ha !

28. Colette Je comprends ta question parce que c'est vrai que c'est de la confusion.

29. Colin Mais tous les livres utilisent celle-là par exemple !

30. Corinne Sais-tu ce que je dis aux étudiants. Les mathématiciens sont paresseux. Ils essaient toujours de tout symboliser. Ils étaient tannés d'écrire...Mais c'est vrai parce qu'eux autres aussi sont mêlés : est-ce que c'est des constantes, c'est-tu des variables...Là je dis non, on a défini u et v comme deux fonctions. Quand je les mets les règles de dérivation je les mets u et v sont deux fonctions. C'est un peu ça partout, A et B, il faut définir que ce sont des points d'un plan cartésien...

31. Colin C'est ça.

32. Corinne A et B sont des matrices. Il faut les définir. La notation c'est important de la définir.

33. Colette Ce qui est vraiment embêtant, ce qui est encore pire c'est qu'on va écrire $u = u(x)$ on va faire ça en physique aussi. Ou $u = u(t)$ pour désigner le fait que ça varie en fonction de t, mais jamais on va écrire $f = f(x)$.

34. Colin Non, non...c'est vrai hein !

35. Corinne Pourquoi on fait ça hein !?! On n'est même pas cohérent.

[Rires]

36. Chercheuse Il faut s'attendre à ce que ce soit difficile si on regarde, le d d'en bas c'est... Le x c'est une variable, le d d'en haut, ça signifie « tu dérives cette fonction-là »... Puis le u c'est une fonction... Même les d, quelle est leur signification ?

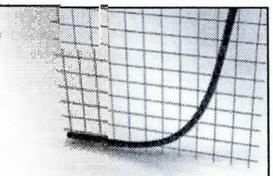
37. Colin Ça c'est clair puis ils n'aiment pas ça les élèves hein !

38. Corinne Mais ça dit vrai que c'est un bout difficile. f et g dans les limites tout le temps puis là on arrive là puis on a des u et des v. À chaque fois que j'arrive là j'ai l'impression de pas être cohérente. De pas avoir la même ...

[Silence]

APPENDICE H

L'exemple 5



5 Dans le cas de chacune des fonctions définies par les règles ci-dessous, précisez si elle est croissante ou décroissante, en expliquant pourquoi.

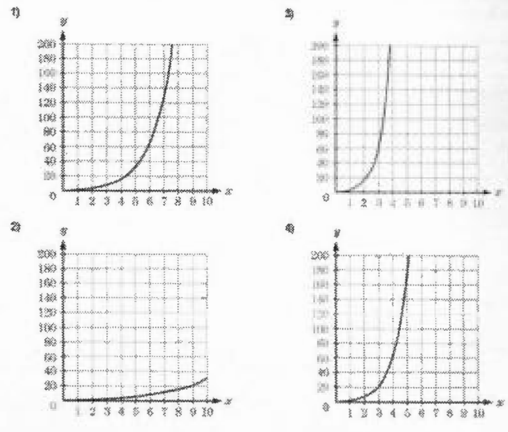
a) $f(x) = 3^{2x}$
b) $f(x) = {}^{-}2 \cdot 5^{x}$
c) $f(x) = 5 \cdot 3^{2x}$
d) $f(x) = ({}^{-}2)^{2} \cdot 2^{x}$
e) $f(x) = 2 \cdot ({}^{-}1) \cdot 6^{x}$
f) $f(x) = 3 \cdot 3^{2x}$

6 Déterminez les valeurs de l'élément du domaine correspondant aux différentes valeurs de l'image données ci-dessous pour la fonction f définie par la règle $f(x) = 5 \cdot 10^{-x}$.

a) $5{,}0 \times 10^{-7}$ b) 0,5 c) 0,0005 d) 0,05

7 Associez chacune des fonctions définies par les règles ci-dessous à l'un des graphiques.

a) $f(x) = 2^{2x}$ b) $f(x) = 2^{\frac{3x}{2}}$ c) $f(x) = 2^{x}$ d) $f(x) = 2^{\frac{x}{2}}$



APPENDICE I

Tâche proposée aux enseignants : le comportement de l'eau

2.2.4 Le comportement curieux de l'eau

La plupart des corps se dilatent lorsque leur température augmente. L'eau a pourtant un comportement particulier.

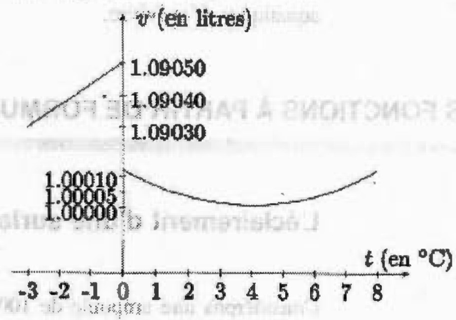


Figure 2.7

Décrivez le comportement de l'eau en commentant la figure 2.7 et en vous aidant si nécessaire de la figure 2.8.
Quelles sont les conséquences d'un tel comportement ?

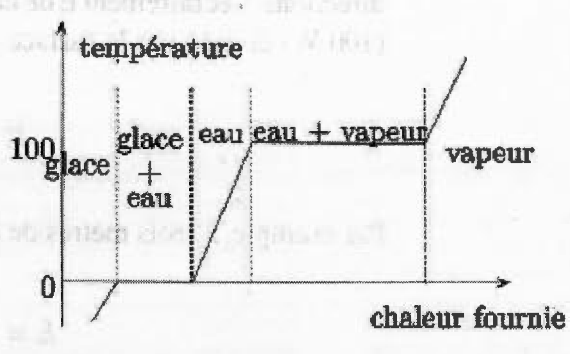
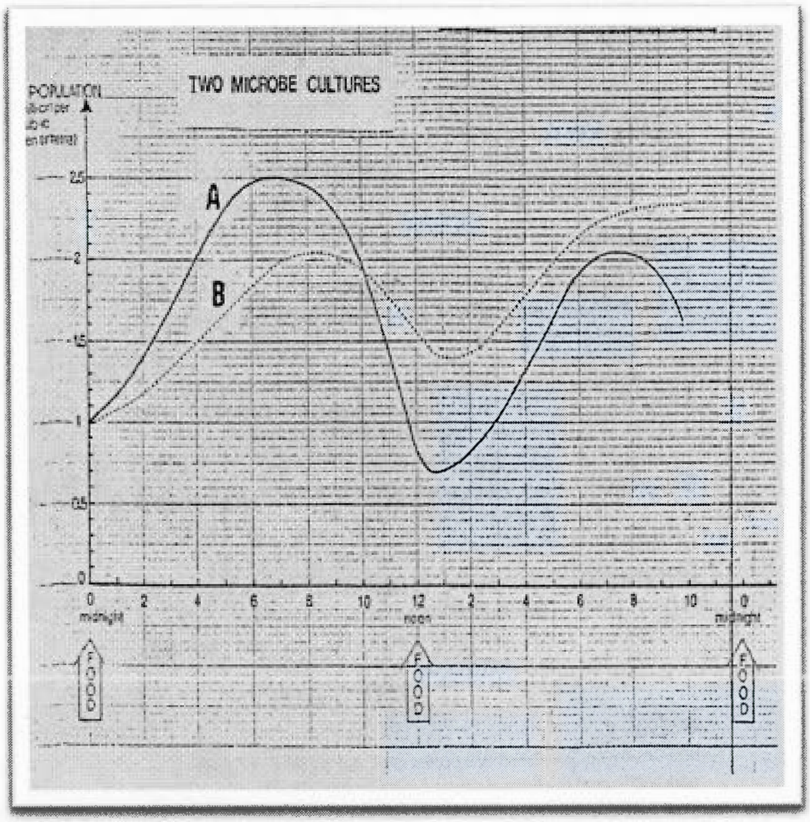


Figure 2.8

APPENDICE J

La tâche proposée : deux populations de bactéries



Deux cultures de microbes croissant sous des conditions similaires (même nourriture toutes les 12 heures).

1) Pouvez-vous comparer comment les deux populations de microbes réagissent à la diète de nourriture ? Pouvez-vous comparer comment les deux varient ?

2) Quand la population B est-elle plus grande que la population A ?

3) Est-ce que les deux populations atteignent leur maximum au même moment dans la matinée ?

4) Quelle population, A ou B, croît plus vite entre 13 h et 22 h (dans l'après-midi) ? Pourquoi ?

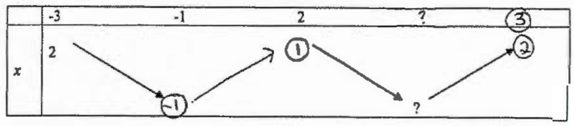
APPENDICE K

Exemple de productions d'élèves

SOLUTIONS D'ÉLÈVES (Inspirées ou reproduites du texte de COPPÉ, DORIER et YAVUZ, 2006)

Sol #1

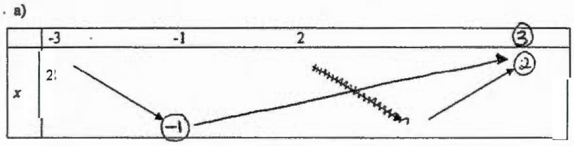
a)



aucun tableau en b)

Sol #2

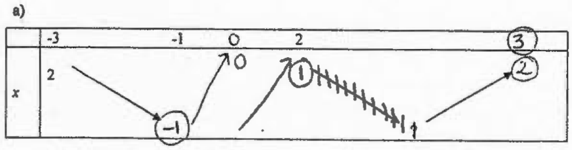
a)



b)

Sol #3

a)



b)

BIBLIOGRAPHIE

Alder, A. et Alder, P. (1987). *Membership roles in field research.* Sage University paper series on qualitative research methods. Beverly Hills : Sage.

Amiel, P. (2004) *Ethnométhodologie appliquée. Eléments de sociologie praxéologique.* Paris : Presses du Lema (Laboratoire d'ethnométhodologie appliquée, Université Paris 8).

Anadon, M. (2007). *Recherche participative: multiples regards.* Québec : Presses de l'université du Québec.

Antonius, W., Gauthier, F. et Mukarugagi, L. (2008, octobre). *Arrimage de la formation mathématique entre les ordres d'enseignement secondaire et collégial.* Communication présentée au 52e congrès de l'Association Mathématique du Québec, Thedford Mine, Québec.

Artigue, M.(1993). Connaissances et métaconnaissances – une perspective didactique. Dans M. Baron A. Robert (Dir.), *Métaconnaissances en IA, en EIAO et en didactique des mathématiques* (p.29-54). Paris : Cahier de DIDIREM, IREM..

Artigue, M. (1998). L'évolution des problématiques en didactique de l'analyse. *Recherche en didactique des mathématiques, 18*(2), 231-261.

Artigue, M. (2004, juillet). *Le défi de la transition secondaire/supérieur : Que peuvent nous apporter les recherches didactiques et les innovations développées dans ce domaine.* Communication présentée au 1er Congrès Canada-France des sciences mathématiques, Toulouse.

Artigue, M. (2009, avril). *Le défi de la transition secondaire/supérieur : Que peuvent nous apporter les recherches didactiques et les innovations développées dans ce domaine.* Communication présentée au Congrès international Espace Mathématique Francophone, Université Cheikh Anta Diop, Dakar, Sénégal.

Association Mathématique du Québec et Conseil des Collèges, Gouvernement du Québec. (1991). *Potentiel humain et mathématiques.* Montréal : Association Mathématique du Québec.

Azrou, N., Tanguay, D. et Vandebrouck, F. (2010). Synthèse du Thème 7. Enseignement des mathématiques aux niveaux postsecondaire et supérieur. Dans A. Kuzniak, M. Sokhna (Dir.) *Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation. Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone. Revue Internationale Francophone*, Numéro Spécial, 950-959.

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique.* Paris : Librairie philosophique J. Vrin.

Ball, D. L. et Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. Dans E. Simmt et B. Davis (Dir.), *Proceedings of the annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (p. 3-14). Edmonton : CMESG.

Bauersfeld, H. (1994). Réflexions sur la formation des maîtres et sur l'enseignement des mathématiques au primaire. *Revue des sciences de l'éducation, 20*(1), 175-198.

Beauvais, M. (2007). Chercheur-accompagnateur : une posture plurielle et singulière. *Recherches qualitatives,* Hors-série 3, 44-58.

Bednarz, N. (2001). Une didactique des mathématiques tenant compte de la pratique des enseignants. Dans P. Jonnaert, S. Laurin et P. Provencher (Dir.), *Les didactiques des disciplines : un débat contemporain* (p. 57-73), Québec : Presse des Universités du Québec.

Bednarz, N. (2004). Collaborative Research and Professional Development of Teachers in Mathematics. Dans M. Niss et E. Emberg (Dir.), *Proceedings of the International Conference on Mathematics Education* (Cérérom), Copenhagen, Denmark : CD-ROM. Plenary lecture.

Bednarz, N. (2006). Pour une plus grande harmonisation dans la transition du primaire au secondaire en mathématique. Dans J.-C. Girard, M.-J. Haguel et G. Payette (Dir.), *Actes du 49^e^ Congrès de l'Association mathématique du Québec : Mathématiques et diversité culturelle* (p. 31-37). Québec : Université de Sherbrooke.

Bednarz, N. avec la collaboration de Auclair, M., Barrette, M.A., Lafontaine, J., Péloquin, M.È., Rodrigue, I.,Leroux, C. et Morelli, C. (2008). Une expérience de collaboration enrichissante en enseignement des mathématiques. *Vie pédagogique, 147*, 43-51.

Bednarz, N. (2009*a*). Analysis of a Collaborative Research Project : A Researcher and a Teacher confronted to teaching mathematics to students presenting difficulties. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 8*(1), 1-24.

Bednarz, N. (2009*b*). Recherches collaboratives en enseignement des mathématiques : Une nouvelle entrée sur la conception d'activités en mathématiques à l'intersection de pratique en classe et recherche. Dans L. Poirier (Dir.), *Actes du 61ème colloque de la CIEAEM (Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques)*, publiés dans *Quaderni di Ricerca in Didattica Matematica* , 2, 3-18.

Bednarz, N. (sous presse). *Recherche collaborative et pratique enseignante: regarder ensemble autrement.* Paris : L'Harmattan.

Bednarz, N. et Barry, S. (2010) Recherches collaboratives en enseignement des mathématiques comme support au développement professionnel des enseignants. Dans C. Couture, L. Dionne (Dir.) *Formation initiale et continue dans le domaine des sciences, des mathématiques et de la technologie: vers quel développement professionnel des enseignants* (p. 225-253). Ottawa: Presses de l'Université d'Ottawa.

Bednarz, N., Dufour-Janvier, B., Poirier, L. et Bacon, L. (1993). Socioconstructivist viewpoint on the use of symbolism in mathematics education. *Alberta journal of educational research. 39*(1), 41-58.

Bednarz, N. et Janvier, B. (1996). Algebra as a problem solving tool : Continuities and discontinuities with arithmetic. Dans N. Bednarz, C. Kieran et L. Lee (Dir.), *Approches to algebra: Perspectives for research and teaching* (p. 115-136). Dordretch : Kluwer.

Bednarz, N. et Proulx, J. (2009). Knowing and using mathematics in teaching conceptual and epistemological clarifications. *For the Learning of Mathematics, 29*(3), 11-17.

Bednarz, N. et Proulx, J. (2010). Processus de recherche-formation et développement professionnel des enseignants de mathématiques. *Éducation et formation*, e-293, 21-36.

Bednarz, N., et Proulx, J. (2011). An attempt at defining teachers' mathematics through research on mathematics at work. Dans Pytlak, M., Rowland, T. et Swoboda, E. (Dir.), *Proceedings of CERME 7* (p. 2569-2579), Rzesvow, Pologne : University of Rzesvow.

Bloch, I. (2000). L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée / université : savoirs, connaissances et conditions relatives à la validation. Thèse inédite de doctorat. Université Victor Segalen, Bordeaux 2, France.

Bloch, I. et Ghedamsi, I. (2005). Comment le cursus secondaire prépare-t-il les élèves aux études universitaires. *Petit x*, 69, 7-37.

Bloch, I., Kientega, G. et Tanguay, D. (2006). Synthèse du Thème 6. Transition secondaire, post-secondaire en mathématiques. Dans N. Bednarz (Dir.), *Actes du 3e colloque international Espace Mathématique Francophone : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés* (CD-ROM). Sherbrooke : Université de Sherbrooke.

Bosch, M., et Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs: objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques, 19*(1), 77-123.

Bosch M., Fonseca C. et Gascon J. (2004). Incompletud de las organizaciones atematicas locales en las instituciones escolares. *Recherches en didactique des mathématiques*, *24*(2-3), 205-250.

Bridoux, S. (2006) Utiliser une définition, une tâche simple *a priori*. Le cas de la topologie de Υ^{N}. Dans N. Bednarz (Dir.), *Actes du 3e colloque international Espace Mathématique Francophone : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communautés* (CD-ROM). Sherbrooke : Université de Sherbrooke.

Brousseau, G. (1976). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. Dans J. Vanhamme et W. Vanhamme (Dir.), *La problématique et l'enseignement des mathématiques. Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques* (p. 101-117). Louvain la Neuve.

Brousseau, G. (1981). Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques, 2*(1), 37-127.

Brousseau, G. (1990). Contrat didactique et milieu. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(3), 309-336.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : Éditions la Pensée sauvage.

Burton, L. (2004). *Mathematicians as enquires*. Norwell, Massachusset : Kluwer Academic Publisher.

Burton, L. (2007). Mathematicians Narratives About Mathematics. Dans B. Van Kerkhove et J.-P. v. Bendegem (Dir.), *Perspectives on mathematical practices* (p. 155-173). Netherlands : Springer.

Chellougui, F. (2004). L'utilisation des quantificateurs universel et existentiel en première année universitaire entre l'explicite et l'implicite. Thèse de doctorat, Université Claude Bernard Lyon 1 et Université de Tunis.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12*(1), 73-112.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 221-266.

Cicourel, A.V. (2002). *Le raisonnement médicale : une approche socio-cognitive* (1e éd. américaine : 1992). Paris : Éditions du Seuil.

Clark, M., et Lovric, M. (2008). Suggestion for a Theoretical Model for Secondary-Tertiary Transition in Mathematics. *Mathematics Education Research Journal, 20*(2), 25-37.

Cobb, P., et Bauersfeld, H. (1995). *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures*. Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum.

Cobb, P., McClain, K., de Silva Lamberg, T. et Dean, C. (2003). Situating teachers' instructional practices in the institutional setting of the school and district. *Educational Researcher, 32*(6), 13.

Conne, F. (1997). L'activité dans le couple enseignant / enseigné. Dans M. Bailleul, C. Comiti, J.-L. Dorier, J.-B. Lagrange, B. Parzysz et M.-H. Salin (Dir.), *Actes de la IX° école d'été de didactique des mathématiques* (p. 15-24), Paris : ARDM.

Conne, F. (1999). Faire des maths, faire faire des maths, regarder ce que ça donne . Dans F. Conne et G. Lemoyne (Dir.), *Le cognitif en didactique des mathématiques* (pp. 31-69). Montréal : Presse de l'université de Montréal.

Corriveau, C. (2007). Arrimage secondaire-collégial : démonstration et formalisme. Mémoire de maîtrise inédit, Université du Québec à Montréal, Montréal.

Corriveau, C. (2010*a*). Démonstration et formalisme en algèbre linéaire. Dans A. Kuzniak, M. Sokhna (Dir.) *Enseignement des mathématiques et développement: enjeux de société et de formation. Actes du Colloque Espace Mathématique Francophone. Revue Internationale Francophone*, Numéro Spécial, 1002-1017.

Corriveau, C. (2010*b*). La transition secondaire-collégial en mathématiques : Bilan et perspectives. *Formation et profession, 17*(1), 47-49.

Corriveau, C., et Parenteau, J. (2005). Comment aménager le cours mathématique 536 du secondaire en vue de mieux préparer les élèves aux cours de mathématiques du cégep. *Envol, 132*, 25-28.

Corriveau, C., et Tanguay, D. (2006). Arrimage secondaire collégial et raisonnement hypothético-déductif. Dans J.-C. Girard, M.-J. Haguel et G. Payette (Dir.), *Actes du 49e Congrès de l'Association mathématique du Québec : Mathématiques et diversité culturelle* (p. 117-126). Québec : Université de Sherbrooke.

Corriveau, C., et Tanguay, D. (2007). Formalisme accru du secondaire au collégial : les cours d'Algèbre linéaire comme indicateurs. *Bulletin AMQ, XLVII*(1), 6-25.

Coulon, A. (1987). *L'ethnométhodologie.* Paris: Presses universitaires de France.

Coulon, A. (1993). *Ethnométhodologie et éducation.* Paris: Presses universitaires de France.

Darré, J.P. (1999). *La production de connaissances pour l'action. Arguments contre le racisme de l'intelligence.* Paris : Éditions de la Maison des sciences de l'homme et Institut National de la Recherche Agronomique.

Davidson, C. R. (2009). Transcription: Imperatives for qualitative research. *International Journal of Qualitative Methods, 8*(2), 35–52.

Davidson Wasser, J. et Bresler, Lé (1996). Working in the interpretive zone : Conceptualizing collaboration in qualitative research teams. *Educational Researcher, 25*(5), 5-15.

Davis, B. (2005). Trois attitudes de recherche en éducation. *Revue des sciences de l'éducation, 31*(2), 389-416.

Demazière, D. et Dubar, C. (1997). *Analyser les entretiens biographiques. L'exemple des récits d'insertion.* Paris : Nathan.

Desgagné, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : l'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants *Revue des sciences de l'éducation, 23*(2), 371-393.

Desgagné, S. (1998). La position du chercheur en recherche collaborative : illustration d'une démarche de médiation entre culture universitaire et culture scolaire. *Recherches qualitatives, 18*, 77-105.

Desgagné, S. (2001). La recherche collaborative : une nouvelle dynamique de recherche en éducation. Dans M. Anadón (Dir.), *Nouvelles dynamiques de recherche en éducation* (pp. 51-76). Québec : Les presses de l'université Laval.

Desgagné, S. (2007*a*). Le défi de coproduction de savoir en recherche collaborative. Autour d'une démarche de reconstruction et d'analyse de récits de pratique enseignante. Dans M. Anadon (Dir.), *La recherche participative. Multiples regards* (p. 89-121). Québec : Presses de l'université du Québec.

Desgagné, S. (2007*b*) La métaphore du voyage pour caractériser la recherche participative. Document inédit. Québec : Université Laval.

Desgagné, S., Bednarz, N., Couture, C., Poirier, L. et Lebuis, P. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation : un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des sciences de l'éducation, XXVII*(1), 33-64.

Desgagné, S. et Bednarz, N. (2005). Médiation entre recherche et pratique en éducation : faire de la recherche « avec » plutôt que « sur » les praticiens. *Revue des sciences de l'éducation, 31*(2), 245-258.

Dorier, J.-L. (Dir.) (1997). *L'enseignement de l'algèbre linéaire en question.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-31.

Drouhard, J.-P. (2006). *Prolégomènes « épistémographiques » à l'étude des transitions dans l'enseignement des mathématiques.* Dans N. Bednarz et C. Mary (Dir.), *Actes du 3e colloque international Espace Mathématique Francophone : L'enseignement des mathématiques face aux défis de l'école et des communauté:* (CD-Rom). Sherbrooke : Éditions du CRP.

Dubet, F. (1994). *Sociologie de l'expérience.* Paris : Seuil.

Dubet, F. (2005). Pour une conception dialogique de l'individu. *EspacesTemps. 21.* Consulté en ligne le 29 cotobre 2012 : http://www.espacestemps.net/document1438.html

Dubet, F. (2007). *L'expérience sociologique.* Paris : Éditions la Découverte.

Dubinsky, E. (1991). Reflective abstraction. Dans D.O. Tall (Dir.), *Advanced Mathematical Thinking* (p. 95-123). Dordrecht : Kluwer..

Dubinsky, E., Weller, K., Mcdonald, M. A., et Brown, A. (2005*a*). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An Apos-Based analysis: Part 1. *Educational Studies in Mathematics, 58*(3), 335-359.

Dubinsky, E., Weller, K., Mcdonald, M. A., et Brown, A. (2005*b*). Some historical issues and paradoxes regarding the concept of infinity: An Apos-Based analysis: Part 2. *Educational Studies in Mathematics, 60*(2), 253-266.

Durand-Guerrier, V. (2003). Synthèse du Thème 5. Transitions institutionnelles. Dans H. Samida (Dir.), *Actes du 2e colloque international Espace Mathématique Francophone* (CD-Rom). Tozeur : Commission Tunisienne pour l'Enseignement des Mathématiques et Association Tunisienne des Sciences Mathématiques.

Durand-Guerrier, V. et Arsac, G. (2003). Méthodes de raisonnement et leurs modélisations logiques. Spécificité de l'analyse. Quelles implications didactiques ? *Recherchen en didactique des mathématiques, 23*(3), 295-342.

Edwards, B. E., Dubinsky, E., et Mc Donald, M. A. (2005). Advanced mathematical thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 7*(1), 15–25.

Garfinkel, H. (1963). A conception of and experiments with "trust" as a condition of concerted stable actions. Dans O. J. Harvey (Dir.), *The production of reality: Essays and readings on social interaction* (p. 381-392). New York : Ronald Press.

Garfinkel, H. (1967). *Studies in Ethnomethodology.* New Jersey : Prentice-Hall. [Trad. Barthélemy, M., Beaudoin, D., de Queiroz, J.-M. et Quéré, L. (2007). *Recherches en ethnométodologie.* Paris : Presses Universitaires de France].

Garfinkel, H. (2001). Le programme de l'ethnométhodologie. *Recherches*, 1, 31-56.

Garfinkel, H., et Sacks, H. (1970). *On formal structures of practical actions*: Appleton-Century-Crofts, Educational Division.

Giddens, A. (1987). *La constitution de la société.* Paris : Presse universitaire de France.

Gohier, C. (2004). De la démarcation entre critères d'ordre scientifique et d'ordre éthique en recherche interprétative. *Recherches qualitatives, 24*, 3-17.

Gouvernement du Québec (1963-1965). Rapport de la Commission royale d'enquête sur l'enseignement dans la province de Québec (Rapport Parent) (5 vol.). Québec : Gouvernement du Québec.

Gueudet, G. (2004). Rôle du géométrique dans l'enseignement de l'algèbre linéaire *Recherchen en didactique des mathématiques, 24*(1), 81-114.

Gueudet, G. (2008*a*). La transition secondaire-supérieur : résultats de recherches didactiques et perspectives. In R. Rouchier (Ed.), *Actes de la XIIIe école d'été de didactique des mathématiques* (CD-Rom). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Gueudet, G. (2008*b*). Investigating the secondary-tertiary transition. *Educational Studies in Mathematics, 67*, 237-254.

Hall, E. T. (1959). *Le langage silencieux* [traduction 1984]. Paris: Seuil, Points.

Hall, E. T., et Trager, G. L. (1953). *The Analysis of Culture.* Washington DC : American Concil of Learned Societies.

Hammersley, M. (2010). Reproducing or constructing? Some questions about transcription in social research. *Qualitative research, 10*(5), 553-569.

Harel, G. et Sowder, L. (1998). Students' proof schemes : Result from Exploratory Studies. Dans E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld and J. J. Kaput (Dir.), *Research on Collegiate Mathematics Education* (p. 234-283). Providence : American Mathematical Society.

Harel, G., et Tall, D. (1991). The general, the abstract, and the generic in advanced mathematics. *For the learning of mathematics, 11*(1), 38-42.

Hammersley, M. (2010). Reproducing or constructing? Some questions about transcription in social research. *Qualitative research, 10*(5), 553-569.

Hernandez-Martinez, P., Williams, J., Black, L., Davis, P., Pampaka, M., et Wake, G. (2011). Students' views on their transition from school to college mathematics: rethinking 'transition'as an issue of identity. *Research in Mathematics Education, 13*(2), 119-130.

Hitt, F. (1998). Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. *The Journal of Mathematical Behavior, 17*(1), 123-134.

Janvier, C. (1990). Contextualization and mathematics for all. Dans T.J. Cooney et C.R. Hirsh (Dir.), Teaching and learning mathematics in the 1990s (pp. 183-193). Reston (VA) : National Council of Teachers of Mathematics.

Janvier, C. (1991). Contextualisation et représentation dans l'utilisation des mathématiques. Dans C. Garnier, N. Bednarz et I. Ulanovskaya (Dir.), *Après Vygotski et Piaget : Perspectives sociale et constructiviste, Ecoles russe et occidentale* (p. 129-147). Bruxelle : de Boeck.

Janvier, C. (1989). Representation and contextualization. Dans G. Vergnaud, J. Rogalski, et M. Artique (Dir.), *Proceedings of the 13th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 2* (p. 139–146). Paris, France.

Kouloumentas, (2009, octobre). *Accueil des étudiants issus du renouveau pédagogique au secondaire: des repères concrets.* Conférence présentée au 53e congrès de l'Association Mathématique du Québec, Montréal, Québec.

Kroeber, A. L. et Kluckhohn, C. (1952). *Culture: a critical review of concepts and definitions.* New York : Vintage books.

Krummheuer, G. (1995). The ethnography of argumentation. Dans P. Cobb et H. Bauersfeld (Dir.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (p. 229-269). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum.

Lajoie, C. et Mura, R. (2000). What's in a Name? A Learning Difficulty in Connection with Cyclic Groups. *For the learning of mathematics, 20*(3), 29-33.

Larouche, H. (2000). Le savoir d'expérience des éducatrices en garde scolaire abordé dans une perspective ethnométhodologique et reconstruit au moyen de récits de pratique. Thèse de doctorat inédite. Québec : Université Laval.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice: mind, mathematics and culture in everyday life.* Cambridge : Cambridge University Press.

Lave, J. 1996. Teaching, as Learning, in practice. *Mind, Culture and Activity, 3*(3), 149-164.

Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies in Mathematics, 41*, 165-190.

Luk, H. S. (2005). The gap between secondary school and university mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 36*(2-3), 161-174.

Maheux, J.-F. (sous presse). Trois mouvements éthiques en recherche collaborative. Dans N. Bednarz (Dir.), *Recherche collaborative et pratique enseignante: regarder ensemble autrement*, Paris : L'Harmattan.

Mason, J., et Spence, M. (1999). Beyond mere knowledge of mathematics: The importance of knowing-to act in the moment. *Educational Studies in Mathematics, 38*(1), 135-161.

Métayer, M. (1991). Transition du secondaire au Cégep. Recherche préparatoire à la production du scénario d'un document audiovisuel de la série « L'aide à l'apprentissage », portant sur le thème de la transition du secondaire au cégep. Collège Lionel-Groulx. Consulté en ligne le 29 octobre 2012 : http://www.fedecegeps.qc.ca/wp-content/uploads/files/carrefour_pdf/texte01.pdf

Ministère de l'éducation, Gouvernement du Québec (2003). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle.* Québec : Ministère de l'éducation.

Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports. Gouvernement du Québec (2007). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, deuxième cycle.* Québec : Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports.

Ministère de l'Éducation du Québec, Direction de la formation générale des jeunes (1993-1997). *Programme d'Études,* Québec.

Ministère de l'éducation, Gouvernement du Québec (2001). *Programme de formation de l'école québécoise. Éducation préscolaire et enseignement primaire.* Québec : Ministère de l'éducation.

Ministère de l'éducation, Gouvernement du Québec (2003). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, premier cycle.* Québec : Ministère de l'éducation.

Ministère de l'éducation, Gouvernement du Québec (2006). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement préscolaire et enseignement primaire.* Québec : Ministère de l'éducation.

Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports. Gouvernement du Québec (2007). *Programme de formation de l'école québécoise : Enseignement secondaire, deuxième cycle.* Québec : Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports.

Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports. Gouvernement du Québec (2010). *Sciences de la nature. Programme d'étude. Préuniversitaire.* Québec : Ministère de l'éducation, des loisirs et des sports.

Morrissette, J. (2009). Manière de faire l'évaluation formative des apprentissages selon un groupe d'enseignantes du primaire : une perspective interactionniste. Thèse de Doctorat inédite. Université Laval, Québec.

Najar, R. (2011). Notions ensemblistes et besoins d'apprentissage dans la transition secondaire-supérieur. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 11*(2), 107-128.

Normand-Guérette, D. (1996). De la maison à l'école: Une transition pour les enfants, un partenariat pour les parents et les enseignants. *Psychologie préventive, 29*, 20-30.

Noss, R. (2002). Mathematical epistemologies at work. *For the learning of mathematics, 22*(2), 2-13.

Noss, R., Pozzi, S., et Hoyles, C. (1999). Touching Epistemologies: Meanings of Average and Variation in Nursing Practice. *Educational Studies in Mathematics, 40*(1), 25-51.

Paillé, P. (1994). L'analyse par théorisation ancrée. *Cahiers de recherche sociologique*, 23, 147-181.

Paquet, G., Gilles, W., Navarre, C. Gélinier, O., du Montcel, H. T. et Vimont, C. (1991). *Le managment en crise*. Paris : Economica.

Pires, A. P. (1997). Échantillonnage et recherche qualitative: essai théorique et méthodologique. *La recherche qualitative. Enjeux épistémologiques et méthodologiques*, 113-169.

Poirier, D. (2011). La recherche en collaboration et le contexte de transition du primaire vers le secondaire puis le collégial, une avenue prometteuse pour la formation continue en mathématique. *Vie Pédagogique, 158.* Consulté en ligne le 29 octobre 2012 : http://www.mels.gouv.qc.ca/sections/viepedagogique/158/index.asp?page=dossierB_8

Potter, J. et Wetherell, M. (1995) Discourse analysis. Dans J. Smith, R. Harré et L. van Langenhove (Dir.), *Rethinking Methods in Psychology* (p. 80-92). London : Sage.

Praslon, F. (2000). Continuités et ruptures dans la transition Terminale S / DEUG Sciences en analyse : Le cas de la notion de dérivée et son environnement. Thèse de doctorat inédite. Paris : Université Paris 7.

Québec, Conseil des Collèges. (1989). *L'harmonisation du secondaire et du collégial.* Conseil des Collèges. Québec, 117 p.

Québec, Conseil supérieur de l'Éducation. (1989). *Une meilleure articulation du secondaire et du collégial.* Conseil supérieur de l'Éducation. Direction des communications. Québec, 114 p.

Québec, Conseil supérieur de l'Éducation. (2010). *Regard renouvelé sur la transition entre le secondaire et le collégial.* Conseil supérieur de l'Éducation. Commission de l'enseignement collégial. Québec, 152 p. Consulté en ligne le 29 obctobre 2011 : http://www.cse.gouv.qc.ca/fichiers/documents/publications/Avis/50-0471.pdf

Quéré, L. (1985). Comprendre l'ethnomethodologie une methodologie d'analyse du monde social tel qu'il est continuellement en train de se faire. *Pratiques de formation (analyses), Ethnométhodologies, (Université de Paris VIII),* 11-12. Consulté en ligne le 29 octobre 2012 : http://www.vadeker.net/corpus/pfem/1-1_methodologie_analyse.html

Raffestin, C. (1981). Québec comme métaphore. *Cahiers de géographie du Québec, 25*(64), 61-70.

Richardson, V. (1994). Conducting research on practice. *Educational Researcher, 23*(5), 5-10.

Robert, A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques, 21*(1-2), 57-80.

Robert, A. et Schwarzenberger, R. (1991). Research in teaching and learning mathematics at an advanced level. Dans D. Tall (Dir.), *Advanced mathematical thinking* (p. 127-139). Holland: Kluwer Academic Publisher.

Rocher, G. (1968). *Introduction à la sociologie générale.* Montréal : HMH.

Roditi, É. (2005), *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique.* Paris: L'Harmattan.

Roditi, É. (sous presse). Le métier d'enseignant et l'éclairage de la recherche collaborative. Dans N. Bednarz (Dir.), *Recherche collaborative et pratique enseignante: regarder ensemble autrement,* Paris : L'Harmattan.

Ruel, J., Moreau, A. C., et Bourdeau, L. (2008). Démarche de transition planifiée et continuité éducative. *Revue francophone de la déficience intellectuelle, 19,* 41-48.

Salin, M.-H. (2003). Comprendre les difficultés des élèves à passer de la « géométrie de l'école primaire » à la « géométrie du collège ». Dans H. Samida (Dir.), *Actes du 2e colloque international Espace Mathématique Francophone* (CD-Rom). Tozeur : Commission Tunisienne pour l'Enseignement des Mathématiques et Association Tunisienne des Sciences Mathématiques.

Savoie-Zajc, L. (2004). Journal de bord. Dans A. Mucchielli (Dir.), *Dictionnaire des méthodes qualitatives en sciences humaines 2e édition* (p. 137-138) Paris : Armand Colin.

Schön, D. A. (1987). *Educating the reflective practitioner.* San Francisco : Jossey-Bass.

Schön, D. A. (1996). À la recherche d'une nouvelle épistémologie de la pratique et de ce qu'elle implique pour l'éducation des adultes. *Savoirs théoriques et savoirs d'action,* 201-222.

Seeger, F., et Waschescio, U. (1998). *The culture of the mathematics classroom*: Cambridge : Cambridge University Press.

Sierpinska, A. (1985). Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. *Recherches en didactique des mathématiques, 6*(1), 5-67.

Sierpinska, A. (2000). On some aspects of students'thinking in linear algebra. Dans J.-L. Dorier (Dir.), *On the teaching of linear algebra* (p. 209-246). Dordretch : Kluwer Academic Publishers.

Sierpinska, A., Dreyfus, T. et Hillel, J. (1999). Evaluation of a Teaching Design in Linear Algebra : the Case of Linear Transformations. *Recherches en didactiques des mathématiques*, *19*(1),. 7-40.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand : Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, *15*(2), 4-14. [Version française : Shulamn, L. S. (2007) Ceux qui comprennent : le développement de la connaissance dans l'enseignement. *Éducation et didactique*, *1*(1), 97-114].

St-Arnaud, Y. (1986). La prise en charge de ses relations interpersonnelles. *Revue québécoise de psychologie, 7*(1-2), 11-25.

Tall, D. (Dir.), (1991). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Tall, D. (1992). The Transition to Advanced Mathematical Thinking : Functions, Limits, Infinity and Proof. Dans G. D.A. (Dir.), *Handbook of Research on MathematicsTeaching and Learning* (p. 495–511). New York : Macmillan.

Tall, D. (1995). *Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking*. Paper presented at the Conference of the International Group for the Psychology of Learning Mathematics, Recife, Brazil.

Tall, D. (2001). Natural and formal infinities. *Educational Studies in Mathematics, 48*(2), 199-238.

Tanguay, D. (2002). L'enseignement des vecteurs. *Bulletin AMQ*, *XLII*(4), 36-47.

Traoré, K. (2006). Etudes des pratiques mathématiques développées en contexte par les Siamous au Burkina Faso. Thèse de doctorat inédite. Université du Québec à Montréal, Montréal.

Vandebrouck F. (2011*a*). Students conceptions of functions at the transition between secondary school and university. Dans Pytlak, M., Rowland, T. et Swoboda, E. (Dir.), *Proceedings of CERME 7* (p.2093-2102), Rzesvow, Pologne : University of Rzesvow.

Vandebrouck, F. (2011*b*). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 16*, 149-185.

De Vleeschouwer, M. et Gueudet, G. (2011). Secondary-tertiary transition and evolution of didactic contract : the example of duality in linear algebra. Dans Pytlak, M., Rowland, T. et Swoboda, E. (Dir.), *Proceedings of CERME 7* (p. 2113-2122), Rzesvow, Pologne : University of Rzesvow.

Voigt, J. (1995). Thematic patterns of interaction and sociomathematical norms. Dans P. Cobb et H. Bauersfeld (Dir.), *The emergence of mathematical meaning: Interaction in classroom cultures* (p. 163-202). Hillsdale, NJ : Lawrence Erlbaum.

Weber, K., et Alcock, L. (2004). Semantic and syntactic proof productions. *Educational Studies in Mathematics, 56*, 209-234.

Winsløw, C. (2007). Les problèmes de transition dans l'enseignement de l'analyse et la complémentarité des approches diverses de la didactique. *Annales de didactique et de sciences cognitives, 12*, 195-215.

Yackel, E., et Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477.